

**Thèse**  
pour l'obtention du grade de  
**Docteur de l'Université de Bretagne Occidentale**  
Spécialité : Mécanique  
présentée le  
jeudi 29 octobre 2009  
par  
**Luc SAINT-SULPICE**

# Étude et modélisation du comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

Christian LEXCELLENT	Professeur des Universités LMARC / ENSMM - Besançon	Président du jury
Étienne PATOOR	Professeur des Universités LPMM / ENSAM - Metz	Rapporteur
Lakhdar TALEB	Professeur des Universités GPM / INSA - Rouen	Rapporteur
Christophe BOUVET	Maître de Conférences LGMT / UPS - Toulouse	Examineur
Ziad MOUMNI	Enseignant-chercheur UME / ENSTA - Paris	Examineur
Laurent SOHIER	Maître de Conférences LBMS / UBO - Brest	Examineur
Sylvain CALLOCH	Professeur des Universités LBMS / ENSIETA - Brest	Directeur de thèse
Shabnam ARBAB CHIRANI	Maître de Conférences LBMS / ENIB - Brest	Co-encadrante



Je tiens à remercier Sylvain CALLOCH de m'avoir proposé ce sujet de thèse, ainsi que Shabnam ARBAB CHIRANI pour m'avoir, avec lui, encadré au cours de celle-ci.

Je remercie également Étienne PATOOR et Lakhdar TALEB de l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs. Je tiens à remercier Christophe BOUVET, Ziad MOUMNI et Laurent SOHIER d'avoir accepté de participer au jury de thèse, et Christian LEXCELLENT d'avoir présidé celui-ci.

Merci à Romain, France et Surasak pour la bonne ambiance qui régnait dans le bureau ; et à tous les autres membres du laboratoire, aussi bien à l'ENSIETA qu'à l'ENIB.

Plein de mercis mercis mercis mercis mercis mercis mercis mercis  
mercis mercis mercis mercis mercis mercis mercis mercis mercis  
mercis mercis.





# Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	xvii
Introduction	1
<b>1 Comportement thermo-mécanique des Alliages à Mémoire de Forme</b>	<b>5</b>
1.1 Présentation des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .	7
1.1.1 Transformation martensitique dans les Alliages à Mémoire de Forme	7
1.1.1.1 Super-élasticité (SE) . . . . .	11
1.1.1.2 Effet mémoire simple-sens (EMS) . . . . .	13
1.1.1.3 Effet mémoire assisté (EMA) . . . . .	14
1.1.1.4 Effet mémoire double sens (EMD) . . . . .	15
1.1.1.5 Effet retour contraint (ERC) . . . . .	15
1.1.1.6 Effet amortissant (EA) . . . . .	16
1.1.2 Utilisation des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .	17
1.1.2.1 Systèmes actifs . . . . .	17
1.1.2.2 Systèmes passifs . . . . .	24
1.1.3 Propriétés cycliques des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .	27
1.1.3.1 Comportement en super-élasticité cyclique . . . . .	28
1.1.3.2 Comportement en effet mémoire assisté cyclique . . . . .	30
1.2 Modélisation macroscopique du comportement cyclique des Alliages à Mé-	
moire de Forme . . . . .	33
1.2.1 Modèle de Lagoudas <i>et al.</i> . . . . .	33
1.2.2 Modèle d'Auricchio <i>et al.</i> . . . . .	38
1.2.3 Modèle de Moumni <i>et al.</i> . . . . .	41
1.2.4 Modèle de Lexcellent <i>et al.</i> . . . . .	46
1.2.5 Comparaison entre les modèles . . . . .	49
1.3 Conclusion . . . . .	51

<b>2</b>	<b>Étude et modélisation du comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme</b>	<b>53</b>
2.1	Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be . . . . .	55
2.1.1	Matériau étudié . . . . .	55
2.1.2	Démarche expérimentale . . . . .	56
2.1.2.1	Pilotage des essais . . . . .	56
2.1.2.2	Mesure d'effort et de déformation . . . . .	58
2.1.2.3	Suivi de la fraction volumique de martensite par mesure de résistivité . . . . .	59
2.1.3	Résultats expérimentaux . . . . .	60
2.1.3.1	Essai de traction charge-décharge . . . . .	60
2.1.3.2	Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante . . . . .	61
2.1.3.3	Effet point mémoire . . . . .	64
2.1.3.4	Essai traction cyclique « complexe » . . . . .	65
2.1.3.5	Détermination de l'origine de la déformation résiduelle . . . . .	68
2.2	Modélisation du comportement super-élastique cyclique . . . . .	71
2.2.1	Modèle de base . . . . .	71
2.2.1.1	Partition de la déformation . . . . .	71
2.2.1.2	Critères de transformation directe et inverse . . . . .	71
2.2.1.3	Évolution de la déformation de transformation . . . . .	74
2.2.1.4	Fraction volumique de martensite . . . . .	76
2.2.2	Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . . . . .	77
2.2.3	Chargement multiaxial non-proportionnel . . . . .	80
2.2.4	Chargement cyclique . . . . .	84
2.2.4.1	Traction cyclique à amplitude de déformation constante . . . . .	85
2.2.4.2	Traction cyclique « complexe » . . . . .	85
2.3	Identification des paramètres et validation du modèle . . . . .	87
2.3.1	Identification des paramètres du matériau . . . . .	87
2.3.1.1	Chargement de traction cyclique simple . . . . .	88
2.3.1.2	Chargement cyclique « complexe » . . . . .	90
2.3.2	Validation du comportement . . . . .	92
2.3.2.1	Validation quantitative . . . . .	92
2.3.2.2	Validation qualitative . . . . .	93
2.4	Conclusion . . . . .	98

<b>3 Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme</b>	<b>101</b>
3.1 Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be . . . . .	103
3.1.1 Matériau étudié . . . . .	103
3.1.2 Démarche expérimentale . . . . .	104
3.1.2.1 Pilotage des essais . . . . .	104
3.1.2.2 Mesure d'effort et de déformation . . . . .	105
3.1.3 Résultats expérimentaux de super-élasticité . . . . .	106
3.1.3.1 Essai de traction charge-décharge . . . . .	106
3.1.3.2 Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante . . . . .	106
3.1.3.3 Essai de traction cyclique « complexe » . . . . .	109
3.1.4 Résultats expérimentaux d'effet mémoire assisté . . . . .	112
3.1.4.1 Essai d'effet mémoire assisté simple . . . . .	112
3.1.4.2 Essai d'effet mémoire assisté avec point mémoire . . . . .	112
3.1.4.3 Essai d'effet mémoire assisté cyclique . . . . .	113
3.2 Modélisation du comportement thermo-mécanique cyclique . . . . .	115
3.2.1 Modèle de base . . . . .	115
3.2.1.1 Partition de la déformation . . . . .	117
3.2.1.2 Critères de transformation directe et inverse . . . . .	117
3.2.1.3 Évolution de la déformation de transformation . . . . .	118
3.2.1.4 Fraction volumique de martensite . . . . .	123
3.2.2 Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . . . . .	124
3.2.3 Chargement cyclique . . . . .	129
3.2.3.1 Déformation de transformation bloquée . . . . .	130
3.2.3.2 Évolution de la fraction volumique de martensite bloquée . . . . .	130
3.3 Identification et validation du modèle . . . . .	132
3.3.1 Identification des paramètres du matériau . . . . .	132
3.3.1.1 Chargement de traction cyclique simple . . . . .	132
3.3.1.2 Chargement cyclique « complexe » . . . . .	136
3.3.2 Validation du comportement . . . . .	137
3.3.2.1 Validation quantitative . . . . .	137
3.3.2.2 Validation qualitative . . . . .	140
3.4 Conclusion . . . . .	146

<b>4</b>	<b>Simulations de structures en Alliage à Mémoire de Forme sous charge-</b>	<b>149</b>
	<b>ment cyclique</b>	
4.1	Intégration numérique du modèle proposé . . . . .	150
4.1.1	Comportement global du modèle . . . . .	150
4.1.2	Transformation directe . . . . .	152
4.1.3	Transformation inverse . . . . .	154
4.1.4	Mécanisme de réorientation . . . . .	154
4.1.5	Méthode du <i>return-mapping</i> . . . . .	156
4.2	Validation de l'intégration numérique . . . . .	159
4.2.1	Sur un point d'intégration . . . . .	159
4.2.2	Sur un élément de volume . . . . .	165
4.3	Simulation de chargements sur structures . . . . .	168
4.3.1	Chargements super-élastiques . . . . .	169
4.3.1.1	Ressort hélicoïdal . . . . .	169
4.3.1.2	Instrument endodontique . . . . .	173
4.3.2	Chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal . . . .	176
4.3.3	Actionneurs à ressorts antagonistes . . . . .	180
4.4	Conclusion . . . . .	187
	<b>Conclusion</b>	<b>189</b>
	<b>Annexe A</b>	<b>193</b>
	<b>Annexe B</b>	<b>197</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>201</b>

# Table des figures

1.1	Pseudo-diagramme d'état simplifié d'un Alliage à Mémoire de Forme. . . .	8
1.2	Schématisation des mécanismes de déformation lors de la transformation directe. . . . .	9
1.3	Pseudo-diagramme d'état prenant en compte les trois phases d'un Alliage à Mémoire de Forme (Bekker et Brinson (1997)). . . . .	9
1.4	Courbe contrainte-déformation d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti soumis à un chargement mécanique (Tobushi <i>et al.</i> (1995)). . . . .	10
1.5	Courbe contrainte-déformation d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be soumis à un chargement mécanique (Bouvet <i>et al.</i> (2004)). . . . .	10
1.6	Chargements thermo-mécaniques à l'origine des différentes propriétés des Alliages à Mémoire de Forme. . . . .	11
1.7	Comportement super-élastique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be par Bouvet <i>et al.</i> (2004). . . . .	12
1.8	Comportement super-élastique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti par Tobushi <i>et al.</i> (1995). . . . .	12
1.9	Comportement super-élastique en traction-compression d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be par Montecinos <i>et al.</i> (2006). . . . .	12
1.10	Forme du critère de transformation dans le plan des contraintes principales ( $\sigma_I, \sigma_{II}$ ) par Bouvet <i>et al.</i> (2004). . . . .	13
1.11	Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti soumis à un chargement d'effet mémoire simple-sens par Grabe et Bruhns (2009). . . .	14
1.12	Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti lors d'un chargement d'effet mémoire assisté avec une contrainte imposée de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999a). . . . .	14
1.13	Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti lors d'un chargement d'effet mémoire double-sens par Lahoz et Puértolas (2004). . . . .	15
1.14	Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ti-Ni-Cu lors d'un chargement de retour contraint avec une déformation imposée de 6,7 % par Šittner <i>et al.</i> (2000). . . . .	16
1.15	Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ti-Ni lors d'un chargement d'effet amortissant par Liu <i>et al.</i> (1999). . . . .	16
1.16	Thermo-marqueur permettant de détecter une rupture de la chaîne du froid à l'aide d'un ressort en Alliage à Mémoire de Forme, par Nimesis. . . . .	17
1.17	Robinet thermostatique de douche réglant automatiquement les débits d'eau chaude/froide pour obtenir la bonne température, par Furukawa Techno Material. . . . .	18

1.18	Clapet automatique permettant de réguler la lubrification en fonction de la température, par Furukawa Techno Material. . . . .	18
1.19	Soupape de cocotte-minute libérant automatiquement la vapeur pour une température trop élevée, par Furukawa Techno Material. . . . .	19
1.20	Système d'aération se fermant automatiquement lorsque la température extérieure est trop basse, par Furukawa Techno Material. . . . .	19
1.21	Stent vasculaire en Alliage à Mémoire de Forme thermo-mécanique servant à dilater des artères. . . . .	19
1.22	Système de découplage par rupture de vis sans explosion à base d'Alliage à Mémoire de Forme permettant le déploiement de panneaux solaires ou d'antennes de satellites, par TiNi Aerospace. . . . .	20
1.23	Système d'accouplement par serrage à l'aide de bagues en Alliage à Mémoire de Forme, par Intrinsic Devices. . . . .	20
1.24	Agrafes osseuses en Alliage à Mémoire de Forme aidant à la guérison de fractures. . . . .	21
1.25	Actionneur mécanique basé sur un ressort en Alliage à Mémoire de Forme par Gedouin <i>et al.</i> (2009). . . . .	21
1.26	Micro-pince en Alliage à Mémoire de Forme permettant de saisir des microlentilles optiques, par Bellouard (2008). . . . .	21
1.27	Micro-pince en Alliage à Mémoire de Forme permettant de saisir des fibres optiques d'un diamètre de 140 $\mu\text{m}$ par Kohl <i>et al.</i> (2002). . . . .	22
1.28	Aileron déformable utilisant des fils en Alliage à Mémoire de Forme par Rediniotis <i>et al.</i> (2002). . . . .	22
1.29	Micro-pompe utilisant une membrane en Alliage à Mémoire de Forme par Makino <i>et al.</i> (2001). . . . .	22
1.30	Micro-robot utilisant un fil en Alliage à Mémoire de Forme par Chang-jun <i>et al.</i> (2004). . . . .	23
1.31	Moteur rotatif à base de fils en Alliage à Mémoire de Forme par Schiller (2002). . . . .	23
1.32	Mécanisme de blocage de la trappe de pellicule d'un appareil photo réalisé à l'aide d'un fil en Alliage à Mémoire de Forme, par Furukawa Techno Material. . . . .	24
1.33	Pincettes chirurgicales permettant de limiter l'effort appliqué grâce aux Alliages à Mémoire de Forme, par Memry. . . . .	24
1.34	Appareil dentaire en Alliage à Mémoire de Forme permettant l'application d'un effort constant. . . . .	25
1.35	Instrument endodontique en Alliage à Mémoire de Forme s'adaptant à la forme des canaux dentaires. . . . .	25
1.36	Stent vasculaire en Alliage à Mémoire de Forme super-élastique servant à dilater des artères. . . . .	26
1.37	Montures de lunettes utilisant la super-élasticité des Alliages à Mémoire de Forme, par Eyeglasses-online. . . . .	26
1.38	Pare-soleil avec une armature en Alliage à Mémoire de Forme permettant de le plier et de le déplier facilement. . . . .	26

1.39	Système d'amortissement anti-sismique utilisant des Alliages à Mémoire de Forme par DesRoches et Smith (2004). . . . .	27
1.40	Nombre de publications par an traitant du comportement cyclique pour les aciers et pour les Alliages à Mémoire de Forme depuis 1960 sur science-direct. . . . .	28
1.41	Courbe de contrainte-déformation en traction cyclique sur un mono-cristal de Ni-Ti par Gall et Maier (2002). . . . .	28
1.42	Courbe de contrainte-déformation en traction cyclique sur un Ni-Ti par Olbricht <i>et al.</i> (2008). . . . .	29
1.43	Courbes de contrainte-déformation en traction cyclique sur un Ni-Ti par Kang <i>et al.</i> (2009) avec des contraintes maximales de 450 MPa et 500 MPa. . . . .	29
1.44	Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 49 MPa sur un Cu-Zn-Al par Lexcelent <i>et al.</i> (2000). . . . .	30
1.45	Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 150 MPa sur un Ni-Ti par Kockar <i>et al.</i> (2008). . . . .	31
1.46	Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 300 MPa sur un Ni-Ti par Miller et Lagoudas (2001). . . . .	31
1.47	Courbes de déformation-température lors de cyclages thermiques sous différentes contrainte sur un Ni-Ti par Miller et Lagoudas (2001). . . . .	32
1.48	Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté avec boucles internes sous une contrainte de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999b). . . . .	36
1.49	Simulation d'un chargement de retour contraint en refroidissement par Popov et Lagoudas (2007). . . . .	36
1.50	Comparaison entre les résultats des simulations et des essais pour un chargement de traction cyclique et un chargement d'effet mémoire assisté avec points mémoire, permettant l'identification des paramètres du modèle développé par Lagoudas et Entchev (2004) . . . . .	37
1.51	Comparaison entre les résultats des simulations et des essais pour un chargement de traction cyclique et un chargement d'effet mémoire assisté avec point mémoire, permettant la validation du comportement du modèle développé par Lagoudas et Entchev (2004) . . . . .	37
1.52	Simulation d'un chargement super-élastique cyclique par Auricchio <i>et al.</i> (2007). . . . .	39
1.53	Simulation d'un chargement super-élastique de traction cyclique suivie de compression cyclique par Auricchio <i>et al.</i> (2007). . . . .	39
1.54	Simulation d'un chargement cyclique de pseudo-plasticité suivi d'un chauffage par Auricchio <i>et al.</i> (2007). . . . .	40
1.55	Simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique en forme de sablier par Auricchio <i>et al.</i> (2007). . . . .	40
1.56	Simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré par Auricchio <i>et al.</i> (2007). . . . .	41
1.57	Identification de paramètres dépendant du matériau sur un chargement pseudo-plastique pour le modèle de Zaki et Mounni (2007b). . . . .	43
1.58	Identification de paramètres dépendant du matériau sur un chargement super-élastique cyclique pour le modèle de Zaki et Mounni (2007a). . . . .	44

1.59	Simulation d'un chargement super-élastique cyclique par Zaki et Moumni (2007a). . . . .	44
1.60	Simulation d'un chargement thermo-mécanique cyclique par Zaki et Moumni (2007a) avec une contrainte appliquée de 100 MPa. . . . .	45
1.61	Comparaison de la simulation d'un chargement multiaxial par Moumni <i>et al.</i> (2008) avec les résultats d'essais obtenus par Tokuda <i>et al.</i> (1999). . .	45
1.62	Comparaison de la simulation d'un chargement de pseudo-plasticité et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Al-Be par Malécot (2005). . . . .	47
1.63	Comparaison de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sous une contrainte de 50 MPa et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Zn-Al par Malécot (2005). . . . .	47
1.64	Comparaison de la simulation d'un chargement super-élastique cyclique et de l'essai correspondant sur un alliage de Ni-Ti par Malécot (2005). . . . .	48
1.65	Comparaison de la simulation d'un chargement super-élastique cyclique et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Al-Be par Malécot (2005). . .	48
2.1	Micrographie de la section du fil en Cu-Al-Be1 après traitement thermique.	55
2.2	Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle thermique sur un fil en Cu-Al-Be1. . . . .	56
2.3	Montage utilisé lors des essais de traction. . . . .	57
2.4	Évolution de la température moyenne au cours d'un essai de traction cyclique.	57
2.5	Capteur de force utilisé lors des essais de traction. . . . .	58
2.6	Extensomètre électro-mécanique utilisé lors des essais de traction pour mesurer la déformation de l'éprouvette. . . . .	58
2.7	Méthode des « 4 points » permettant de mesurer la résistivité de l'alliage. .	59
2.8	Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation au cours d'un essai de traction cyclique. . . . .	60
2.9	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple. . . . .	61
2.10	Courbes de contrainte-déformation des essais de traction cyclique à amplitude constante de déformation. . . . .	62
2.11	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante. . . . .	62
2.12	Évolution de la pente à la recharge, $E_r$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante. . . . .	63
2.13	Évolution de la contrainte seuil de transformation, $\sigma_0^t$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.	63
2.14	Trajet de chargement en déformation permettant d'illustrer l'effet point mémoire. . . . .	64
2.15	Courbe de contrainte-déformation de l'essai illustrant l'effet point mémoire.	65
2.16	Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante. . . . .	65
2.17	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante. . . . .	66



2.18	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante. . . . .	66
2.19	Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. . . . .	67
2.20	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées. . . . .	67
2.21	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. . . . .	68
2.22	Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors de l'essai de traction cyclique à amplitude constante suivi d'un flash thermique. . . . .	69
2.23	Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors du flash thermique. . . . .	69
2.24	Comparaison entre les courbes contrainte-déformation d'essais de traction et de compression réalisés sur un Ni-Ti par Orgéas et Favier (1998). . . . .	72
2.25	Formes des critères de transformation avec un minimum et un maximum de dissymétrie traction-compression. . . . .	73
2.26	Formes des critères de transformation du modèle de Bouvet <i>et al.</i> (2004). . . . .	73
2.27	Définition des angles $\theta$ et $\alpha$ en fonction de la déformation de transformation. . . . .	74
2.28	Évolution de la déformation de transformation, $\varepsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur. . . . .	75
2.29	Évolution de la déformation de transformation, $\varepsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur lors de la réorientation. . . . .	76
2.30	Évolution de $\delta(z)$ lors de la transformation. . . . .	78
2.31	Évolution de $R(z)$ lors de la transformation. . . . .	79
2.32	Erreur dans la direction de l'évolution de la déformation de transformation en transformation directe, $\varepsilon^{tr}$ . . . . .	80
2.33	Formes des surfaces seuils et domaine élastique de l'alliage biphasé. . . . .	81
2.34	Direction de l'évolution de la déformation de transformation, $\varepsilon^{tr}$ , en transformation directe avec une forme du critère de transformation inverse modifiée. . . . .	81
2.35	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction. . . . .	82
2.36	Position des critères de transformation par rapport à la contrainte et évolution de la déformation de transformation, $\varepsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur. . . . .	83
2.37	Influence de la valeur de $\delta_1^{min}$ sur celle de la déformation résiduelle, $\varepsilon^r$ . . . . .	84
2.38	Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique par le modèle présenté jusqu'à présent. . . . .	84
2.39	Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante. . . . .	86
2.40	Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation de l'essai de traction à amplitudes alternées après prise en compte des changements d'amplitude. . . . .	87
2.41	Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple. . . . .	88

2.42	Comparaison entre la simulation des chargements de traction cyclique à amplitude constante et les résultats des essais correspondants. . . . .	89
2.43	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante et celle lors des simulations correspondantes. . . . .	90
2.44	Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante et les résultats des essais correspondants . . . . .	90
2.45	Comparaison entre la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées et les résultats de l'essai correspondant. . . . .	91
2.46	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante. . . . .	91
2.47	Comparaison entre la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante et les résultats de l'essai correspondant. . . . .	92
2.48	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante. . . . .	93
2.49	Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.	93
2.50	Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos <i>et al.</i> (2006). . . . .	94
2.51	Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré. . . . .	95
2.52	Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré. . . . .	96
2.53	Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet <i>et al.</i> (2002). . . . .	96
2.54	Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique triangle. . . . .	97
2.55	Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet <i>et al.</i> (2002). . . . .	97
3.1	Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle en température sans contrainte sur un fil en Cu-Al-Be <sub>2</sub> . . . . .	104
3.2	Enceinte thermique utilisée pour les essais à température contrôlée. . . . .	104
3.3	Contrôleur de température Eurotherm. . . . .	105
3.4	Capteur de force utilisé lors des essais. . . . .	105
3.5	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple. . . . .	106
3.6	Courbes de contrainte-déformation d'essais de traction cyclique à amplitude constante de déformation. . . . .	107
3.7	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes. . . . .	108

3.8	Évolution de la pente à la recharge en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes. . . . .	108
3.9	Évolution de la contrainte seuil de transformation, $\sigma_0^t$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.	109
3.10	Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante. . . . .	109
3.11	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante. . . . .	110
3.12	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante. . . . .	110
3.13	Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.	111
3.14	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées. . . . .	111
3.15	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. . . . .	112
3.16	Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté. . .	113
3.17	Trajet de chargement en température permettant d'illustrer l'effet point mémoire pour les chargements d'effet mémoire assisté. . . . .	113
3.18	Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté illustrant l'effet point mémoire. . . . .	114
3.19	Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté cyclique. . . . .	114
3.20	Évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et de la transformation cumulée lors de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique.	115
3.21	Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique grâce au modèle développé dans le chapitre 2. . . . .	116
3.22	Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté grâce au modèle développé dans le chapitre 2 sans prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques. . . . .	116
3.23	Formes des critères de transformation avec un minimum et un maximum de dissymétrie traction-compression. . . . .	118
3.24	Formes des critères de transformation du modèle. . . . .	119
3.25	Position des critères de transformation par rapport à la contrainte et évolution de la déformation de transformation. . . . .	121
3.26	Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction. . . . .	122
3.27	Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté. . .	123
3.28	Évolution de la déformation de transformation équivalente maximale en fonction de la contrainte appliquée par Lexcellent <i>et al.</i> (2000). . . . .	124
3.29	Évolution de la taille du domaine élastique en fonction de la fraction volumique de martensite. . . . .	126
3.30	Évolution de $\delta(z)$ lors de la transformation. . . . .	126
3.31	Évolution de $R(z)$ lors de la transformation. . . . .	128

3.32	Incohérence dans la position des critères de transformation au cours d'un chargement d'effet mémoire assisté sous faible contrainte. . . . .	129
3.33	Évolution des points mémoire lors de l'apparition de martensite bloquée. .	131
3.34	Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple. . . . .	132
3.35	Comparaison entre la simulation de chargements de traction cyclique à amplitude constante et les résultats des essais correspondants. . . . .	134
3.36	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais cycliques à amplitudes constantes et celle lors des simulations correspondantes. . . . .	135
3.37	Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction du nombre de cycles lors de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante et les résultats des essais correspondants . .	135
3.38	Comparaison entre la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées et le résultat de l'essai correspondant. . . . .	136
3.39	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante. . . . .	136
3.40	Comparaison entre la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante et le résultat de l'essai correspondant. . . . .	137
3.41	Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante. . . . .	138
3.42	Comparaison entre la simulation du chargement d'effet mémoire assisté avec point mémoire et le résultat de l'essai correspondant. . . . .	138
3.43	Comparaison entre la simulation du chargement d'effet mémoire assisté cyclique et les résultats de l'essai correspondant. . . . .	139
3.44	Comparaison entre l'évolution des déformations résiduelles à basse et haute températures en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique et celles lors de la simulation correspondante. . .	139
3.45	Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.	140
3.46	Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos <i>et al.</i> (2006). . . . .	140
3.47	Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré. . . . .	142
3.48	Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré. . . . .	143
3.49	Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet <i>et al.</i> (2002). . . . .	143
3.50	Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique triangle. . . . .	144
3.51	Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet <i>et al.</i> (2002). . . . .	144
3.52	Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique avec des paramètres dépendant du matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti. . .	145

3.53	Résultat d'un essai de traction cyclique sur un Ni-Ti par Lagoudas et Entchev (2004). . . . .	145
4.1	Organigramme global de la méthode d'intégration numérique du modèle. . .	151
4.2	Organigramme de l'intégration numérique de la transformation directe. . .	153
4.3	Organigramme de l'intégration numérique de la transformation inverse. . .	155
4.4	Organigramme de l'intégration numérique du mécanisme de réorientation. .	156
4.5	Schéma de l'évolution de la contrainte au cours d'un pas de l'intégration numérique par la méthode du <i>return-mapping</i> dans l'espace déviatorique. .	159
4.6	Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Matlab de chargements de traction avec points mémoire et deux pas de calculs différents, de cisaillement et de compression et l'évolution de la déformation en fonction de la température lors de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté. . . . .	160
4.7	Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite pendant la réorientation. . . . .	161
4.8	Résultats de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation. . . . .	162
4.9	Évolutions lors des simulations sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et pour deux pas, $p$ , et deux précisions, $e$ , différents, de la contrainte en fonction de la déformation au niveau du point mémoire bas de la boucle interne. . . . .	162
4.10	Évolution lors des simulations avec deux pas et deux précisions différents sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse. . . . .	163
4.11	Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite lors de la réorientation, avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation. . . . .	164
4.12	Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Cast3M de chargements de traction avec points mémoire et de cisaillement. . . . .	165
4.13	Évolutions respectivement de la contrainte en fonction de la déformation et de la déformation en fonction de la température lors des simulations sous Cast3M de chargements de compression et d'effet mémoire assisté. . . . .	166
4.14	Résultats de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré. . . . .	166

4.15	Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction avec points mémoire de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse. . . . .	167
4.16	Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes, du nombre d'itérations de réorientation et de la fraction volumique de martensite. . . . .	168
4.17	Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	169
4.18	Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	170
4.19	Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.	170
4.20	Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	171
4.21	Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique. . . . .	171
4.22	Évolution de l'effort en fonction de la déflexion du ressort lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	172
4.23	Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique. . . . .	172
4.24	Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	173
4.25	Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	173
4.26	Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.	174
4.27	Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	174
4.28	Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique. . . . .	175

4.29	Évolution de l'effort en fonction de la déflexion de l'outil endodontique lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	175
4.30	Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique. . . . .	176
4.31	Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme après pré-contrainte. . . . .	176
4.32	Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température et représentation de la déformée lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	177
4.33	Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté . . . . .	178
4.34	Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	178
4.35	Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté. . . . .	179
4.36	Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température lors d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme. . . . .	179
4.37	Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique. . . . .	180
4.38	Maillages utilisés pour la simulation d'un actionneur à ressorts antagonistes après pré-contrainte. . . . .	181
4.39	Évolution du déplacement d'un actionneur en fonction de la température et représentation de la déformée des ressorts. . . . .	181
4.40	Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux de l'actionneur AMF/élastique après pré-contrainte. . . . .	182
4.41	Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/élastique après refroidissement . . . . .	182
4.42	Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après pré-contrainte. . . . .	183
4.43	Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après refroidissement . . . . .	183
4.44	Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique. . . . .	184
4.45	Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF. . . . .	184

4.46	Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique. . .	185
4.47	Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF. . . . .	185
4.48	Évolution en fonction de la température, du déplacement de la zone centrale des actionneurs AMF/élastique et AMF/AMF. . . . .	186
4.49	Évolution en fonction de la température de l'effort résultant appliqué sur les actionneurs AMF/élastique et AMF/AMF. . . . .	186
4.50	Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section du ressort sur lequel est appliqué le chargement d'effet mémoire assisté cyclique des actionneurs. . . . .	187
B.1	Évolution de la valeur des critères de transformation et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse lors de la simulation sous Matlab de chargements de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté. .	197
B.2	Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation sous Matlab de chargements de cisaillement et de compression. . . . .	198
B.3	Évolution de la valeur des critères de transformation et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse lors de la simulation sous Cast3M de chargements de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté. .	198
B.4	Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation sous Cast3M de chargements de cisaillement et de compression. . . . .	199



# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Lagoudas et Entchev (2004).	38
1.2	Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Auricchio <i>et al.</i> (2007).	41
1.3	Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Zaki et Moumni (2007a).	45
1.4	Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Malécot (2005).	49
1.5	Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.	50
2.1	Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1.	56
2.2	Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxial simple pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.	88
2.3	Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.	88
2.4	Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.	99
3.1	Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1 et du Cu-Al-Be2.	103
3.2	Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxiale simple pour le Cu-Al-Be2 à 80°C.	133
3.3	Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be2 à 80°C.	133
3.4	Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité utilisés pour simuler un chargement sur un alliage de Ni-Ti.	146
3.5	Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.	148



Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sont des métaux qui présentent un comportement thermo-mécanique tout à fait particulier par rapport aux autres matériaux métalliques. Ils font en effet partie d'un groupe de matériaux que l'on dit actifs ou « intelligents » (*smart materials* en anglais). Cette famille inclut entre autres les matériaux piézo-électriques, les magnéto-strictifs, certains polymères et des fluides électro-rhéologiques (p. ex., de Rosnay (2000)).

Ces matériaux sont spéciaux car ils possèdent certaines caractéristiques qui peuvent leur permettre d'agir comme un capteur, comme un actionneur ou même parfois comme un processeur. Ils présentent en effet la capacité à modifier naturellement leurs propriétés physiques lorsqu'ils sont soumis à une stimulation. Par exemple les matériaux piézo-électriques produisent une tension électrique lorsqu'ils subissent une déformation ou une contrainte mécanique, et inversement se déforment lorsqu'ils sont soumis à un courant électrique (p. ex., Arnau (2003)). Les magnéto-strictifs se déforment lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique (p. ex., Billardon et Hirsinger (1995)). Les fluides électro-rhéologiques sont, eux, capables de se rigidifier lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique (p. ex., Shulman *et al.* (1981)). Les Alliages à Mémoire de Forme présentent la capacité, après avoir été déformés à froid, de retrouver leur forme initiale au delà d'une certaine température. Au dessus de cette température, ils sont aussi capables de présenter une importante déformation réversible lorsqu'ils sont soumis à une déformation ou une contrainte mécanique.

Les Alliages à Mémoire de Forme sont donc utilisés dans un grand nombre d'applications. La première propriété qui consiste à se déformer lorsqu'une température seuil est franchie est utilisée par exemple pour réaliser des contrôleurs de température qui vont adapter le fonctionnement du mécanisme en fonction de la température (Furukawa Techno Material). Elle permet aussi de concevoir des actionneurs qui vont se déformer ou appliquer un effort lorsqu'ils seront soumis à un courant électrique qui va chauffer le matériau par effet Joule (Bellouard (2008)).

La seconde propriété qui consiste à autoriser une grande déformation réversible au delà d'un effort donné est utilisée dans certaines montures de lunettes « flexibles », qui peuvent être tordues et reprendre leur forme malgré tout (Eyeglasses-online). Elle permet aussi de réaliser des outils adaptatifs tels des pinces chirurgicales avec limiteur de force ou des mèches d'outils dentaires qui vont autoriser une importante déformation.

On peut remarquer que ces applications impliquent majoritairement que le matériau soit soumis à des chargements cycliques. Cependant lors de ces sollicitations cycliques, le comportement de l'alliage n'est pas identique à celui observé lors d'un simple cycle. Des phénomènes tels que l'effet point mémoire ou une déformation résiduelle en fin de décharge apparaissent (p. ex., Dutkiewicz (1994); Šittner *et al.* (1995); Strnadel *et al.* (1995); Tanaka *et al.* (1995); LExcellent *et al.* (1996); Arrigoni *et al.* (2001); Gall et Maier (2002); Krone *et al.* (2005); Predki *et al.* (2006) et Wang *et al.* (2008)). Des modèles permettant de décrire ces phénomènes sont donc nécessaires pour permettre ou valider la conception de mécanismes à base d'Alliages à Mémoire de Forme.

Le comportement thermo-mécanique des Alliages à Mémoire de Forme a donc été largement étudié depuis une trentaine d'années (p. ex., Edwards *et al.* (1975); Guélin (1980); Guenin et Gobin (1980); Melton et Mercier (1981); Funakubo (1987); Patoor et Berveiller

(1994); Otsuka et Ren (1999) et Otsuka et Wayman (1999)). On retrouve dans ces études les différentes approches traditionnelles utilisées en mécanique des matériaux, telles que les modélisations microscopiques, phénoménologiques et micro-macro. Cependant parmi celles-ci très peu concernent le cas de la modélisation du comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique (p. ex., Lagoudas et Bo (1999); Auricchio et Sacco (2001); Zaki et Moumni (2007a) et Malécot (2005)). Pourtant la plupart des applications sont concernées puisqu'elles imposent généralement un chargement cyclique sur le matériau. De plus il est nécessaire de bien connaître et de bien savoir modéliser le comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme si l'on souhaite aborder l'étude de la tenue en fatigue de ces alliages.

Des choix sont alors à faire avant d'aborder la modélisation du comportement cyclique. En effet, il existe trois approches possibles pour aborder la modélisation du comportement d'un matériau, une approche très locale se basant sur les phénomènes physiques, une approche avec transition d'échelle qui permet de relier un comportement global au comportement local, et une approche macroscopique qui ne se base que sur le comportement global :

- Les modèles microscopiques sont basés comme leur nom l'indique sur la description d'évènements se produisant à l'échelle micro, tels que la nucléation, le mouvement d'interfaces, l'apparition de variantes, etc (p. ex., Falk (1980, 1983, 1987, 1989); Ball et James (1987) et Ball et James (1992)). Les fractions volumiques ne sont alors pas considérées comme des variables internes mais comme des conséquences des mouvements d'interfaces. Cette approche est donc plus appropriée pour la description des phénomènes physiques que celle d'un comportement macroscopique.
- Les modèles micro-macro introduits par Patoor *et al.* (1988), combinent des ingrédients de la micro-mécanique (tels que les plans d'habitat, les variantes de martensite, etc) avec la thermodynamique (p. ex., Patoor *et al.* (1994); Sun et Hwang (1993a,b); Fischer et Tanaka (1992); Fischer *et al.* (1994); Lexcellent *et al.* (1996); Lu et Weng (1997, 1998); Tokuda *et al.* (1999); Nemat-Nasser *et al.* (2005); Patoor *et al.* (2006); Lagoudas *et al.* (2006) et Sun et He (2008)). Les équations constitutives sont définies à l'échelle microscopique et une méthode de localisation est alors nécessaire pour déterminer l'état de contrainte locale. De plus les valeurs macroscopiques sont obtenues à partir des données microscopiques à l'aide de techniques d'homogénéisation. Ces modèles permettent donc de rester proche de la physique des phénomènes, mais le nombre de variables internes nécessaires est important.
- Les modèles macroscopiques s'intéressent uniquement aux quantités macroscopiques, ce qui entraîne que seule une description globale du comportement mécanique est possible (p. ex., Tanaka (1986); Raniecki *et al.* (1992); Raniecki et Lexcellent (1994); Boyd et Lagoudas (1994); Atanackovic et Müller (1995); Bouvet *et al.* (2004) et Panico et Brinson (2007)). L'implémentation numérique est alors beaucoup plus simple et légère, mais donne des résultats moins prédictifs du comportement.

Un choix entre ces différentes approches est donc à réaliser. Le but de l'étude est de développer un modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme pouvant être utilisé dans un code de calcul par éléments finis. Pour cela, nous déterminerons le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargements cycliques en réalisant

des essais qui donnent l'évolution de grandeurs macroscopiques. Un modèle permettant de décrire l'évolution de variables représentant ces grandeurs a alors été écrit. Enfin le modèle sera implanté dans le code de calcul pour réaliser des simulations de chargements macroscopiques. Le passage à une échelle microscopique entraîne un nombre important de variables internes qui alourdirait le modèle. Nous avons donc choisi parmi les trois approches possibles, une approche macroscopique phénoménologique qui paraît plus adaptée. Suivant la démarche décrite auparavant le plan du mémoire sera donc le suivant :

Le premier chapitre de ce mémoire présente succinctement les Alliages à Mémoire de Forme et les différents comportements qui apparaissent en fonction du chargement qu'on leur impose. Puis une liste non-exhaustive décrit les différentes applications utilisant les propriétés des Alliages à Mémoire de Forme. Ces applications entraînent généralement un chargement cyclique sur ces alliages. Nous montrerons donc les propriétés que les Alliages à Mémoire de Forme présentent pour ce type de chargement.

Enfin nous décrirons différents modèles permettant la simulation du comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique, afin d'analyser les pistes d'études présentes dans la littérature et celles qui ne sont pas abordées.

Dans le second chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude du comportement super-élastique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be sous chargement cyclique. Nous avons donc réalisé une série d'essais de traction cycliques permettant de définir au mieux le comportement de l'alliage, tels que des chargements à différentes amplitudes de déformation, ou qui montrent l'effet point mémoire, ou encore avec une amplitude variable au cours du cyclage. L'origine de la déformation résiduelle a été déterminée grâce à un flash thermique appliqué à la fin des essais cycliques.

À partir de l'analyse des résultats obtenus dans la partie expérimentale, un modèle permettant de décrire le comportement cyclique multiaxial non-proportionnel est alors développé. Il se base sur le modèle proposé par Bouvet *et al.* (2004) et permet de modéliser l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage sans introduire de variable d'état supplémentaire. Il prend aussi en compte les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme observées lors des essais et dans la littérature, telles que la dissymétrie traction-compression, l'effet point mémoire, la réorientation de la martensite, la baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage, la proportionnalité entre la déformation de transformation et la fraction volumique de martensite. . .

Les paramètres du modèle ont alors été identifiés à partir de certains des essais réalisés. Puis le comportement du modèle est validé quantitativement en comparant les résultats de simulations avec ceux des essais réalisés précédemment et non utilisés pour l'identification. Il est aussi validé qualitativement en comparant avec les résultats d'essais pour différents types de chargements trouvés dans la littérature.

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude du comportement thermo-mécanique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be sous chargement cyclique. En effet le modèle développé dans le chapitre précédent ne permet pas de décrire correctement l'apparition de la déformation résiduelle pour l'ensemble des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement de super-élasticité cyclique. Il ne permet pas non plus de décrire le comportement sous chargement d'effet mémoire assisté cyclique. Nous avons

donc réalisé une seconde série d'essais contenant des chargements thermo-mécaniques cycliques.

À partir de l'analyse de ces nouveaux résultats, une seconde version du modèle permettant de décrire le comportement thermo-mécanique cyclique multiaxial non-proportionnel des Alliages à Mémoire de Forme est alors développée. Elle est similaire au modèle développé dans le chapitre précédent, mais prend en compte la température et introduit la présence de martensite bloquée qui permettra de décrire l'apparition de la déformation résiduelle lors des différents chargements cycliques.

Enfin, là aussi, les paramètres du modèle ont été identifiés à partir de certains des essais réalisés. Puis le comportement du modèle est validé quantitativement en comparant les résultats de simulations avec ceux des essais réalisés précédemment et non utilisés pour l'identification. Il est aussi validé qualitativement en comparant avec les résultats d'essais pour différents types de chargements trouvés dans la littérature.

Dans le quatrième chapitre, l'intégration numérique du modèle dans le code de calcul par éléments finis CAST3M est décrite et validée sur un point d'intégration puis sur un élément de volume. Enfin la simulation de chargements mécaniques et thermo-mécaniques sont réalisées sur différentes structures, afin de vérifier le bon fonctionnement du modèle.

Pour finir, nous présenterons les conclusions de l'étude réalisée, et les différentes perspectives envisageables pour compléter les points non abordés lors de l'étude.

# Chapitre 1

## Comportement thermo-mécanique des Alliages à Mémoire de Forme

*Le commencement de toutes les sciences, c'est  
l'étonnement de ce que les choses sont ce qu'elles  
sont.*

Aristote (-384--322)

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Présentation des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1.1	Transformation martensitique dans les Alliages à Mémoire de Forme	7
1.1.1.1	Super-élasticité (SE) . . . . .	11
1.1.1.2	Effet mémoire simple-sens (EMS) . . . . .	13
1.1.1.3	Effet mémoire assisté (EMA) . . . . .	14
1.1.1.4	Effet mémoire double sens (EMD) . . . . .	15
1.1.1.5	Effet retour contraint (ERC) . . . . .	15
1.1.1.6	Effet amortissant (EA) . . . . .	16
1.1.2	Utilisation des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .	17
1.1.2.1	Systèmes actifs . . . . .	17
1.1.2.2	Systèmes passifs . . . . .	24
1.1.3	Propriétés cycliques des Alliages à Mémoire de Forme . . . . .	27
1.1.3.1	Comportement en super-élasticité cyclique . . . . .	28
1.1.3.2	Comportement en effet mémoire assisté cyclique . . . . .	30
<b>1.2</b>	<b>Modélisation macroscopique du comportement cyclique des Al- liages à Mémoire de Forme . . . . .</b>	<b>33</b>
1.2.1	Modèle de Lagoudas <i>et al.</i> . . . . .	33

1.2.2	Modèle d'Auricchio <i>et al.</i> . . . . .	38
1.2.3	Modèle de Moumni <i>et al.</i> . . . . .	41
1.2.4	Modèle de Lexcellent <i>et al.</i> . . . . .	46
1.2.5	Comparaison entre les modèles . . . . .	49
<b>1.3</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>51</b>

---



Ce premier chapitre comporte deux parties. La première permet d'expliquer brièvement le comportement spécifique des Alliages à Mémoire de Forme et en particulier le comportement sous chargement cyclique, afin de présenter les différents problèmes rencontrés lors de ces chargements.

La seconde présente le fonctionnement de différents modèles de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme proposés dans la littérature. Leur comparaison permettra de montrer les problèmes de la première partie qui ne sont pas encore pris en compte et auxquels nous tenterons de répondre dans les chapitres suivants.

## 1.1 Présentation des Alliages à Mémoire de Forme

Cette section a pour but de présenter rapidement les Alliages à Mémoire de Forme et en particulier leur comportement macroscopique sous chargement thermo-mécanique cyclique.

Tout d'abord nous allons présenter l'origine des spécificités des Alliages à Mémoire de Forme : la transformation de phase solide-solide appelée transformation martensitique par analogie avec les aciers. Cette présentation est relativement succincte mais il est possible de trouver des explications plus détaillées dans les références suivantes : Guélin (1980); Guenin et Gobin (1980); Wayman (1992); Patoor et Berveiller (1994); Berveiller et Fischer (1997); Otsuka et Wayman (1999) et Otsuka et Ren (1999).

Dans une seconde partie, nous présenterons un ensemble d'applications dont le principe de fonctionnement se base sur l'utilisation d'Alliages à Mémoire de Forme. La description de ces applications montrera qu'une grande majorité soumet un chargement cyclique à l'Alliage à Mémoire de Forme. Or c'est justement ce type de chargement qui entraîne la dégradation des propriétés des Alliages à Mémoire de Forme et parfois jusqu'à rupture.

Enfin le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement thermo-mécanique cyclique sera donc étudié plus en détail afin de présenter les points particuliers du comportement pour ce type de chargement. Des déductions sur les mécanismes physiques mis en jeu seront faites afin d'orienter les essais qui seront mis en place par la suite.

### 1.1.1 Transformation martensitique dans les Alliages à Mémoire de Forme

Les Alliages à Mémoire de Forme tirent leurs propriétés d'un changement de phase displacif, c'est à dire sans diffusion d'atomes et donc de changement de composition chimique. La transformation de phase consiste en un mouvement de l'interface entre les phases. Elle est donc indépendante du temps, uniquement limitée par la vitesse de propagation qui ne peut dépasser la vitesse du son dans l'alliage. Elle se traduit par une déformation homogène du réseau cristallographique et n'entraîne pas de variation de volume (dans le cas des Alliages à Mémoire de Forme). Ces propriétés permettent donc d'avoir une transformation de phase quasiment instantanée et généralement réversible.

Les phases cristallographiques des Alliages à Mémoire de Forme sont respectivement appelées par analogie avec les aciers :

- martensite pour la phase à basse température,
- austénite pour la phase à plus haute température.

La transformation d'une phase de l'alliage à l'autre se fait sur une plage de température qui varie linéairement en fonction de la contrainte et qui dépend du sens de la transformation (austénite en martensite, ou martensite en austénite). Ces limites de transformation sont représentées sur le pseudo-diagramme d'état d'un Alliage à Mémoire de Forme, figure 1.1. Les températures caractéristiques (c'est-à-dire à contrainte nulle) de transformation sont notées :

- $M_s^0$  température de début de transformation directe (austénite en martensite),
- $M_f^0$  température de fin de transformation directe,
- $A_s^0$  température de début de transformation inverse (martensite en austénite),
- $A_f^0$  température de fin de transformation inverse.

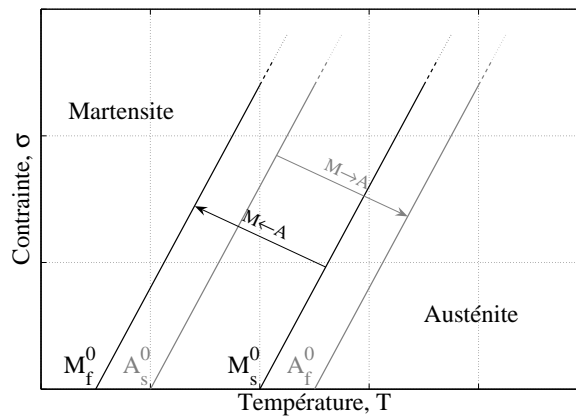


Figure 1.1 – Pseudo-diagramme d'état simplifié d'un Alliage à Mémoire de Forme.

L'interface commune entre les deux phases impose que la transformation soit liée à une déformation dite « à plan invariant ». Il en résulte que seules certaines déformations du réseau cristallographique sont acceptables. La martensite peut donc se présenter sous différentes formes appelées variantes.

Lorsque la transformation directe se fait sous une contrainte suffisamment élevée, seules les variantes les mieux orientées vont apparaître entraînant alors une déformation macroscopique. La martensite créée est alors appelée martensite orientée (figure 1.2a). Par contre, sans contrainte, les différentes variantes de martensite vont apparaître de manière à s'accommoder entre elles et à ne pas introduire de déformation macroscopique. La martensite créée est appelée martensite thermique ou auto-accommodée (figure 1.2b).

Lorsque la direction du chargement change, les variantes de martensite présentes dans le matériau vont se transformer en d'autres variantes mieux orientées. Ce phénomène est appelé la réorientation de la martensite.

Le pseudo-diagramme prenant en compte la présence de la martensite auto-accommodée a été introduit par Bekker et Brinson (1997) (figure 1.3). On y observe les cinq transformations possibles (qui peuvent se faire simultanément) :

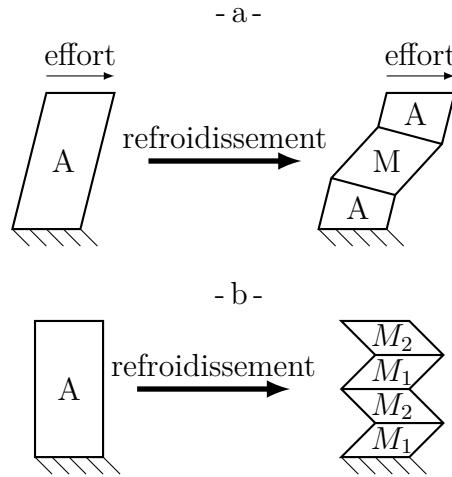


Figure 1.2 – Schématisation des mécanismes de déformation lors de la transformation directe : a) sous contrainte, et b) en variantes auto-accommodées sans contrainte.

- la transformation directe d’austénite en martensite orientée lorsque la contrainte est suffisamment élevée ( $A \rightarrow M_\sigma$ ),
- la transformation inverse de la martensite orientée en austénite ( $M_\sigma \rightarrow A$ ),
- la transformation directe d’austénite en martensite auto-accommodée pour de faibles contraintes ( $A \rightarrow M_{th}$ ),
- la transformation inverse de martensite auto-accommodée en austénite ( $M_{th} \rightarrow A$ ),
- la transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée ( $M_{th} \rightarrow M_\sigma$ ).

On remarque que la transformation de la martensite orientée en martensite auto-accommodée n’est pas possible sans passer par l’état austénitique.

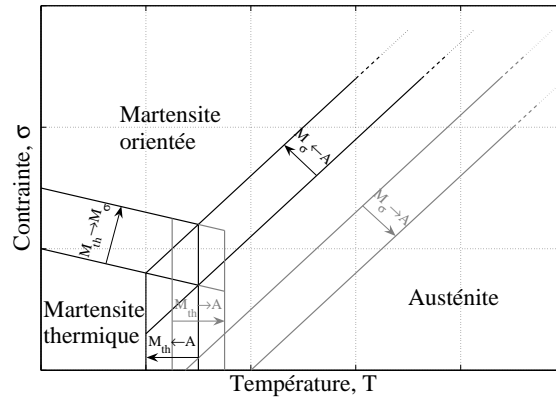


Figure 1.3 – Pseudo-diagramme d’état prenant en compte les trois phases d’un Alliage à Mémoire de Forme (Bekker et Brinson (1997)).

Il existe plusieurs types d’alliages qui présentent cette transformation de phase martensitique et donc ces propriétés. Ils font donc partie des Alliages à Mémoire de Forme mais présentent des comportements qui peuvent être relativement différents. Ils se répartissent principalement dans deux familles :

- Les alliages de Ni-Ti se composent d'environ la moitié de nickel et l'autre moitié de titane, plus quelques additifs (du cuivre ou du niobium par exemple). Ceux-ci permettent entre autres de définir les températures caractéristiques de transformation sur une plage allant de  $-100^{\circ}\text{C}$  à  $100^{\circ}\text{C}$ . La déformation de transformation de ces alliages peut aller jusqu'à 10 % en moyenne. L'évolution des températures de transformation en fonction de la contrainte est d'environ 7 MPa par  $^{\circ}\text{C}$ . Les alliages de Ni-Ti présentent la grande majorité du temps, un comportement à plateau traduisant l'aspect instable de la transformation dans ces alliages (figure 1.4).

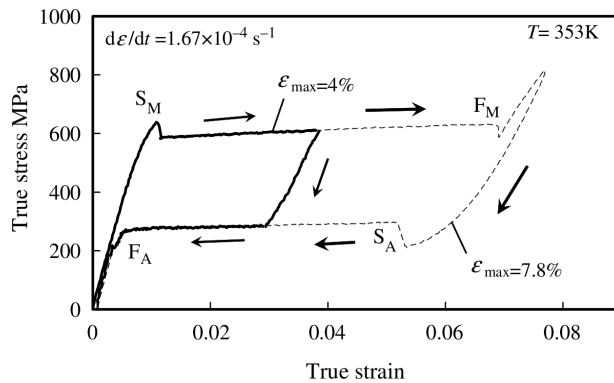


Figure 1.4 – Courbe contrainte-déformation d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti soumis à un chargement mécanique (Tobushi *et al.* (1995)).

- Les alliages à base de cuivre comportent une grande partie de cuivre, de l'aluminium et généralement un autre composant en faible quantité (zinc, nickel ou béryllium). Là aussi la composition exacte de l'alliage permet de faire varier les températures caractéristiques de transformation sur une plage allant de  $-200^{\circ}\text{C}$  à  $150^{\circ}\text{C}$ . Ces alliages ont une déformation de transformation maximale d'environ 6 % en moyenne. L'évolution des températures de transformation en fonction de la contrainte est d'environ 3 MPa par  $^{\circ}\text{C}$ . Ces alliages ne présentent pas de comportement à plateau comme pour les Ni-Ti et la taille de l'hystérésis est plus faible (figure 1.5).

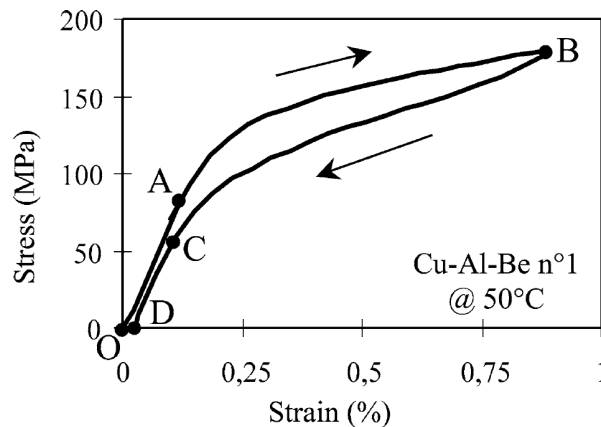


Figure 1.5 – Courbe contrainte-déformation d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be soumis à un chargement mécanique (Bouvet *et al.* (2004)).

Bien qu'ils soient très différents dans leurs compositions, tous les Alliages à Mémoire de Forme présentent les mêmes types de comportement en fonction du trajet de chargement défini sur le schéma du pseudo-diagramme figure 1.6.

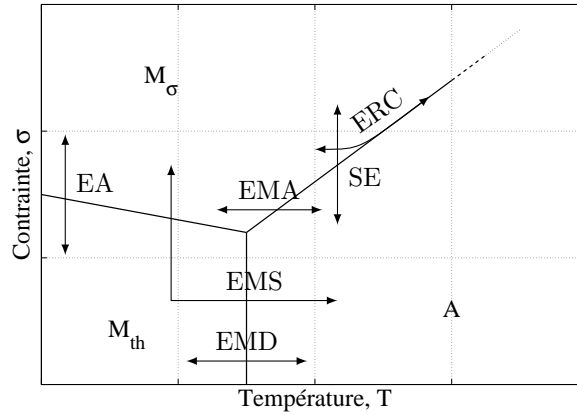


Figure 1.6 – Chargements thermo-mécaniques à l'origine des différentes propriétés des Alliages à Mémoire de Forme.

#### 1.1.1.1 Super-élasticité (SE)

Le chargement de super-élasticité est noté « SE » sur la figure 1.6. Il consiste à se placer au dessus de la température de fin de transformation inverse,  $A_f^0$ , lorsque l'alliage est entièrement austénitique. Si on le soumet à une contrainte, celle-ci va favoriser l'apparition des variantes de martensite les mieux orientées. Ces variantes entraînent alors une déformation due à la transformation. Lors de la décharge, la transformation inverse se produit et la déformation de transformation disparaît avec les variantes de martensite.

Comme on peut le voir sur la figure 1.7 montrant le comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be soumis à un chargement de traction uniaxial, à partir du point O et jusqu'au point A le comportement de l'alliage est l'élasticité de l'austénite. Entre le point A et le point B la transformation directe se produit et l'austénite se transforme progressivement en martensite orientée, entraînant une déformation de transformation en plus de la déformation élastique. Lors de la décharge, entre le point B et le point C la transformation inverse se produit et la martensite ainsi que la déformation de transformation disparaissent. Enfin jusqu'au point D le comportement est à nouveau l'élasticité de l'austénite.

On observe le même comportement pour un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti sur la figure 1.8, même si la forme des courbes est différente. À partir du point O et jusqu'au point  $S_M$  le comportement de l'alliage est l'élasticité de l'austénite. Entre le point  $S_M$  et le point  $F_M$  la transformation directe se produit et l'austénite se transforme progressivement en martensite orientée, entraînant une déformation de transformation en plus de la déformation élastique. Puis le comportement est l'élasticité de la martensite jusqu'au point M, ainsi que lors de la décharge jusqu'au point  $S_A$ . Entre le point  $S_A$  et le point  $F_A$  la transformation inverse se produit et la martensite ainsi que la déformation

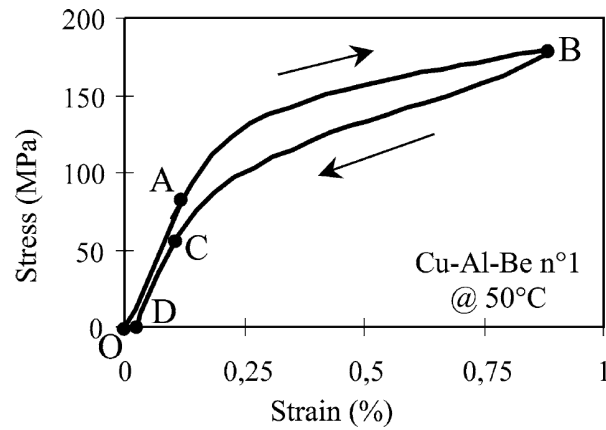


Figure 1.7 – Comportement super-élastique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be par Bouvet *et al.* (2004).

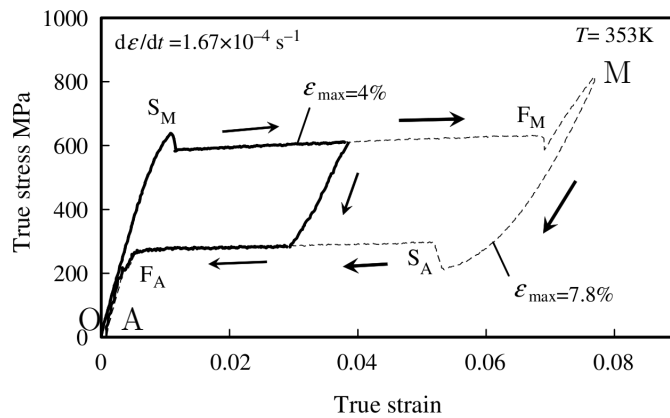


Figure 1.8 – Comportement super-élastique d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti par Tobushi *et al.* (1995).

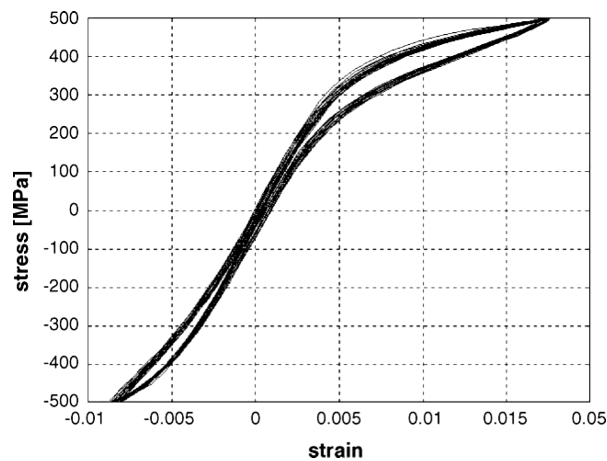


Figure 1.9 – Comportement super-élastique en traction-compression d'un Alliage à Mémoire de Forme en Cu-Al-Be par Montecinos *et al.* (2006).

de transformation disparaissent. Enfin jusqu'au point A le comportement est à nouveau l'élasticité de l'austénite.

On peut aussi remarquer lors de chargements de traction-compression comme celui montré sur la figure 1.9 qu'il existe une dissymétrie entre la contrainte seuil de transformation en traction et en compression. Celle-ci est en effet plus importante en compression qu'en traction. Une étude réalisée par Bouvet *et al.* (2004) a permis de déterminer la forme de la limite seuil de transformation dans le plan des contraintes principales ( $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$ ) (figure 1.10). On peut voir que la forme ne correspond pas au critère seuil de von Mises mais dépend apparemment du troisième invariant des contraintes,  $y_\sigma$ .

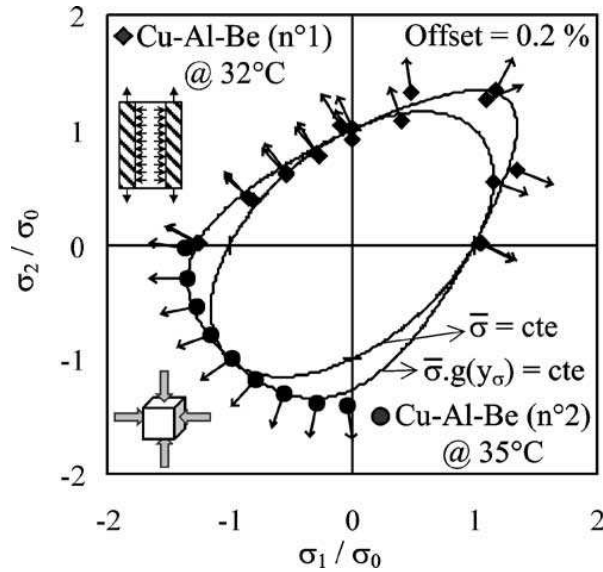


Figure 1.10 – Forme du critère de transformation dans le plan des contraintes principales ( $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$ ) par Bouvet *et al.* (2004).

### 1.1.1.2 Effet mémoire simple-sens (EMS)

Comme montré sur la figure 1.6, le chargement d'effet mémoire simple-sens, noté « EMS », consiste à se placer en dessous de la température de fin de transformation directe,  $M_f^0$ , avec un alliage constitué de martensite auto-accommodée (point O sur la figure 1.11). Le fait d'appliquer un chargement mécanique va orienter les variantes de martensite et donc entraîner une déformation (entre les points A et B). Lorsque l'on supprime le chargement les variantes de martensite restent en place et il subsiste alors une déformation permanente (point C).

Si on chauffe l'alliage au dessus de la température de fin de transformation inverse,  $A_f^0$ , la martensite va se transformer en austénite et la déformation va disparaître (entre les points D et E) et l'alliage retrouve sa forme initiale.

Par contre, le refroidissement de l'alliage en dessous de la température de fin de transformation directe,  $M_f^0$ , provoque la formation de martensite auto-accommodée et n'entraîne donc pas de déformation (entre les points F et O).

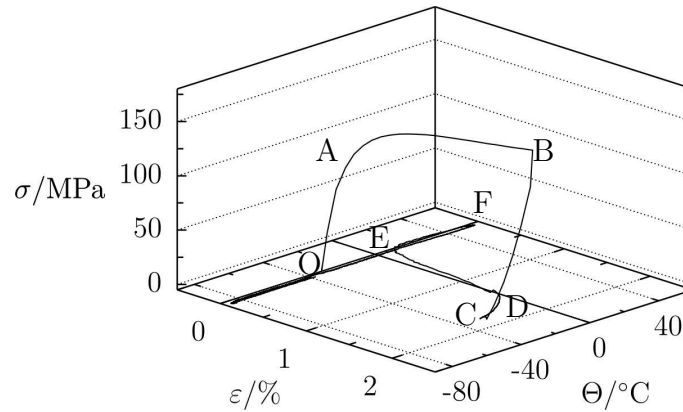


Figure 1.11 – Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti soumis à un chargement d'effet mémoire simple-sens par Grabe et Bruhns (2009).

### 1.1.1.3 Effet mémoire assisté (EMA)

L'effet mémoire assisté consiste à réaliser un cycle thermique entre l'austénite et la martensite orientée en appliquant une contrainte constante au cours du cycle (figure 1.6, trajet de chargement noté « EMA »). Avec le chargement mécanique, la formation de martensite orientée entraîne une déformation de transformation.

Lorsque l'on refroidit l'alliage à partir de l'état austénitique (point O sur la figure 1.12), celle-ci va se transformer en martensite orientée grâce à la contrainte qui va favoriser l'apparition de certaines variantes de martensite et une déformation de transformation apparaît (entre les points A et B).

Lors du chauffage, la martensite va se re-transformer en austénite et la déformation va disparaître (entre les points D et E). Il s'agit de l'effet mémoire assisté par une contrainte.

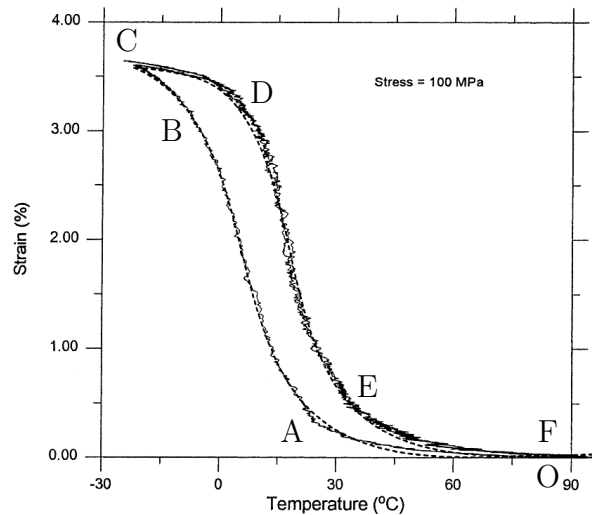


Figure 1.12 – Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti lors d'un chargement d'effet mémoire assisté avec une contrainte imposée de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999a).



#### 1.1.1.4 Effet mémoire double sens (EMD)

Il est aussi possible d'avoir un effet mémoire dans les deux sens de transformation sans avoir besoin de contrainte pour orienter la martensite lors de la transformation directe (figure 1.6, trajet de chargement noté « EMD »). Pour cela il faut appliquer préalablement à l'alliage une phase d'éducation qui consiste en un cyclage thermique sous contrainte ou en un cyclage mécanique. La création de défauts (précipités, dislocations, ...) est à l'origine d'un champ de contraintes internes. Celui-ci va privilégier par la suite l'apparition de certaines variantes de martensite et donc l'apparition d'une déformation.

À partir de l'état austénitique (point A sur la figure 1.13), le refroidissement de l'alliage à contrainte nulle entraîne donc la transformation de l'austénite en martensite orientée et donc une déformation de transformation apparaît (entre les points  $M_s$  et  $M_f$ ). En chauffant, la martensite se transforme en austénite et cette déformation disparaît (entre les points  $A_s$  et  $A_f$ ).

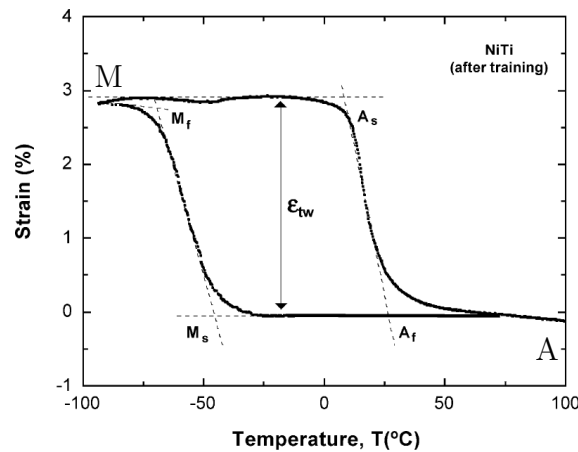


Figure 1.13 – Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ni-Ti lors d'un chargement d'effet mémoire double-sens par Lahoz et Puértolas (2004).

#### 1.1.1.5 Effet retour contraint (ERC)

Un échantillon d'Alliage à Mémoire de Forme sous la forme de martensite orientée possède une déformation due à la transformation depuis l'état austénitique ou bien de martensite auto-accommodée. Si l'on bloque la déformation, un chauffage implique alors une augmentation de la contrainte lors de la transformation (figure 1.6, trajet de chargement noté « ERC »).

À partir de martensite orientée, si l'on bloque la déformation globale de l'échantillon lors du chauffage, la transformation de la martensite en austénite entraîne la disparition de la déformation de transformation. Celle-ci est alors compensée par une augmentation de la déformation élastique. La contrainte qui est proportionnelle à la déformation élastique augmente donc dans le matériau.

Comme le montre la figure 1.14, le chargement inverse est aussi possible : à partir de l'austénite pré-chargée (point O), le refroidissement de l'alliage (entre les points O et A) entraîne la transformation en martensite orientée qui s'accompagne d'une déformation

de transformation. Or la déformation totale étant fixée, l'apparition de la déformation de transformation est compensée par la baisse de la déformation élastique et donc de la contrainte. Lors du chauffage, la transformation inverse se produit (entre les points A et B), la déformation de transformation disparaît donc, ce qui entraîne l'augmentation de la déformation élastique et de la contrainte.

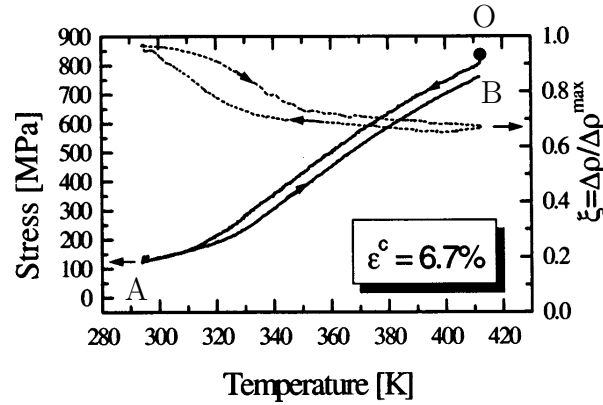


Figure 1.14 – Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ti-Ni-Cu lors d'un chargement de retour contraint avec une déformation imposée de 6,7 % par Šittner *et al.* (2000). La courbe en pointillé indique la fraction volumique de martensite évaluée grâce à des mesures de résistivité.

#### 1.1.1.6 Effet amortissant (EA)

L'effet amortissant utilise la réorientation de la martensite (figure 1.6, trajet de chargement noté « EA »). En inversant la direction du chargement (par exemple en traction-compression comme sur la figure 1.15), on change aussi les variantes de martensite les mieux orientées. Le frottement interne associé aux mouvements des interfaces entre les différentes variantes entraîne une dissipation d'énergie permettant par exemple d'amortir des vibrations.

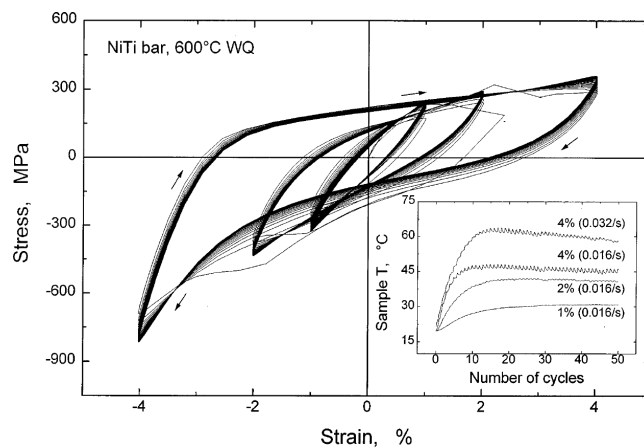


Figure 1.15 – Comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme en Ti-Ni lors d'un chargement d'effet amortissant par Liu *et al.* (1999).

### 1.1.2 Utilisation des Alliages à Mémoire de Forme

Les Alliages à Mémoire de Forme présentent donc plusieurs types de comportement en fonction du trajet de chargement imposé dans l'espace contrainte-déformation-température. On les retrouve donc dans différentes applications que l'on peut regrouper en deux catégories :

- les systèmes actifs qui agissent sur leur environnement afin de le modifier,
- les systèmes passifs qui subissent les changements de leur environnement et s'accommodent de façon utile à ces changements.

#### 1.1.2.1 Systèmes actifs

Ce sont des systèmes qui agissent directement sur leur environnement. Ils transforment l'énergie thermique qu'ils reçoivent en énergie mécanique. L'énergie est soit captée de l'environnement, soit imposée grâce à une commande. On peut donc voir deux types d'applications :

- les systèmes adaptatifs qui réagissent à un changement de l'environnement,
- les systèmes commandés qui agissent lorsqu'une commande leur est envoyée (généralement un courant électrique dans le cas des Alliages à Mémoire de Forme).

##### 1.1.2.1.1 Systèmes adaptatifs

##### Contrôle de la température :

Grâce à l'effet mémoire simple-sens, l'effet mémoire double-sens ou encore l'effet mémoire assisté, les Alliages à Mémoire de Forme permettent de détecter le franchissement d'une température (correspondant à la température de transformation de l'alliage utilisé) et d'agir sur le mécanisme. Ce principe est utilisé par exemple pour des indicateurs de non-rupture de la chaîne du froid dans l'alimentaire (figure 1.16). Lors de la congélation, le ressort en Alliage à Mémoire de Forme se contracte et libère un marqueur vert indiquant que le système est armé. Une augmentation de température entraîne la libération d'un marqueur rouge indiquant la rupture de la chaîne du froid.

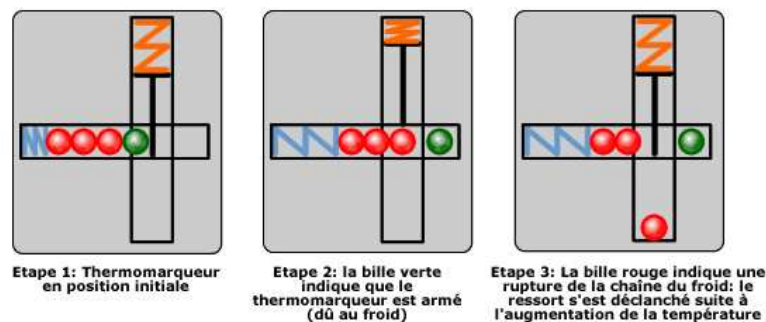


Figure 1.16 – Thermo-marqueur permettant de détecter une rupture de la chaîne du froid à l'aide d'un ressort en Alliage à Mémoire de Forme, par Nimesis.

La figure 1.17 présente un mécanisme de robinet thermostatique de douche permettant de réguler automatiquement la température de l'eau. L'eau chaude et l'eau froide se mélangent et passent dans un ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui positionne un tiroir de distribution. Si l'eau est trop froide, le ressort se contracte et déplace le tiroir pour faire venir plus d'eau chaude. Si l'eau est trop chaude, le ressort se détend et déplace le tiroir pour faire venir plus d'eau froide. Le réglage de la température de l'eau se fait via un ressort élastique qui vient comprimer le ressort en Alliage à Mémoire de Forme.

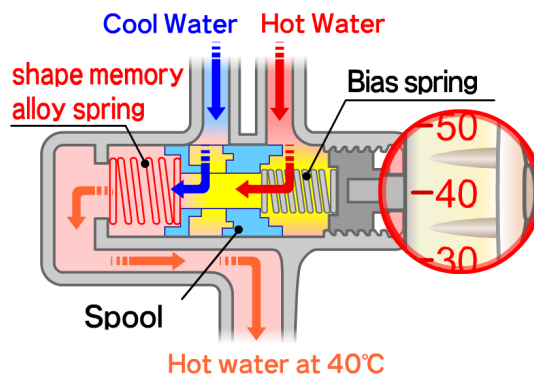


Figure 1.17 – Robinet thermostatique de douche réglant automatiquement les débits d'eau chaude/froide pour obtenir la bonne température, par Furukawa Techno Material.

La figure 1.18 montre le schéma d'un clapet automatique utilisé dans le système de lubrification du Shinkansen. À grande vitesse la température de l'huile de lubrification augmente et entraîne la fermeture du clapet. Cela permet de diminuer la quantité du bain d'huile et d'éviter un échauffement trop important de celui-ci.

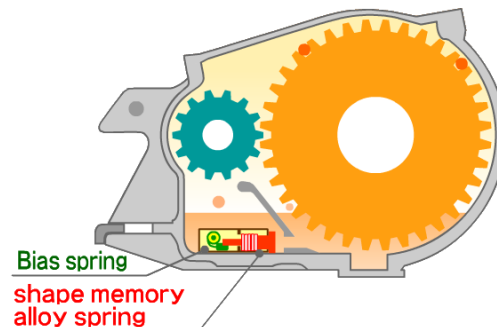


Figure 1.18 – Clapet automatique permettant de réguler la lubrification en fonction de la température, par Furukawa Techno Material.

La figure 1.19 présente le schéma d'une soupape de cocotte-minute. Lorsque la température à l'intérieur de la cocotte-minute est trop élevée, un ressort en Alliage à Mémoire se détend et ouvre une soupape qui permet de libérer de la vapeur d'eau. Un autre mécanisme consiste à fermer automatiquement un système d'aération de maison lorsque la température extérieure est trop basse afin d'éviter les déperditions de chaleur (figure 1.20).

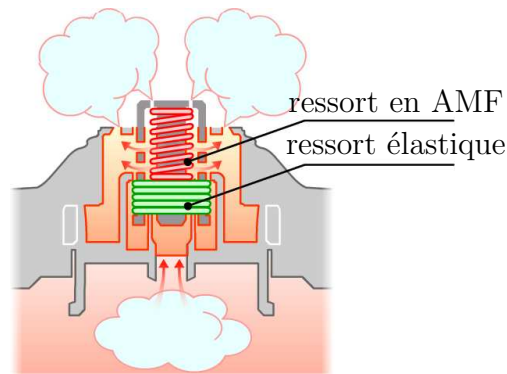


Figure 1.19 – Soupape de cocotte-minute libérant automatiquement la vapeur pour une température trop élevée, par Furukawa Techno Material.

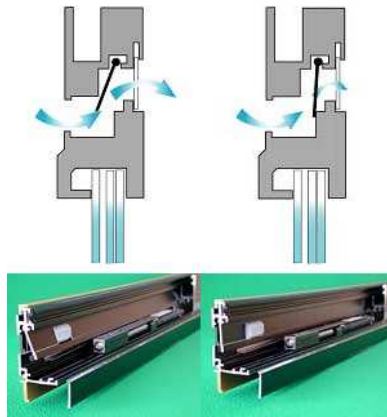


Figure 1.20 – Système d'aération se fermant automatiquement lorsque la température extérieure est trop basse, par Furukawa Techno Material.

#### 1.1.2.1.2 Systèmes commandés

##### Simple-sens :

L'effet mémoire simple-sens permet de réaliser des actionneurs simple-sens qui entraînent une déformation lors du chauffage. Il est utilisé pour réaliser des stents vasculaires qui sont repliés à température ambiante, insérés dans une artère et se déplient alors avec la chaleur du corps afin de dilater l'artère et ainsi éviter qu'elle ne se bouche (figure 1.21).



Figure 1.21 – Stent vasculaire en Alliage à Mémoire de Forme thermo-mécanique servant à dilater des artères.

**Effet retour contraint :**

L'effet retour contraint permet de réaliser des actionneurs qui entraînent un effort lors du chauffage. Le pilotage se fait par un courant électrique qui chauffe l'Alliage à Mémoire de Forme par effet Joule. Il permet par exemple grâce à l'effort généré de casser un système d'accroche. Ce principe est utilisé pour le déploiement de panneaux solaires ou d'antennes de satellites (figure 1.22) : une bague en Alliage à Mémoire de Forme est insérée sous la tête d'une vis pré-découpée. Lorsque l'on fait passer un courant électrique dans la bague, celle-ci s'échauffe et la transformation en austénite se produit. La déformation étant bloquée par la vis, la contrainte augmente alors, jusqu'à rupture de celle-ci libérant le mécanisme de déploiement.

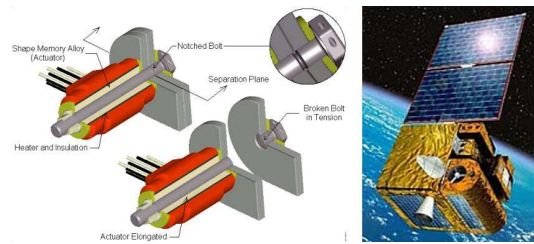


Figure 1.22 – Système de découplage par rupture de vis sans explosion à base d’Alliage à Mémoire de Forme permettant le déploiement de panneaux solaires ou d’antennes de satellites, par TiNi Aerospace.

La figure 1.23 montre des exemples d'utilisation des Alliages à Mémoire de Forme pour réaliser des systèmes d'accouplement. Une bague est déformée dans l'état martensitique. Après mise en place de la bague sur les éléments à assembler, le fait de la chauffer au dessus de la température de transformation entraîne une déformation de la bague qui va serrer les éléments afin de les maintenir ensemble.

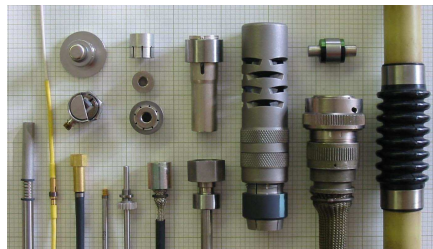


Figure 1.23 – Système d'accouplement par serrage à l'aide de bagues en Alliage à Mémoire de Forme, par Intrinsic Devices.

De même, il est utilisé pour réaliser des agrafes osseuses (figure 1.24). À température ambiante l'agrafe est à l'état de martensite orientée, mais lorsque l'Alliage à Mémoire de Forme est chauffé par la chaleur du corps, la déformation bloquée entraîne l'apparition d'un effort sur l'os qui permet d'aider la guérison de fractures.

## Double-sens :

L'effet mémoire double-sens et l'effet mémoire assisté permettent de réaliser des actionneurs double-effet qui entraînent un déplacement lors du chauffage et reviennent

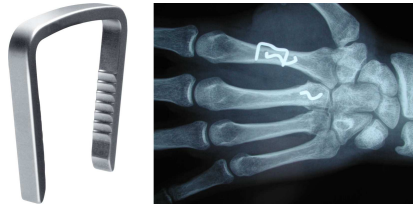


Figure 1.24 – Agrafoseuses en Alliage à Mémoire de Forme aidant à la guérison de fractures.

à leur position initiale lors du refroidissement. Le principe utilisé est généralement celui des ressorts antagonistes : la partie mobile de l'actionneur est fixée entre deux ressorts, l'un en Alliage à Mémoire de Forme, l'autre dans un matériau classique. Lors du chauffage piloté par un courant électrique, le ressort en Alliage à Mémoire de Forme s'allonge et entraîne le déplacement de la partie mobile de l'actionneur. Lors du refroidissement, le ressort reprend sa forme initiale grâce à l'effort exercé par l'autre ressort (figure 1.25).

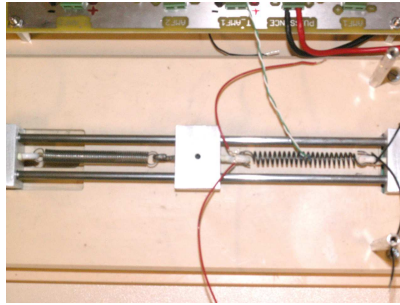


Figure 1.25 – Actionneur mécanique basé sur un ressort en Alliage à Mémoire de Forme par Gedouin *et al.* (2009).

Ce principe sert aussi à réaliser des micro-pinces (figures 1.26 et 1.27). Lorsqu'une partie de la pince est chauffée par effet Joule, celle-ci se déforme et entraîne la fermeture de la pince. L'ouverture de la pince peut se faire soit par un refroidissement passif, ce qui a le désavantage d'être généralement lent, soit en chauffant une autre partie de la pince.



Figure 1.26 – Micro-pince en Alliage à Mémoire de Forme permettant de saisir des micro-lentilles optiques, par Bellouard (2008).



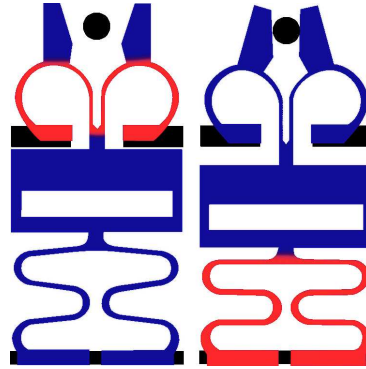


Figure 1.27 – Micro-pince en Alliage à Mémoire de Forme permettant de saisir des fibres optiques d'un diamètre de  $140\ \mu\text{m}$  par Kohl *et al.* (2002).

Un autre exemple d'application est un aileron déformable (figure 1.28). Des fils en alliages à Mémoire de Forme sont chauffés par effet Joule et entraînent la déformation de l'aileron.



Figure 1.28 – Aileron déformable utilisant des fils en Alliage à Mémoire de Forme par Rediniotis *et al.* (2002).

La figure 1.29 présente le schéma d'une micro-pompe à base d'Alliage à Mémoire de Forme. Deux clapets anti-retours servent à autoriser l'entrée et la sortie du fluide. La circulation du fluide est imposée par une membrane en Alliage à Mémoire de Forme qui se déforme grâce au changement de température induit par un courant électrique. La membrane reprend sa forme lors du refroidissement grâce à une pression (ou une dépression selon le sens de fonctionnement de la pompe) de l'autre côté.

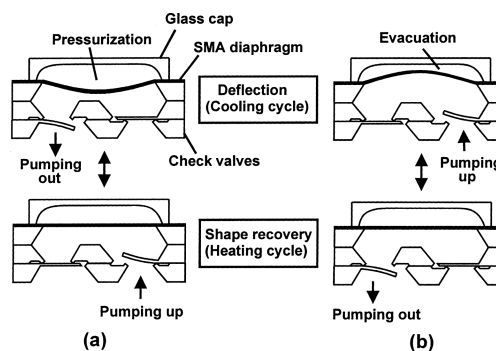


Figure 1.29 – Micro-pompe utilisant une membrane en Alliage à Mémoire de Forme par Makino *et al.* (2001).



La figure 1.30 montre la photo d'un micro-robot avançant à l'aide d'un fil en Alliage à Mémoire de Forme. Il repose sur deux essieux dont la rotation est bloquée dans le sens d'avancement du robot. Lorsque le fil en Alliage à Mémoire de Forme est chauffé par effet Joule, il se contracte et le robot se déforme de manière à écarter l'entraxe entre les essieux. L'essieu avant se déplace alors. Lors du refroidissement, le robot reprend sa forme initiale grâce à l'action du ressort élastique reliant les deux parties du robot. L'essieu arrière se rapproche donc de celui de l'avant. Le robot s'est donc déplacé à la fin de ce cycle.

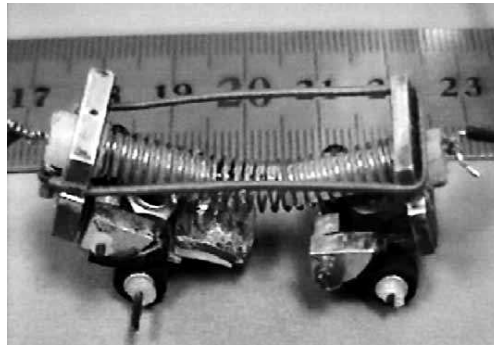


Figure 1.30 – Micro-robot utilisant un fil en Alliage à Mémoire de Forme par Chang-jun *et al.* (2004).

Il est aussi possible de réaliser des moteurs rotatifs à base d'Alliage à Mémoire de Forme (figure 1.31). Les fils passent successivement dans de l'eau chaude qui entraîne leur raccourcissement et dans l'air où ils se refroidissent et s'allongent alors grâce à l'effort généré par les fils suivants. L'allongement et le raccourcissement successif des fils entraîne la mise en rotation du mécanisme.

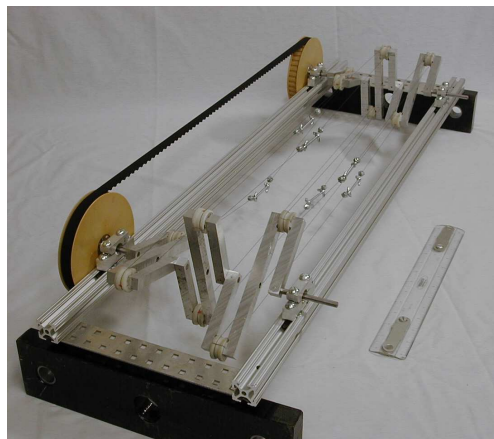


Figure 1.31 – Moteur rotatif à base de fils en Alliage à Mémoire de Forme par Schiller (2002).

La figure 1.32 présente le schéma de principe d'un mécanisme de blocage de la trappe de pellicule d'un appareil photo réalisé à l'aide d'un fil en Alliage à Mémoire de Forme

de Forme. Lorsque la pellicule photo est entièrement rembobinée, le fil en Alliage à Mémoire de Forme soulève un levier, débloquent alors le mécanisme d'ouverture de la trappe.

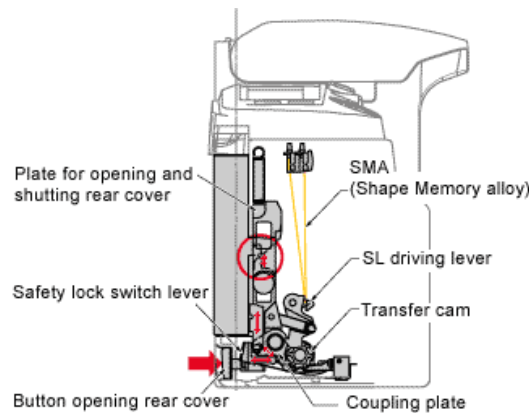


Figure 1.32 – Mécanisme de blocage de la trappe de pellicule d'un appareil photo réalisé à l'aide d'un fil en Alliage à Mémoire de Forme, par Furukawa Techno Material.

### 1.1.2.2 Systèmes passifs

L'autre type d'application utilisant des Alliages à Mémoire de Forme concerne les mécanismes passifs. Ils permettent d'adapter automatiquement l'effort appliqué ou sa déformation à son environnement lors du fonctionnement.

#### Limiteur de force :

Le comportement super-élastique des Alliages à Mémoire de Forme en Ni-Ti présente généralement un plateau sur la courbe contrainte-déformation (figure 1.8). Cette propriété permet d'appliquer un effort constant malgré une déformation qui varie sensiblement. Ce principe est utilisé par exemple pour des pinces chirurgicales qui permettent d'éviter d'abîmer les tissus humains à cause d'un effort de serrage trop important (figure 1.33). Lorsque la pince est fermée l'effort appliqué est identique quelque soit l'épaisseur de tissu pincé.

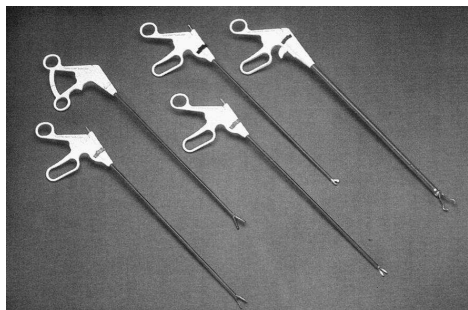


Figure 1.33 – Pinces chirurgicales permettant de limiter l'effort appliqué grâce aux Alliages à Mémoire de Forme, par Memry.

Ce principe est aussi utilisé dans l'orthodontie pour les appareils dentaires (figure 1.34). Le fil applique un effort constant sur toutes les dents malgré que celles-ci bougent pour se remettre en place. Cela évite d'avoir à régler l'appareillage trop souvent et accélère la « guérison ».



Figure 1.34 – Appareil dentaire en Alliage à Mémoire de Forme permettant l'application d'un effort constant.

### Déformables :

Ce sont des mécanismes qui utilisent la super-élasticité. Malgré une rigidité initiale assez forte, ils autorisent une grande déformation lorsqu'un certain effort est atteint. Ce comportement est utilisé par exemple pour réaliser des outils de traitement endodontique qui doivent être suffisamment rigides pour creuser la dent, mais aussi s'adapter à la forme complexe des canaux dentaires (figure 1.35).



Figure 1.35 – Instrument endodontique en Alliage à Mémoire de Forme s'adaptant à la forme des canaux dentaires.

Il permet aussi de réaliser un autre type de stents (figure 1.36) qui sont comprimés et insérés dans une artère puis relâchés à l'endroit voulu. Leur rigidité permet d'écarter correctement l'artère, mais leur souplesse permet aussi l'importante déformation appliquée lors de l'insertion du stent.

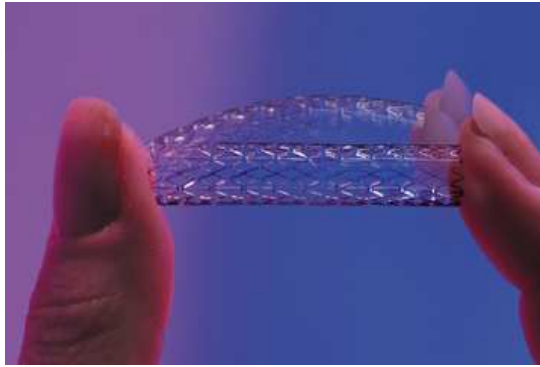


Figure 1.36 – Stent vasculaire en Alliage à Mémoire de Forme super-élastique servant à dilater des artères.

La figure 1.37 montre des montures de lunettes en Alliage à Mémoire de Forme. Ces montures autorisent une forte déformation afin qu'elles ne se cassent pas lors d'utilisation « extrêmes », mais gardent quand même une rigidité forte pour de faible contrainte.



Figure 1.37 – Montures de lunettes utilisant la super-élasticité des Alliages à Mémoire de Forme, par Eyeglasses-online.

Le principe est aussi utilisé pour réaliser des structures de tentes ou de paires soleil qui peuvent se replier pour se ranger facilement (figure 1.38). La rigidité sous faible contrainte permet le maintien de la structure, mais la déformation autorisée sous contrainte plus élevée permet de la plier pour la ranger facilement.



Figure 1.38 – Pare-soleil avec une armature en Alliage à Mémoire de Forme permettant de le plier et de le déplier facilement.

### Amortisseurs :

Ils utilisent la super-élasticité ou l'effet amortissant qui autorisent une déformation, mais dissipent de l'énergie grâce à une hystérésis dans le comportement et permettent ainsi d'atténuer des vibrations. Ce principe est utilisé par exemple dans des constructions anti-sismiques. La structure contenant des Alliages à Mémoire de Forme permet d'amortir les vibrations dues à un tremblement de terre et évite ainsi la détérioration du bâtiment.

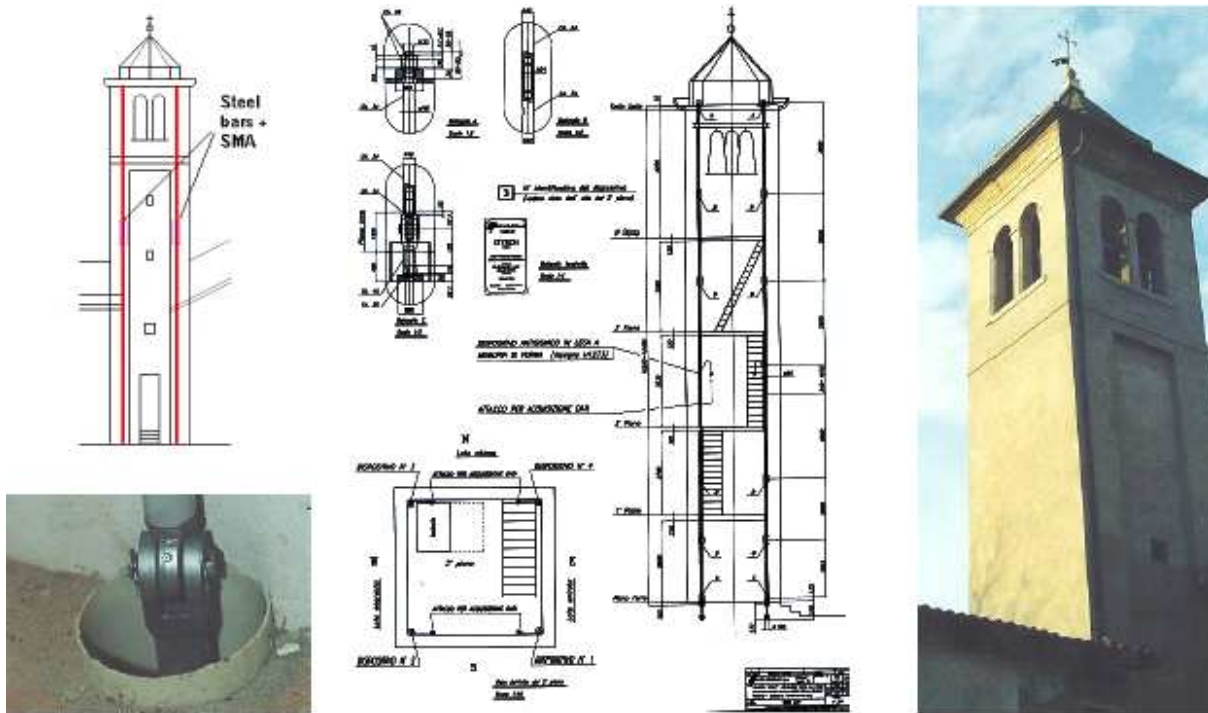


Figure 1.39 – Système d'amortissement anti-sismique utilisant des Alliages à Mémoire de Forme par DesRoches et Smith (2004).

Le fonctionnement de pratiquement toutes les applications que l'on vient de présenter implique un chargement thermique ou mécanique cyclique sur la pièce en Alliage à Mémoire de Forme utilisée. Or ce type de chargement peut entraîner une modification des propriétés de l'alliage et donc au final un dysfonctionnement voir une rupture du mécanisme.

### 1.1.3 Propriétés cycliques des Alliages à Mémoire de Forme

Les Alliages à Mémoire de Forme sont donc soumis généralement à des chargements cycliques, or, comme le montre la figure 1.40, encore peu d'études concernent le comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme comparativement à celles traitant de ce type de comportement pour les aciers par exemple. Il est donc nécessaire d'approfondir les recherches dans ce domaine afin de mieux comprendre les phénomènes qui apparaissent et de pouvoir ainsi les modéliser correctement.

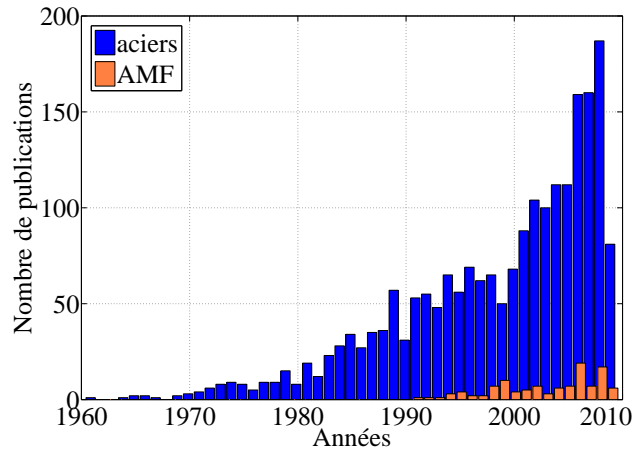


Figure 1.40 – Nombre de publications par an traitant du comportement cyclique pour les aciers et pour les Alliages à Mémoire de Forme depuis 1960 sur science-direct.

Dans cette partie, nous allons donc commencer par montrer ce que l'on connaît du comportement des Alliages à Mémoire de Forme soumis à différents chargements cycliques. Dans la suite de notre étude, nous tenterons de répondre aux questions soulevées par l'observation des caractéristiques du comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme. Les applications présentant du cyclage sont majoritairement basées sur les propriétés de super-élasticité et d'effet mémoire assisté. Nous nous limiterons donc à ces deux types de chargement.

### 1.1.3.1 Comportement en super-élasticité cyclique

Les figures 1.41, 1.42 et 1.43 montrent des courbes contrainte-déformation d'un Ni-Ti lors d'essais de traction cyclique en super-élasticité réalisés respectivement par Gall et Maier (2002); Olbricht *et al.* (2008) et Kang *et al.* (2009).

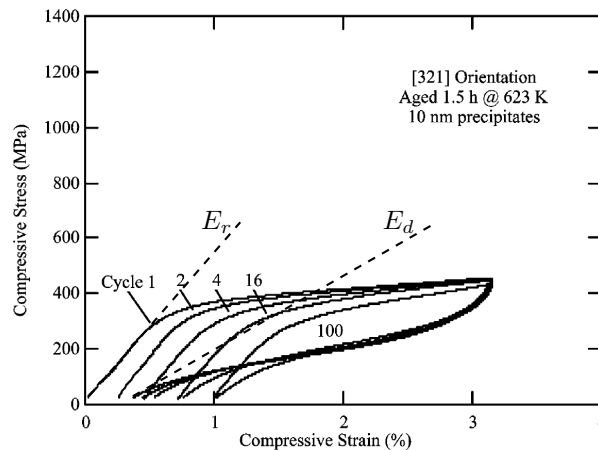


Figure 1.41 – Courbe de contrainte-déformation en traction cyclique sur un mono-cristal de Ni-Ti par Gall et Maier (2002).



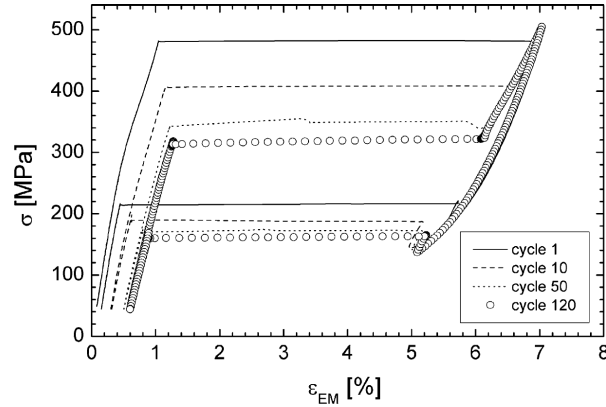


Figure 1.42 – Courbe de contrainte-déformation en traction cyclique sur un Ni-Ti par Olbricht *et al.* (2008).

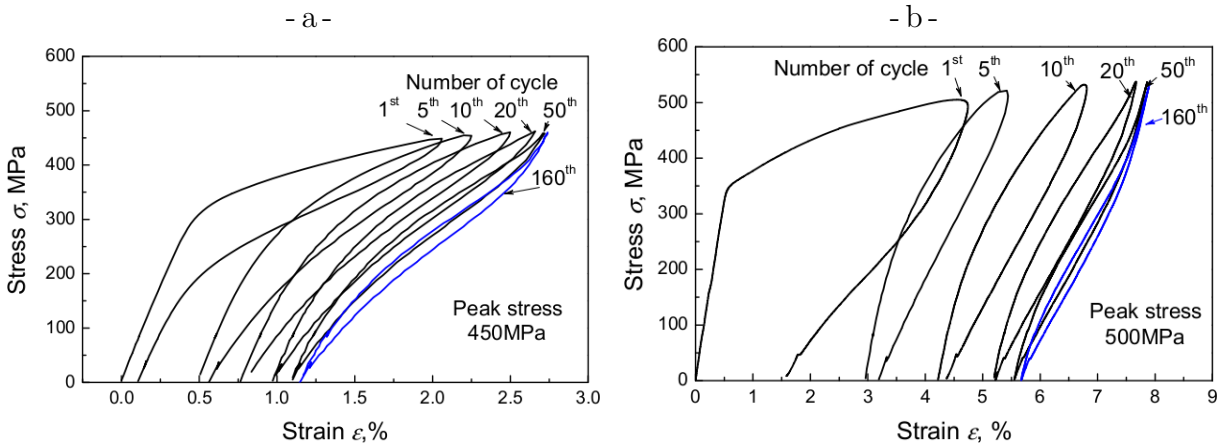


Figure 1.43 – Courbes de contrainte-déformation en traction cyclique sur un Ni-Ti par Kang *et al.* (2009) avec une contrainte maximale de : a) 450 MPa, et b) 500 MPa.

On peut faire plusieurs observations sur le comportement cyclique en super-élasticité :

- La pente au début de la recharge et la pente à la fin de la décharge, respectivement notées  $E_r$  et  $E_d$  sur la figure 1.41, peuvent être différentes (figures 1.41 et 1.43b) ou identiques (figures 1.42 et 1.43a). Cette différence peut provenir de la transformation inverse qui n'est pas forcément terminée lorsque la contrainte nulle est atteinte. Si elle n'est pas terminée, alors la cinétique de transformation implique que la pente en fin de décharge,  $E_d$ , soit plus faible que la pente en début de recharge,  $E_r$ , qui correspond à l'élasticité du matériau. Par contre, si la martensite ne se transforme plus en austénite (parce qu'elle s'est complètement transformée ou qu'elle reste bloquée), alors la pente en fin de décharge,  $E_d$ , correspond à l'élasticité du matériau et est donc identique à celle en début de recharge,  $E_r$ .
- On observe pour la quasi-totalité des chargements cycliques une déformation résiduelle à la fin d'un cycle de charge-décharge. Cette déformation résiduelle augmente à chaque cycle et tend vers une valeur de saturation. L'origine de cette déformation peut-être la transformation inverse qui n'est pas encore terminée lorsque la

contrainte nulle est atteinte (dans le cas où la pente à la fin de la décharge est plus faible que la pente au début de la recharge par exemple). Mais il est aussi possible que ce soit dû à de la plasticité ou bien à de la martensite bloquée qui ne se re-transforme pas en austénite malgré la baisse de la contrainte (cas qui correspondraient à des pentes à la fin de la décharge et au début de la recharge identiques) (Kockar *et al.* (2008)). Lors des essais réalisés, nous chercherons donc à déterminer l'origine de cette déformation résiduelle afin de mieux modéliser son apparition.

- Pour certains alliages, on peut remarquer que la contrainte seuil de transformation diminue avec le nombre de cycles (figures 1.42 et 1.43). Ce comportement peut s'expliquer par une transformation privilégiée de la martensite grâce à de la martensite résiduelle ou des contraintes internes (Wei et Yang (1988)).
- Un comportement qui peut être relié au précédent est l'augmentation de la déformation maximale lors d'un cyclage à amplitude en contrainte constante, similaire à de l'effet Rochet en plasticité (figure 1.43). En effet, la baisse de la contrainte seuil de transformation entraîne plus de transformation avant d'atteindre la contrainte maximale et donc une déformation de transformation plus grande est créée.

### 1.1.3.2 Comportement en effet mémoire assisté cyclique

Les figures 1.44, 1.45 et 1.46 montrent l'évolution du comportement d'Alliages à Mémoire de Forme en Cu-Zn-Al et en Ni-Ti lors d'essais d'effet mémoire assisté cyclique réalisés respectivement par LExcellent *et al.* (2000), Kockar *et al.* (2008) et Miller et Lagoudas (2001).

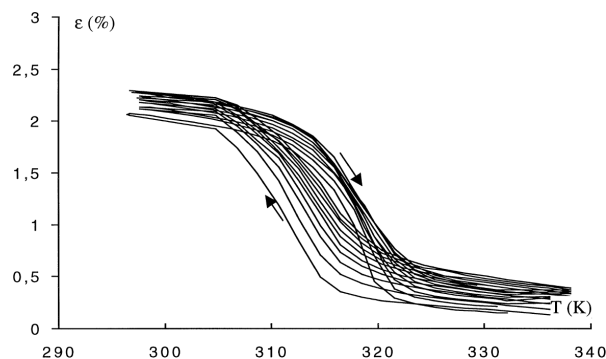


Figure 1.44 – Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 49 MPa sur un Cu-Zn-Al par LExcellent *et al.* (2000).

On peut aussi faire plusieurs observations sur le comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme en effet mémoire assisté :

- L'amplitude en déformation de l'hystérésis augmente avec la contrainte appliquée (figure 1.47). On peut expliquer ce phénomène par une orientation plus importante de la martensite lorsque la contrainte appliquée est plus grande. Il y aurait donc aussi de la martensite auto-accommodée qui se forme lors de chargements d'effet mémoire assisté et la proportion serait d'autant plus importante que la contrainte appliquée est faible.



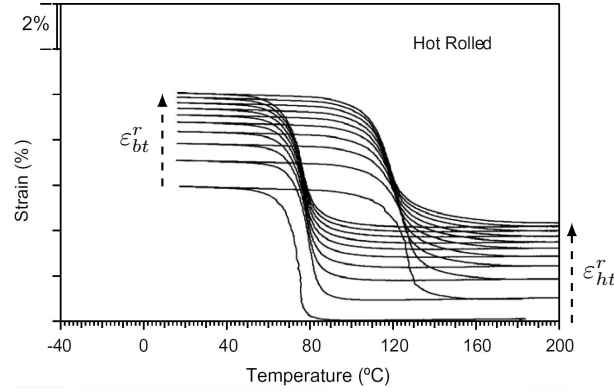


Figure 1.45 – Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 150 MPa sur un Ni-Ti par Kockar *et al.* (2008).

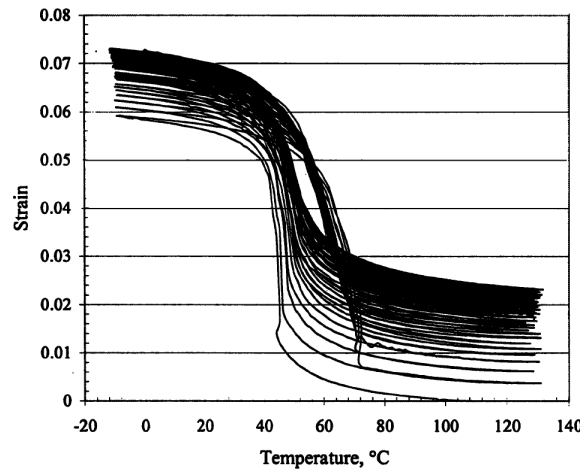


Figure 1.46 – Courbe de déformation-température lors d'un cyclage thermique sous une contrainte de 300 MPa sur un Ni-Ti par Miller et Lagoudas (2001).

- Pour chacun des essais, la déformation résiduelle à haute température,  $\varepsilon_{ht}^r$ , et celle à basse température,  $\varepsilon_{bt}^r$ , (figure 1.45) augmentent à chaque cycle et tendent vers une valeur de saturation. La déformation résiduelle à haute température,  $\varepsilon_{ht}^r$ , peut s'expliquer, comme pour la déformation résiduelle lors d'un chargement de super-élasticité, par de la martensite bloquée par des contraintes résiduelles provenant de défauts. Celle-ci ne se re-transforme pas en austénite lors de la transformation inverse et entraîne donc une déformation résiduelle. La déformation résiduelle à basse température,  $\varepsilon_{bt}^r$ , peut venir d'une accommodation de la martensite qui entraîne la transformation d'une plus grande fraction volumique de martensite orientée. Apparemment, ces déformations résiduelles dépendent aussi de la contrainte appliquée : plus celle-ci est importante, plus les déformations résiduelles à basse et haute températures sont importantes (figure 1.47).
- On observe aussi sur certaines courbes un décalage progressif des températures de transformation et en particulier celle de début de transformation directe,  $M_s$  (figure 1.47d). L'origine de ce décalage peut être la même que pour la baisse de la

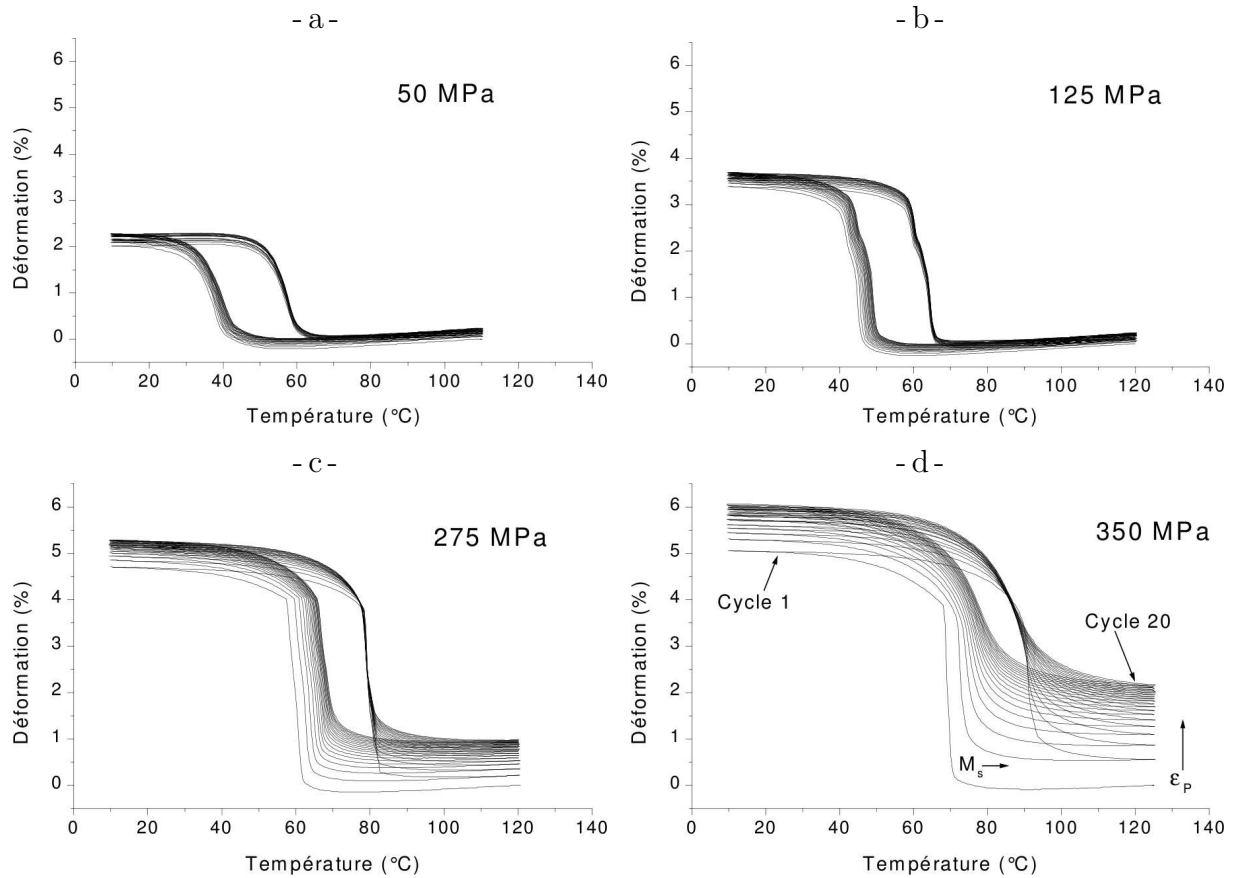


Figure 1.47 – Courbes de déformation-température lors de cyclages thermiques sous une contrainte de : a) 50 MPa, b) 125 MPa, c) 275 MPa, et d) 350 MPa sur un Ni-Ti par Lopez-Cuellar (2002).

contrainte seuil de transformation lors des essais de traction cyclique : la transformation peut être facilitée par de la martensite résiduelle ou des contraintes internes, entraînant un début de transformation plus rapide.

Les Alliages à Mémoire de Forme sont donc généralement sollicités de façon cyclique lors de leur utilisation. Cependant leur comportement pour ce type de chargement présente des particularités qui peuvent perturber le bon fonctionnement des applications, telles que la déformation résiduelle, la baisse de la contrainte seuil et le décalage des températures de transformation au cours du cyclage. Afin de valider ou de concevoir des structures en Alliage à Mémoire de Forme, il est donc nécessaire de pouvoir modéliser leur comportement à l'aide d'un modèle adapté.

## 1.2 Modélisation macroscopique du comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

Les Alliages à Mémoire de Forme sont étudiés depuis plusieurs années, leur comportement est donc relativement bien connu et un bon nombre de modèles permet de le simuler. Par contre, comme nous l'avons fait remarqué précédemment, leur comportement sous chargement cyclique a été relativement peu regardé et donc seul un petit nombre de modèles prend en compte cet aspect du comportement.

Dans cette partie, différents modèles permettant la simulation du comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique sont donc présentés afin de faire une synthèse des caractéristiques prise en compte.

### 1.2.1 Modèle de Lagoudas *et al.*

Le modèle développé par Bo et Lagoudas (1999a); Lagoudas et Bo (1999); Lagoudas et Entchev (2004); Entchev et Lagoudas (2004) et Popov et Lagoudas (2007) est un modèle de comportement thermo-mécanique cyclique. Il permet de simuler des chargements de pseudo-plasticité ainsi que des chargements cycliques d'effet mémoire assisté et de super-élasticité sur des Alliages à Mémoire de Forme. L'identification des paramètres et la validation du modèle ont été réalisées sur un alliage de Ni-Ti.

La température,  $T$ , et la contrainte,  $\varpi$ , sont utilisées comme variables observables. Les variables internes du modèle sont la déformation associée à la transformation de l'austénite en martensite orientée,  $\varepsilon^{tr}$ , la déformation associée à la transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée,  $\varepsilon^d$ , et la déformation plastique,  $\varepsilon^p$ . Le comportement cyclique est pris en compte grâce à une fraction volumique de martensite orientée cumulée,  $z_c$ , qui entraîne l'apparition de la déformation plastique,  $\varepsilon^p$ .

Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^\theta + \varepsilon^{tr} + \varepsilon^d + \varepsilon^p \quad (1.1)$$

Avec  $\varepsilon^e$  la déformation élastique,  $\varepsilon^\theta$  la déformation thermique,  $\varepsilon^{tr}$  la déformation due à la transformation d'austénite en martensite orientée,  $\varepsilon^d$  la déformation due à la transformation de martensite auto-accommodée en martensite orientée (pseudo-plasticité) et  $\varepsilon^p$  la déformation plastique.

Les surfaces seuil pilotant la transformation sont décrites par les critères de transformation suivants :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \begin{cases} \pi_1 - Y_1 & \text{en transformation auto-accommodée directe } (\dot{\xi}_1 > 0) \\ -\pi_1 - Y_1 & \text{en transformation auto-accommodée inverse } (\dot{\xi}_1 < 0) \end{cases} \\ \Phi_2 &= \begin{cases} \pi_2 - Y_2 & \text{en transformation orientée directe } (\dot{\xi}_2 > 0) \\ -\pi_2 - Y_2 & \text{en transformation orientée inverse } (\dot{\xi}_2 < 0) \end{cases} \\ \Phi_3 &= \pi_3 - Y_3 & \text{en pseudo-plasticité } (\dot{\xi}_3 > 0) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Où  $Y_1$ ,  $Y_2$  et  $Y_3$  sont des paramètres dépendant du matériau,  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  et  $\pi_3$  sont les forces thermodynamiques associées respectivement aux fractions volumiques transformées,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  et  $\xi_3$ . Ces fractions volumiques correspondent respectivement à :

1. la fraction volumique d'austénite transformée en martensite auto-accommodée,
2. la fraction volumique d'austénite transformée en martensite orientée,
3. la fraction volumique de martensite auto-accommodée transformée en martensite orientée ( $\dot{\xi}_3 \geq 0$ ).

D'où les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{th} &= \dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_3 \\ \dot{z}_\sigma &= \dot{\xi}_2 + \dot{\xi}_3 \\ \dot{z}_a &= -\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Les forces thermodynamiques sont définies par :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \tilde{\pi}(\varpi, T) - g_1(\xi_1, \xi_3) \\ \pi_2 &= \varpi : \mathbb{L}^{tr} + \tilde{\pi}(\varpi, T) - g_2(\xi_2, \xi_3) \\ \pi_3 &= \varpi : \mathbb{L}^d - g_3(\xi_2, \xi_3) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Où  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  sont des fonctions de forme dépendant du matériau,  $\mathbb{L}^{tr}$  le tenseur de transformation de l'austénite en martensite,  $\mathbb{L}^d$  le tenseur de transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée et :

$$\tilde{\pi} = \frac{1}{2} \varpi : \Delta \mathbb{E} : \varpi + \Delta \alpha : \varpi (T - T_0) - \rho \Delta c \left( (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right) + \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0 \quad (1.5)$$

Avec  $\Delta \mathbb{E}$ ,  $\Delta \alpha$ ,  $T_0$ ,  $\rho$ ,  $\Delta c$ ,  $\Delta s_0$  et  $\Delta u_0$  des paramètres dépendant du matériau.

L'évolution de chacune des fractions volumiques transformées est donnée par la loi de normalité par rapport au critère seuil correspondant à la fraction volumique transformée :

$$\dot{\xi}_i = \gamma \frac{\partial \Phi_i}{\partial \pi_i} \quad \forall i \in \{1; 2; 3\} \quad (1.6)$$

Avec  $\gamma$  un paramètre dépendant du matériau.

L'évolution de la déformation de transformation de l'austénite en martensite orientée,  $\dot{\varepsilon}^{tr}$ , et celle de transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée,  $\dot{\varepsilon}^d$ , sont définies proportionnellement à celles des fractions volumiques transformées,  $\dot{\xi}_2$  et  $\dot{\xi}_3$ , respectivement :

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \mathbb{L}^{tr} \dot{\xi}_2 \quad (1.7)$$

$$\dot{\varepsilon}^d = \mathbb{L}^d \dot{\xi}_3 \quad (1.8)$$

Où  $\mathbb{L}^{tr}$  et  $\mathbb{L}^d$  sont respectivement le tenseur de transformation de l'austénite en martensite et le tenseur de transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée. Ils sont définis colinéaires au déviateur des contraintes efficaces,  $\mathbb{s}^{eff}$ , en transformation directe de l'austénite en martensite orientée et colinéaires à la déformation de transformation maximale,  $\varepsilon_{max}^{tr}$ , en transformation inverse de la martensite orientée en austénite :

$$\mathbb{L}^{tr} = \begin{cases} \frac{3}{2} \gamma \frac{\mathbb{s}^{eff}}{\sigma^{eff}} & (\dot{\xi}_2 > 0) \\ \frac{\varepsilon_{max}^{tr}}{z_{max}} & (\dot{\xi}_2 < 0) \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\mathbb{L}^d = \frac{3}{2} \gamma \frac{\mathbb{S}^{eff}}{\sigma^{eff}} \quad (1.10)$$

Avec  $\mathbb{W}^{eff} = \mathbb{W} + \mathbb{W}$  où  $\mathbb{W}$  est le tenseur du coefficient de dilatation thermique et  $\mathbb{S}^{eff}$  la partie déviatorique de  $\mathbb{W}^{eff}$ .

Afin de prendre en compte l'effet point mémoire (Orgéas *et al.* (1997)) lors de chargements cycliques avec de la transformation incomplète, l'expression du critère de transformation de l'austénite en martensite orientée donné dans l'équation 1.2 est modifiée :

$$\Phi_1 = \begin{cases} \pi_1 + \Delta\psi^n(\xi_1) - Y_1^n(\xi_1) & (\dot{\xi}_1 > 0) \\ -\pi_1 - \Delta\psi^n(\xi_1) - Y_1^n(\xi_1) & (\dot{\xi}_1 < 0) \end{cases} \quad (1.11)$$

Avec  $n$  le nombre de boucles internes « ouvertes » et les valeurs de  $Y_1^n(\xi_1)$  et  $\Delta\psi^n(\xi_1)$  qui sont données par :

$$Y_1^n = Y_1^{n-1}(\xi^n) \frac{1 - e^{-\frac{\gamma}{C_n}|\xi - \xi^n|}}{1 - e^{-\frac{\gamma}{C_n}|\xi^{n-1} - \xi^n|}} \quad (1.12)$$

$$\Delta\psi^n(\xi) = \begin{cases} \Delta\psi^n(\xi^n) - Y_1^n(\xi) & (\dot{\xi}_1 > 0) \\ \Delta\psi^n(\xi^n) + Y_1^n(\xi) & (\dot{\xi}_1 < 0) \end{cases} \quad (1.13)$$

Où  $Y_1^{n-1}$  et  $\xi^n$  sont respectivement les  $n$ èmes valeurs mémorisées de  $Y_1$  et  $\xi$  à chaque inversion du sens de transformation entre l'austénite et la martensite orientée et  $\Delta\psi^n(\xi^n)$  qui est donné par :

$$\Delta\psi^n(\xi^n) = \begin{cases} \Delta\psi^{n-1}(\xi^n) + Y_1^{n-1}(\xi^n) & (\dot{\xi}_1 > 0) \\ \Delta\psi^{n-1}(\xi^n) - Y_1^{n-1}(\xi^n) & (\dot{\xi}_1 < 0) \end{cases} \quad (1.14)$$

La figure 1.48 montre le résultat d'une simulation d'un essai d'effet mémoire assisté avec des boucles internes permettant de vérifier la prise en compte de l'effet mémoire. On peut y observer la boucle externe présente lorsque les transformations directe et inverse sont complètes, ainsi qu'une première boucle interne reliant les deux cotés de la boucle externe et enfin plusieurs petites boucles internes situées à l'intérieur de la première boucle interne.

Le résultat d'un chargement similaire à du retour contraint mais en refroidissement sur un alliage de Ni-Ti réalisé par Popov et Lagoudas (2007) est donné sur la figure 1.49. On observe l'évolution de la contrainte en fonction de la température, qui évolue différemment selon les transformations qui se produisent au cours du chargement. La première étape consiste à charger élastiquement l'Alliage à Mémoire de Forme dans l'état austénitique. Ensuite, un refroidissement entraîne à partir d'une certaine température, la transformation de l'austénite en martensite orientée, ce qui se traduit par la baisse de la contrainte. Lorsque la température continue de décroître, elle atteint un autre seuil à partir duquel l'austénite commence à se transformer en martensite auto-accommodée. En dessous d'une certaine température la transformation en martensite orientée s'arrête, puis c'est au tour de la transformation en martensite auto-accommodée lorsque toute l'austénite a disparue.

L'effet du cyclage est pris en compte pour les chargements super-élastiques grâce à la fraction volumique de martensite orientée cumulée :

$$z_c = \int_0^t |\dot{\xi}_3| d\tau \quad (1.15)$$

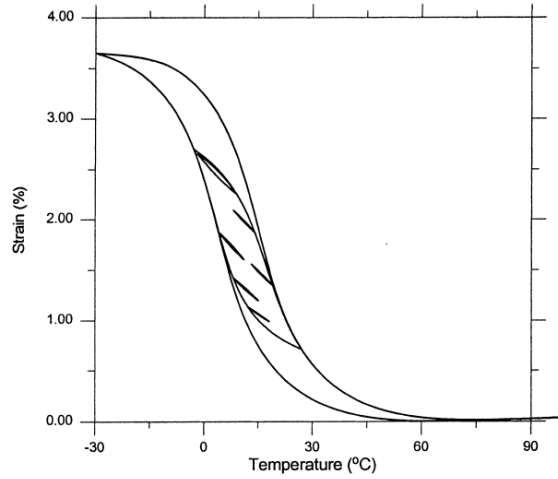


Figure 1.48 – Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté avec boucles internes sous une contrainte de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999b).

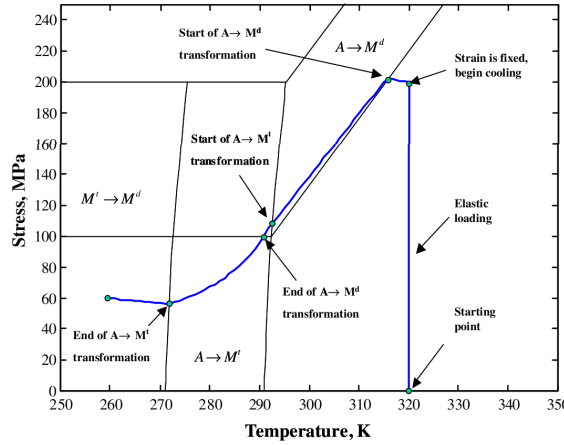


Figure 1.49 – Simulation d'un chargement de retour contraint en refroidissement par Popov et Lagoudas (2007).

Celle-ci va faire évoluer la déformation plastique de manière similaire à celle utilisée pour la plasticité induite par de la transformation (Taleb (2006) et Coret (2001)) :

$$\dot{\epsilon}^p = \begin{cases} \frac{3}{2} C_1^p \frac{\sigma^{eff}}{\sigma^{eff}} e^{-\frac{z_c}{C_2^p}} \dot{z}_c & (\dot{\xi}_3 > 0) \\ C_1^p \frac{\epsilon_{max}^{tr}}{z_{max}} e^{-\frac{z_c}{C_2^p}} \dot{z}_c & (\dot{\xi}_3 < 0) \end{cases} \quad (1.16)$$

Avec  $C_1^p$  et  $C_2^p$  des paramètres dépendant du matériau.

Les seize paramètres et trois fonctions de forme dépendant du matériau dans le modèle sont identifiés à partir d'un chargement de traction cyclique à contrainte maximale imposée sur un alliage de Ni-Ti réalisé par Lagoudas et Entchev (2004). Le résultat est donnée sur la figure 1.50a. Une identification à l'aide d'un essai d'effet mémoire assisté présentant une boucle interne est aussi nécessaire pour identifier les paramètres permettant la prise en compte de l'effet point mémoire (figure 1.50b).

Le modèle est ensuite validé sur un autre essai de traction cyclique, avec cette fois une déformation maximale imposée (figure 1.51a). On observe une bonne correspondance

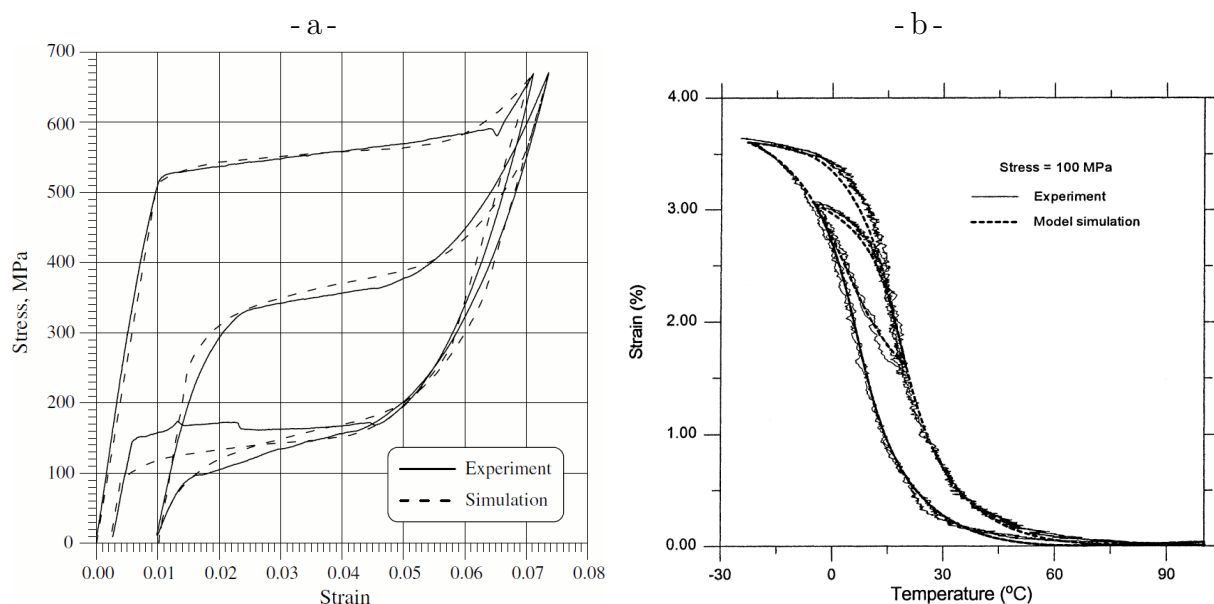


Figure 1.50 – Comparaison des résultats des simulations et des essais permettant l'identification des paramètres du modèle pour des chargements : a) de traction cyclique à contrainte maximale imposée pour le premier et le 20<sup>e</sup> cycle par Lagoudas et Entchev (2004), et b) d'effet mémoire assisté avec points mémoire sous une contrainte de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999b).

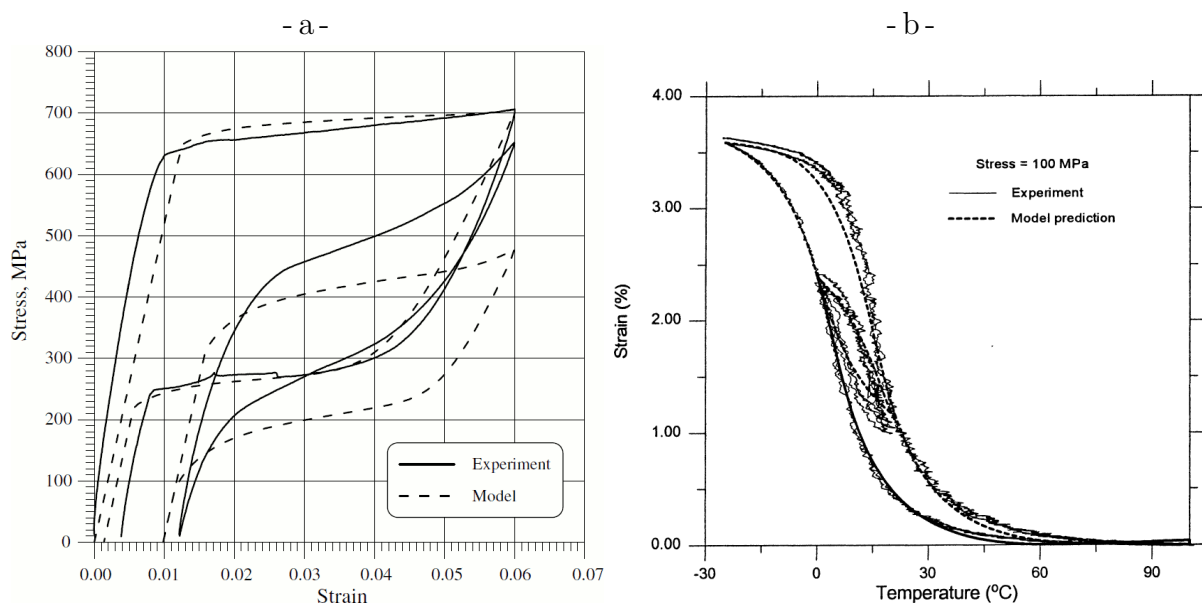


Figure 1.51 – Comparaison des résultats des simulations et des essais permettant la validation du comportement du modèle pour des chargements : a) de traction cyclique à déformation maximale imposée pour le premier et le 20<sup>e</sup> cycle par Lagoudas et Entchev (2004), et b) d'effet mémoire assisté avec points mémoire sous une contrainte de 100 MPa par Bo et Lagoudas (1999b).

entre les courbes, notamment l'augmentation de la déformation résiduelle et la diminution de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage, lors de l'essai et lors de la simulation. Le comportement sous chargement thermo-mécanique avec effet point mémoire

est aussi validé avec un essai similaire à l'essai d'identification (figure 1.51b). On observe une bonne correspondance entre les courbes, notamment la taille et la forme de la boucle interne qui sont relativement bien respectées. Mais ces résultats sont à nuancer à cause de la faible différence entre les essais servant à l'identification des paramètres et les essais de validation du modèle. Le tableau 1.1 résume les principales caractéristiques du modèle.

Matériau	Ni-Ti
Chargement de super-élasticité	oui
Chargement thermo-mécanique	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui
Dissymétrie traction-compression	non
Chargement multiaxial non-proportionnel	non
Effet point mémoire	oui
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée

Tableau 1.1 – Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Lagoudas et Entchev (2004).

### 1.2.2 Modèle d'Auricchio *et al.*

Le modèle développé par Auricchio et Sacco (2001); Auricchio et Petrini (2004) et Auricchio *et al.* (2007) est un modèle de comportement thermo-mécanique multiaxial cyclique. Il permet de simuler aussi bien le comportement super-élastique que pseudo-plastique mais pas l'effet mémoire assisté. L'alliage utilisé pour l'identification des paramètres et la validation du modèle est en Ni-Ti.

Il utilise la déformation totale,  $\varepsilon$ , et la température,  $T$ , comme variables observables et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , et plastique,  $\varepsilon^p$ , comme variables internes.

Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} + \varepsilon^p \quad (1.17)$$

La transformation et la plasticité sont pilotées à l'aide d'un unique critère :

$$f = \overline{X} + \kappa \overline{Q} - R \quad (1.18)$$

Avec  $\kappa$  un paramètre dépendant du matériau et les forces thermodynamiques,  $\mathbb{X}$  et  $\mathbb{Q}$ , sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbb{X} &= -\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{tr}} = \mathbb{S} - \beta \langle T - M_f \rangle \frac{\varepsilon^{tr} - \varepsilon^p}{\varepsilon^{tr} - \varepsilon^p} - h \varepsilon^{tr} + A \varepsilon^p - \gamma \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}} \\ \mathbb{Q} &= -\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^p} = \beta \langle T - M_f \rangle \frac{\varepsilon^{tr} - \varepsilon^p}{\varepsilon^{tr} - \varepsilon^p} - H \varepsilon^p + A \varepsilon^{tr} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Avec  $\beta$ ,  $M_f$ ,  $h$ ,  $A$ ,  $H$  et  $\gamma$  des paramètres dépendant du matériau.

L'évolution de la déformation de transformation suit la loi de normalité :

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \mathbb{X}} = \dot{\gamma} \frac{\mathbb{X}}{\overline{X}} \quad (1.20)$$



Le comportement cyclique est pris en compte grâce à la déformation plastique qui évolue en suivant elle aussi la loi de normalité :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial Q} = \dot{\lambda} \kappa \frac{Q}{Q} \quad (1.21)$$

L'identification des sept paramètres matériau n'est pas montrée, mais une validation qualitative est réalisée en observant le comportement du modèle pour différents trajets de chargements. Tout d'abord un chargement de traction uniaxiale cyclique est simulé (figure 1.52). On observe la déformation résiduelle qui croît et sature avec le nombre de cycles. La baisse de la contrainte seuil de transformation est aussi prise en compte.

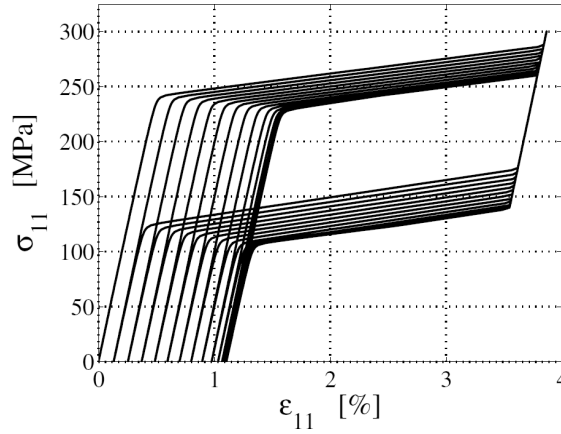


Figure 1.52 – Simulation d'un chargement super-élastique cyclique par Auricchio *et al.* (2007).

Le deuxième chargement utilisé est un chargement de traction-compression (figure 1.53). On observe que les contraintes seuil de transformation en traction et en compression sont identiques. La dissymétrie traction-compression n'est donc pas prise en compte dans le modèle.

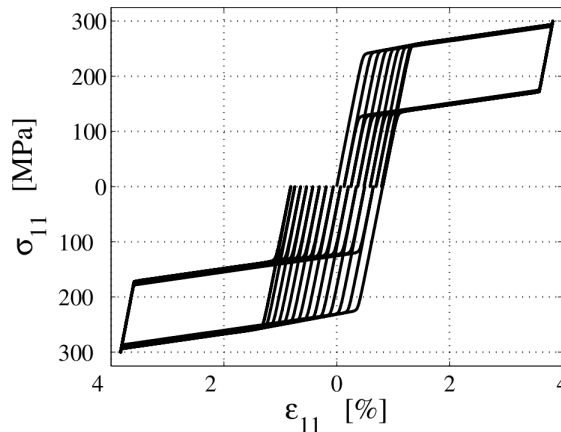


Figure 1.53 – Simulation d'un chargement super-élastique de traction cyclique suivie de compression cyclique par Auricchio *et al.* (2007).

Le troisième chargement consiste en un essai de traction dans le domaine martensitique (pseudo-plasticité) suivi d'un chauffage permettant la disparition de la déformation de transformation apparue. Ce chargement est répété un certain nombre de fois afin de voir l'influence du cyclage. On observe sur la figure 1.54 l'apparition d'une déformation résiduelle qui croît et sature avec l'augmentation du nombre de cycles, ainsi que la baisse de la contrainte seuil de pseudo-plasticité.

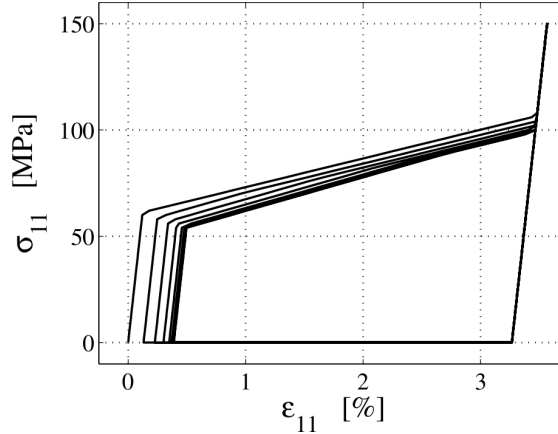


Figure 1.54 – Simulation d'un chargement cyclique de pseudo-plasticité suivi d'un chauffage par Auricchio *et al.* (2007).

Enfin les derniers chargements utilisés sont des chargements multiaxiaux non-proportionnels (figures 1.55 et 1.56). Ils permettent de vérifier le bon fonctionnement du modèle en multiaxial non-proportionnel et en particulier l'apparition de la déformation permanente après un cycle de chargement.

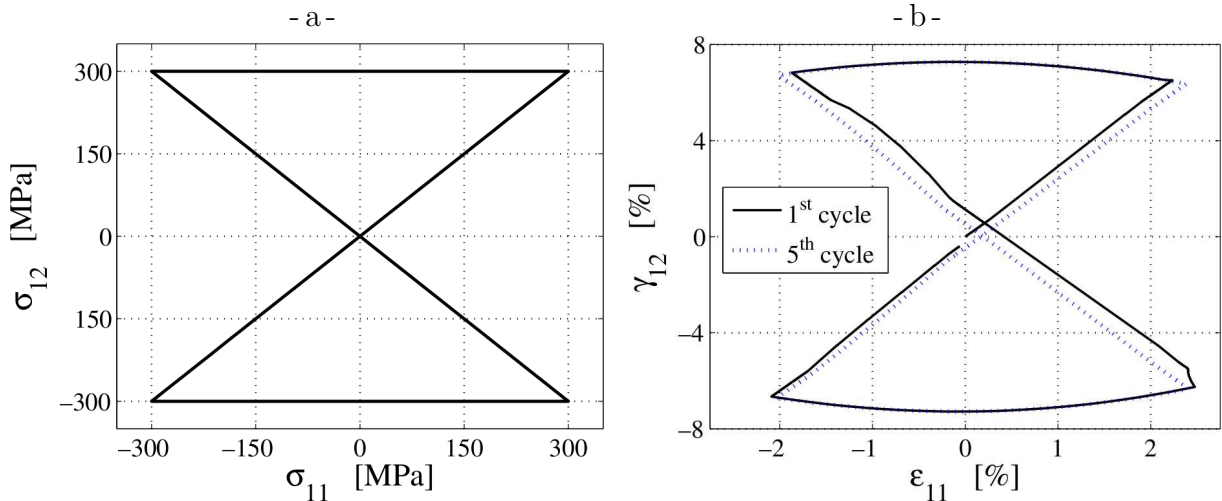


Figure 1.55 – Simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique en forme de sablier par Auricchio *et al.* (2007) : a) trajet de chargement, et b) réponse en déformation.

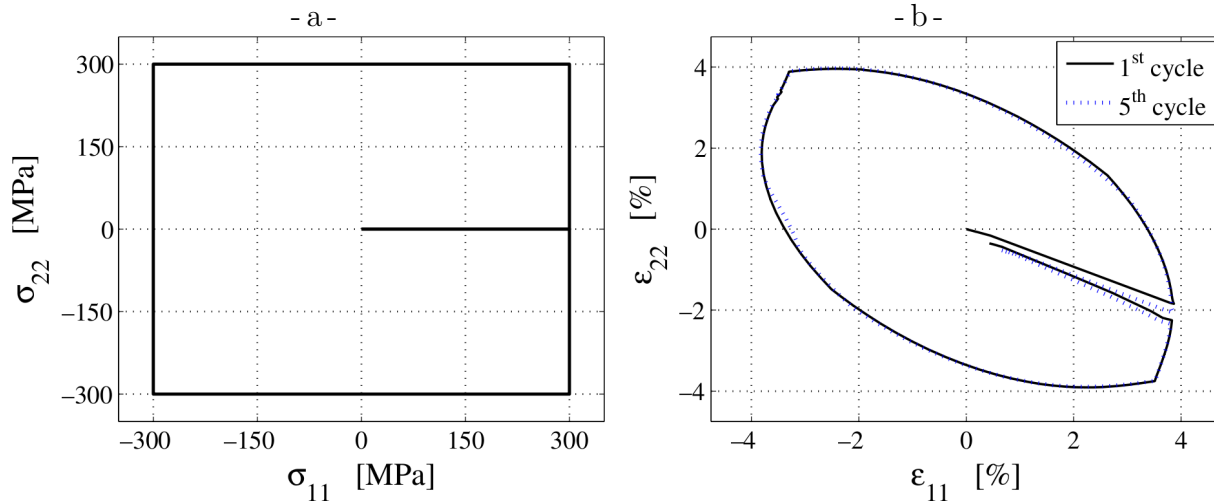


Figure 1.56 – Simulation d’un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré par Auricchio *et al.* (2007) : a) trajet de chargement, et b) réponse en déformation.

Le tableau 1.2 résume les principales caractéristiques du modèle.

Matériau	Ni-Ti
Chargement de super-élasticité	oui
Chargement thermo-mécanique	non
Chargement de pseudo-plasticité	oui
Dissymétrie traction-compression	non
Chargement multiaxial non-proportionnel	oui
Effet point mémoire	non
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui
Variables d’état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique

Tableau 1.2 – Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Auricchio *et al.* (2007).

### 1.2.3 Modèle de Moumni *et al.*

Le modèle développé par Zaki et Moumni (2007a,b) et Moumni *et al.* (2008) est un modèle de comportement multiaxial cyclique des Alliages à Mémoire de Forme. Il permet de simuler aussi bien le comportement super-élastique que l’effet mémoire assisté et la pseudo-plasticité. L’identification des paramètres et la validation du modèle ont été réalisées sur un alliage de Ni-Ti.

Il utilise la déformation,  $\epsilon$ , et la température,  $T$ , comme variables observables et la fraction volumique de martensite,  $z$ , la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , et la déformation résiduelle,  $\epsilon^r$ , comme variables internes.

Il se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + z\varepsilon^{tr} + \varepsilon^r \quad (1.22)$$

La transformation est pilotée à l'aide de trois critères de transformation qui vont piloter respectivement la transformation directe, la transformation inverse et la réorientation :

$$\begin{aligned} f_z^1 &= \left( \frac{1}{3} El_{MA} \bar{\sigma}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} El_{MA} + P_{MA} \right) \text{tr}^2(\mathbb{W}) - C(T) \right) \dots \\ &\quad + \left( \mathbb{W} + \frac{2}{3} \mathbb{B} \right) : \varepsilon^{tr} - (G + b)z - a(1 - z) - \left( (\alpha - \beta)z + \frac{\beta}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr} \right) \\ f_z^2 &= - \left( \frac{1}{3} El_{MA} \bar{\sigma}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} El_{MA} + P_{MA} \right) \text{tr}^2(\mathbb{W}) - C(T) \right) \dots \\ &\quad - \left( \mathbb{W} + \frac{2}{3} \mathbb{B} \right) : \varepsilon^{tr} + (G - b)z - a(1 - z) + \left( (\alpha - \beta)z + \frac{\beta}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr} \right) \\ f_{ori} &= \bar{X} - zY \end{aligned} \quad (1.23)$$

Avec  $El_{MA}$ ,  $P_{MA}$  et  $Y$  des paramètres dépendant du matériau et  $a$ ,  $b$ ,  $G$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $C(T)$  des paramètres évoluant au cours du cyclage en fonction de la fraction volumique cumulée de martensite,  $z_c$ , avec une relation du type :

$$P = P_0 + (P_{sat} - P_0) \left( 1 - e^{-\frac{z_c}{\tau}} \right) \quad (1.24)$$

Où  $P_0$ ,  $P_{sat}$  et  $\tau$  sont des paramètres dépendant du matériau, sauf pour  $C(T)$  pour lequel :

$$\begin{aligned} C_0(T) &= \xi_0 (T - A_{f0}^0) + \kappa_0 \\ C_{sat}(T) &= \xi_{sat} (T - A_{fsat}^0) + \kappa_{sat} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Avec  $\xi_0$ ,  $\xi_{sat}$ ,  $A_{f0}^0$ ,  $A_{fsat}^0$ ,  $\kappa_0$  et  $\kappa_{sat}$  des paramètres dépendant du matériau.

La force thermodynamique,  $\mathbb{X}$ , est donnée par :

$$\mathbb{X} = \left( \mathbb{s} + \frac{2}{3} \mathbb{B} \right) - \frac{2}{3\gamma^2} \left( \left( \mathbb{s} + \frac{2}{3} \mathbb{B} \right) : \varepsilon^{tr} \right) \varepsilon^{tr} \quad (1.26)$$

Avec  $\gamma$  qui évolue suivant une relation du même type que l'équation 1.24 et  $\mathbb{s}$  le déviateur des contraintes.

La déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , n'évolue pas lors des transformations directe et inverse, car la partition de la déformation prend directement en compte la fraction volumique de martensite (équation 1.22). Par contre, elle évolue en transformation de réorientation en suivant la loi de normalité :

$$\varepsilon^{tr} = \eta \frac{\partial f_{ori}}{\partial \mathbb{X}} = \frac{3}{2} \eta \frac{\mathbb{X}}{\bar{X}} \quad (1.27)$$

Avec le multiplicateur de transformation,  $\eta$ , qui est défini par :

$$\eta = \begin{cases} \frac{3}{2(\alpha z + \beta(1 - z) + 3\mu_{eq}z)} \dot{\mathbb{s}} : \frac{\mathbb{X}}{\bar{X}} & \left( \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}} < \gamma \right) \\ \frac{3}{2 \left( \frac{1}{\gamma^2} \left( \mathbb{s} + \frac{2}{3} \mathbb{B} \right) : \varepsilon^{tr} + 3\mu_{eq}z \right)} \dot{\mathbb{s}} : \frac{\mathbb{X}}{\bar{X}} & \left( \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}} = \gamma \right) \end{cases} \quad (1.28)$$

Avec  $\mu_{eq}$  un paramètre dépendant du matériau.

Le comportement cyclique est pris en compte grâce à trois variables d'état : le tenseur de déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , le tenseur de contrainte interne,  $\mathbb{B}$ , et la fraction volumique de martensite cumulée,  $z_c$ . Celle-ci va croître au cours du cyclage :

$$z_c = \int_0^t |\dot{z}| d\tau \quad (1.29)$$

Et faire évoluer les deux autres :

$$\dot{\varepsilon}^r = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_{sat}^r}{\tau} \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} e^{-\frac{z_c}{\tau}} \dot{z}_c \quad (1.30)$$

$$\dot{\mathbb{B}} = \frac{2}{3} \frac{B_{sat}}{\tau} \frac{\varepsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}} e^{-\frac{z_c}{\tau}} \dot{z}_c \quad (1.31)$$

Où  $\varepsilon_{sat}^r$  et  $B_{sat}$  sont des paramètres dépendant du matériau.

Les vingt-cinq paramètres du modèle qui dépendent du matériau sont identifiés à partir de quatre essais :

- un essai de calorimétrie différentielle à balayage (DSC) sur un échantillon d'Alliage à Mémoire de Forme non éduqué, pour déterminer les températures caractéristiques de transformation,  $M_{s0}^0$ ,  $M_{f0}^0$ ,  $A_{s0}^0$  et  $A_{f0}^0$ ,
- un autre essai de calorimétrie différentielle à balayage sur un échantillon éduqué, pour déterminer les températures caractéristiques de transformation à saturation,  $M_{s sat}^0$ ,  $M_{f sat}^0$ ,  $A_{s sat}^0$  et  $A_{f sat}^0$ ,
- un essai de traction en pseudo-plasticité sur un échantillon non-éduqué (figure 1.57),

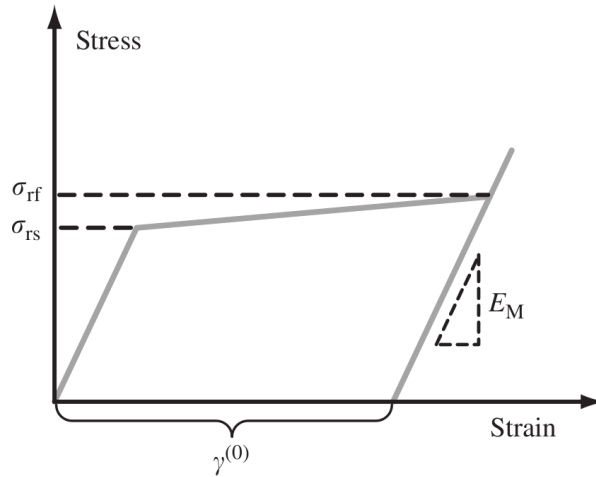


Figure 1.57 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur un chargement pseudo-plastique pour le modèle de Zaki et Moumni (2007b).

- et un essai de traction cyclique en super-élasticité (figure 1.58).

Les échantillons éduqués correspondent à des échantillons qui ont été soumis à un chargement cyclique jusqu'à stabilisation du comportement.

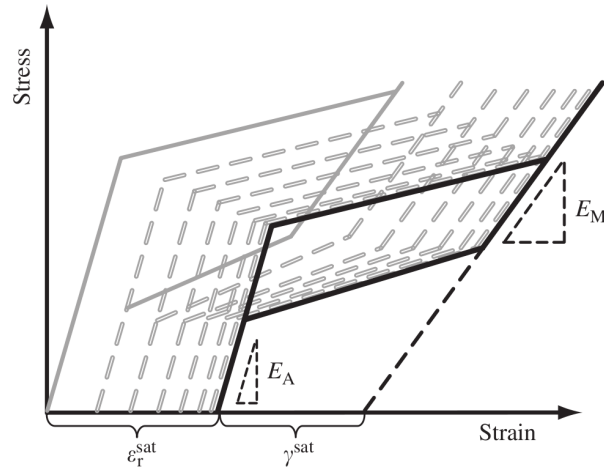


Figure 1.58 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur un chargement super-élastique cyclique pour le modèle de Zaki et Moumni (2007a).

Le résultat de la simulation d'un chargement de super-élasticité cyclique sur un alliage en Ni-Ti réalisé par Zaki et Moumni (2007b) est donné sur la figure 1.59. On observe l'évolution de la déformation qui croît jusqu'à saturation au cours des cycles, mais aussi la contrainte seuil de transformation qui diminue à chaque recharge.

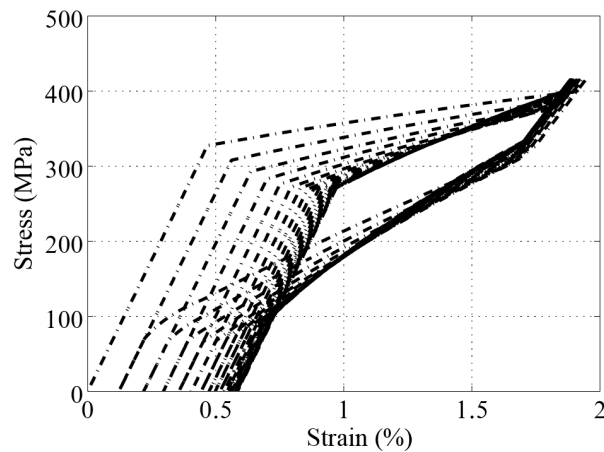


Figure 1.59 – Simulation d'un chargement super-élastique cyclique par Zaki et Moumni (2007a).

La figure 1.60 montre la simulation d'un essai de cyclage thermique sous contrainte (100 MPa). On observe une faible évolution de la déformation lors du premier cycle, puis une croissance avec saturation des déformations à basse et haute températures lors des cycles suivants.

La figure 1.61 montre la comparaison entre un essai de traction multiaxial réalisé par Tokuda *et al.* (1999) et le résultat de la simulation de cet essai par le modèle de Moumni *et al.* (2008). Ce résultat permet de valider qualitativement le comportement du modèle pour des chargements multiaxiaux.

Le tableau 1.3 résume les principales caractéristiques du modèle.

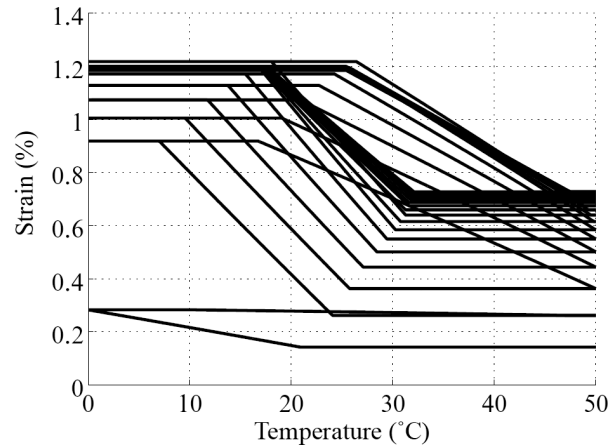


Figure 1.60 – Simulation d'un chargement thermo-mécanique cyclique par Zaki et Moumni (2007a) avec une contrainte appliquée de 100 MPa.

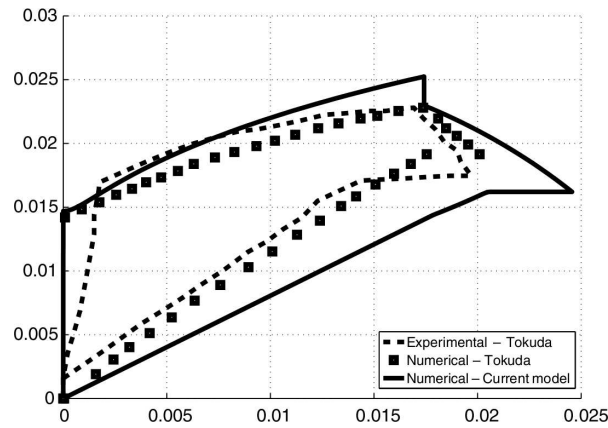


Figure 1.61 – Comparaison de la simulation d'un chargement multiaxial par Moumni *et al.* (2008) avec les résultats d'essais obtenus par Tokuda *et al.* (1999).

Matériau	Ni-Ti
Chargement de super-élasticité	oui
Chargement thermo-mécanique	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui
Dissymétrie traction-compression	non
Chargement multiaxial non-proportionnel	oui
Effet point mémoire	non
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle

Tableau 1.3 – Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Zaki et Moumni (2007a).

### 1.2.4 Modèle de LExcellent *et al.*

Le modèle développé par Tanaka *et al.* (1995); LExcellent et Bourbon (1996) et Malécot (2005) permet de simuler des chargements de super-élasticité, de pseudo-plasticité et d'effet mémoire assisté cycliques sur des Alliages à Mémoire de Forme. Par contre, il n'est développé qu'en uniaxial. Les alliages utilisés pour l'identification des paramètres et la validation du modèle sont en Ni-Ti, Cu-Al-Be et Cu-Zn-Al.

Il utilise la déformation,  $\varepsilon$ , et la température,  $T$ , comme variables observables et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$  et la déformation thermique,  $\varepsilon^\theta$  comme variables internes.

Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^\theta + \varepsilon^{tr} \quad (1.32)$$

La transformation est pilotée à l'aide de deux critères qui vont piloter respectivement la transformation directe et la transformation inverse :

$$\begin{aligned} f^1 &= \pi_f + (A_1 + B_1 z) \ln(1 - z) + C_1 z \\ f^2 &= -\pi_f + (A_2 + B_2(1 - z)) \ln z + C_2 z \end{aligned} \quad (1.33)$$

Avec  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$  des paramètres dépendant du matériau et  $\pi_f$  la force thermodynamique donnée par :

$$\pi_f = \Delta u^* - T \Delta s^* + \frac{\gamma \sigma}{\rho} - (1 - 2z) \phi \quad (1.34)$$

Avec  $\Delta u^*$ ,  $\Delta s^*$ ,  $\gamma$  et  $\rho$  des paramètres dépendant du matériau et  $\phi$  l'énergie libre spécifique :

$$\phi = \overline{u_0} - T \overline{s_0} \quad (1.35)$$

Où  $\overline{u_0}$  et  $\overline{s_0}$  sont des paramètres dépendant du matériau.

Puisque le modèle n'est défini qu'en uniaxial, la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , est directement proportionnelle à la fraction volumique de martensite orientée,  $z_\sigma$  :

$$\varepsilon^{tr} = \gamma \dot{z}_\sigma \quad (1.36)$$

Le comportement cyclique est pris en compte en introduisant une fraction de martensite orientée bloquée,  $z_c$ , qui évolue avec saturation selon la loi suivante :

$$\dot{z}_c = m_0 (z_c^{max} - z_c)^p \langle \dot{z}_\sigma \rangle \quad (1.37)$$

Où  $m_0$ ,  $z_c^{max}$  et  $p$  sont des paramètres dépendant du matériau. Cette martensite bloquée va alors introduire une déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$  :

$$\varepsilon^r = \gamma z_c \quad (1.38)$$

L'identification des quinze paramètres dépendant du matériau n'est pas expliquée, mais la validation du comportement du modèle a été réalisée sur plusieurs types d'essais et de matériaux. Le comportement pseudo-plastique est validé sur un alliage en Cu-Al-Be



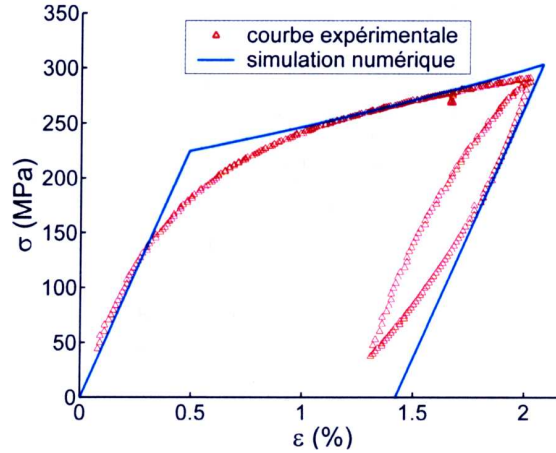


Figure 1.62 – Comparaison de la simulation d'un chargement de pseudo-plasticité et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Al-Be par Malécot (2005).

(figure 1.62). On observe une bonne correspondance malgré l'orientation de la martensite auto-accommodée décrite de manière linéaire, cependant l'effet caoutchoutique lors de la décharge n'est pas pris en compte.

L'effet mémoire assisté est quant à lui validé sur un alliage de Cu-Zn-Al avec une contrainte imposée de 50 MPa. La figure 1.63 montre que l'amplitude de déformation de l'hystérésis ainsi que les températures de transformations sont bien respectées, par contre, les cinétiques de transformation en début de transformations directe et inverse sont trop « brutales » comparées aux résultats d'essai.

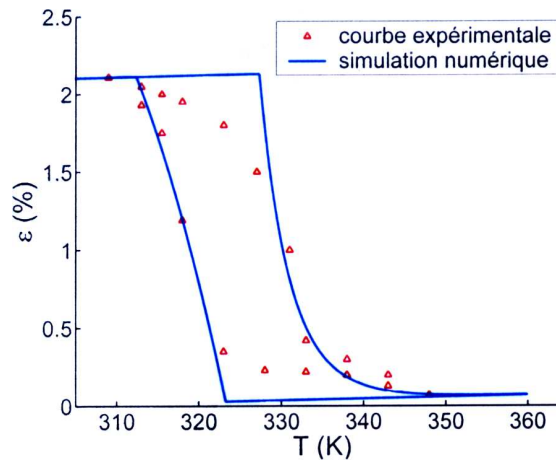


Figure 1.63 – Comparaison de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sous une contrainte de 50 MPa et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Zn-Al par Malécot (2005).

Le comportement cyclique du modèle a été validé en simulant des chargements de traction super-élastique sur deux Alliages à Mémoire de Forme différents : un Ni-Ti et un Cu-Al-Be. La figure 1.64 montre les résultats de la simulation comparés à ceux de l'essai correspondant. On observe l'évolution de la déformation résiduelle qui correspond bien

avec les essais (figure 1.64b) ainsi que la diminution de la contrainte seuil de transformation qui décroît au cours des cycles. Le point négatif est l'évolution de la déformation au début de la décharge qui suit une pente élastique, alors que la transformation inverse se met rapidement en place lors de l'essai.

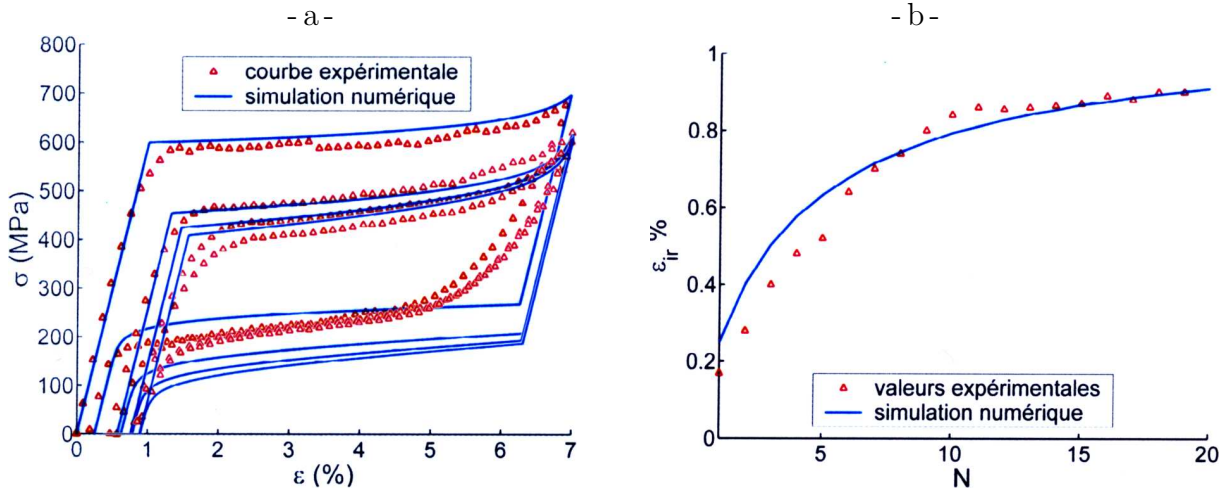


Figure 1.64 – Comparaison de la simulation d'un chargement super-élastique cyclique et de l'essai correspondant sur un alliage de Ni-Ti par Malécot (2005) : a) courbes contrainte-déformation pour les cycles 1, 5, 10 et 20, et b) évolution de la déformation résiduelle.

Le même type de chargement est simulé avec les paramètres d'un alliage en Cu-Al-Be (figure 1.65). On observe aussi une assez bonne correspondance de l'évolution de la déformation résiduelle (figure 1.65b) et la diminution de la contrainte seuil de transformation qui décroît au cours des cycles. Par contre, la forme de l'hystérésis est très éloignée de celle observée lors de l'essai.

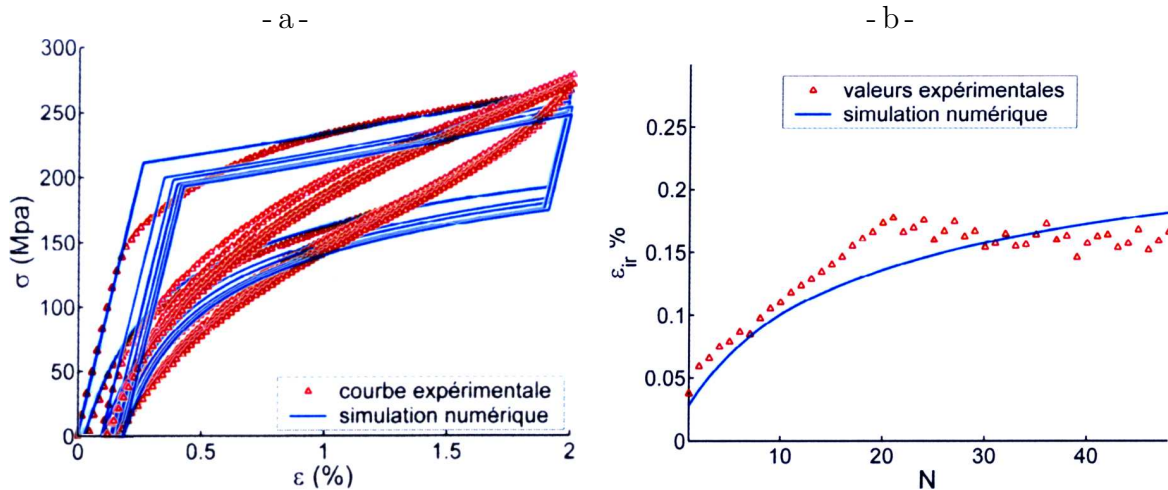


Figure 1.65 – Comparaison de la simulation d'un chargement super-élastique cyclique et de l'essai correspondant sur un alliage de Cu-Al-Be par Malécot (2005) : a) courbes contrainte-déformation pour les cycles 1, 10, 20, 30, 40 et 50, et b) évolution de la déformation résiduelle.

Le tableau 1.4 résume les caractéristiques principales du modèle.

Matériaux	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al
Chargement de super-élasticité	oui
Chargement thermo-mécanique	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui
Dissymétrie traction-compression	non
Chargement multiaxial non-proportionnel	non
Effet point mémoire	non
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle

Tableau 1.4 – Caractéristiques principales du modèle de comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme développé par Malécot (2005).

### 1.2.5 Comparaison entre les modèles

Les propriétés de ces modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme sont résumées dans le tableau 1.5. On peut remarquer que tous les modèles permettent de simuler des chargements de super-élasticité et de pseudo-plasticité et presque tous pour des chargements thermo-mécaniques. La moitié des modèles permet de simuler le comportement sous chargement multiaxial non-proportionnel alors qu'un seul prend en compte le mécanisme de réorientation et aucun ne prend en compte la dissymétrie traction-compression. Ce sont pourtant des caractéristiques qui jouent un rôle important pour ce type de chargement. Seul le modèle développé par Bo et Lagoudas (1999b) permet de prendre en compte l'effet point mémoire qui apparaît lors de charges et décharges partielles. Enfin tous les modèles prennent en compte la diminution de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage.

Le comportement cyclique est modélisé grâce à l'introduction d'une déformation plastique pour deux des modèles présentés (Lagoudas et Entchev (2004) et Auricchio *et al.* (2007)). Les deux autres modèles utilisent des contraintes internes associées à une déformation résiduelle (Zaki et Moumni (2007a)) ou à une déformation résiduelle induite par de la martensite bloquée (Malécot (2005)).

Modèle	Lagoudas	Auricchio	Zaki & Moumni	Excellent
Matériaux	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al
Chargement de super-élasticité	oui	oui	oui	oui
Chargement thermo-mécanique	oui	non	oui	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui	oui	oui	oui
Dissymétrie traction-compression	non	non	non	non
Chargement multiaxial non-proportionnel	non	oui	oui	non
Effet point mémoire	oui	non	non	non
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui	oui	oui	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée	- déformation plastique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle

Tableau 1.5 – Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.

## 1.3 Conclusion

Les Alliages à Mémoire de Forme présentent donc des propriétés spécifiques qui sont utilisées dans un grand nombre d'applications. Mais ces applications soumettent généralement l'Alliage à Mémoire de Forme à un chargement cyclique. Or les propriétés des Alliages à Mémoire de Forme soumis à ce type de chargement évoluent et peuvent conduire à leur dégradation, voir à la rupture du mécanisme.

Il est donc nécessaire de pouvoir modéliser les propriétés cycliques des Alliages à Mémoire de Forme afin de pouvoir développer de nouvelles applications et d'avoir des outils prédictifs pour leur comportement de structures et leur tenue en service sous un chargement cyclique. Mais le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique reste très peu étudié. Aucun modèle ne permet de le simuler en prenant en compte l'ensemble de ses particularités. On remarque aussi que différentes approches sont envisageables et utilisées dans les modèles proposés afin de décrire spécifiquement le comportement cyclique.

Dans la suite, nous commencerons donc par étudier expérimentalement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous divers chargements cycliques et nous nous intéresserons en particulier à l'origine de la déformation résiduelle. Puis, à partir des résultats obtenus, nous proposerons un modèle permettant de décrire, dans un premier temps, le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement super-élastique multiaxial non-proportionnel cyclique, tout en prenant en compte la dissymétrie traction-compression, l'effet point mémoire et la baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage. Ensuite, nous présenterons une évolution du modèle permettant d'améliorer le modèle précédemment développé et de simuler des chargements d'effet mémoire assisté.



# Chapitre 2

## Étude et modélisation du comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

*C'était une ancienne tradition passée de l'Égypte en Grèce, qu'un dieu ennemi du repos des hommes était l'inventeur des sciences.*

Jean-Jacques Rousseau (1712–1778)

### Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be . . . . .</b>	<b>55</b>
2.1.1	Matériau étudié . . . . .	55
2.1.2	Démarche expérimentale . . . . .	56
2.1.2.1	Pilotage des essais . . . . .	56
2.1.2.2	Mesure d'effort et de déformation . . . . .	58
2.1.2.3	Suivi de la fraction volumique de martensite par mesure de résistivité . . . . .	59
2.1.3	Résultats expérimentaux . . . . .	60
2.1.3.1	Essai de traction charge-décharge . . . . .	60
2.1.3.2	Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante . . . . .	61
2.1.3.3	Effet point mémoire . . . . .	64
2.1.3.4	Essai traction cyclique « complexe » . . . . .	65
2.1.3.5	Détermination de l'origine de la déformation résiduelle . . . . .	68

<b>2.2</b>	<b>Modélisation du comportement super-élastique cyclique . . . . .</b>	<b>71</b>
2.2.1	Modèle de base . . . . .	71
2.2.1.1	Partition de la déformation . . . . .	71
2.2.1.2	Critères de transformation directe et inverse . . . . .	71
2.2.1.3	Évolution de la déformation de transformation . . . . .	74
2.2.1.4	Fraction volumique de martensite . . . . .	76
2.2.2	Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . .	77
2.2.3	Chargement multiaxial non-proportionnel . . . . .	80
2.2.4	Chargement cyclique . . . . .	84
2.2.4.1	Traction cyclique à amplitude de déformation constante .	85
2.2.4.2	Traction cyclique « complexe » . . . . .	85
<b>2.3</b>	<b>Identification des paramètres et validation du modèle . . . . .</b>	<b>87</b>
2.3.1	Identification des paramètres du matériau . . . . .	87
2.3.1.1	Chargement de traction cyclique simple . . . . .	88
2.3.1.2	Chargement cyclique « complexe » . . . . .	90
2.3.2	Validation du comportement . . . . .	92
2.3.2.1	Validation quantitative . . . . .	92
2.3.2.2	Validation qualitative . . . . .	93
<b>2.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>98</b>

---



Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter le matériau étudié, les conditions puis les résultats des essais de traction réalisés. Ensuite, nous expliciterons les équations du modèle développé pour modéliser le comportement sous chargement cyclique observé lors des essais. Puis nous identifierons les paramètres du modèle à l'aide des résultats de certains des essais réalisés. Finalement nous validerons le comportement du modèle en comparant les résultats de simulations aux autres résultats expérimentaux ainsi qu'à des résultats donnés dans la littérature.

## 2.1 Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be

### 2.1.1 Matériau étudié

Le matériau étudié lors des essais est un Alliage à Mémoire de Forme polycristallin composé de cuivre, d'aluminium et de béryllium que l'on notera Cu-Al-Be1. Il est fourni par la société Nimesis avec une composition en pourcentages atomiques de : Cu 87 %, Al 11 % et Be 2 %. Il est livré sous forme de fils de diamètre 1,4 mm. Toutes les éprouvettes ont subi le traitement thermique suivant :

- chauffage à 650°C pendant vingt minutes à l'air ambiant,
- revenu à l'eau bouillante pendant une heure.

Afin de déterminer la taille des grains de l'alliage après le traitement thermique, nous avons réalisé une attaque chimique à l'aide d'acide nitrique (concentration de 4 %) pendant quelques secondes. Les observations au microscope optique ont permis de déterminer la taille moyenne des grains qui est d'environ 400  $\mu\text{m}$  (figure 2.1).

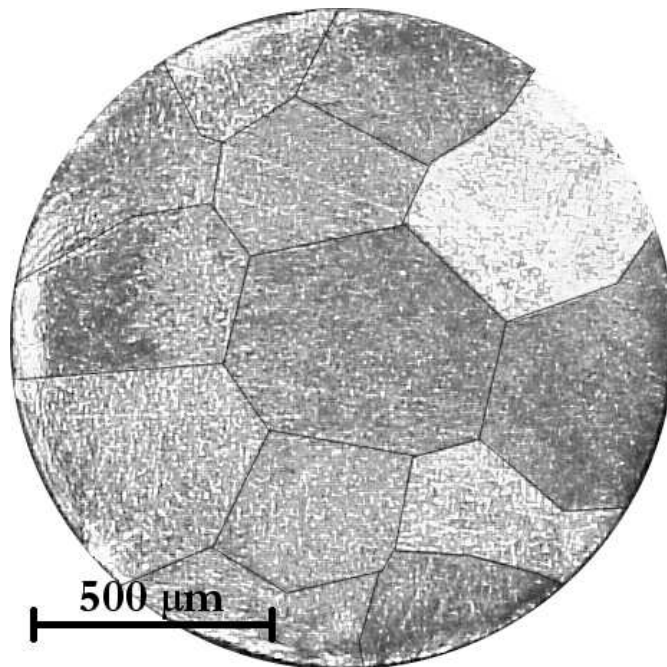


Figure 2.1 – Micrographie de la section du fil en Cu-Al-Be1 après traitement thermique.

Après traitement thermique, les températures caractéristiques de transformation ont été déterminées grâce à des mesures de résistivité. La figure 2.2 montre l'évolution de la résistivité au cours d'un cycle thermique à contrainte nulle. Les températures  $M_s^0$ ,  $M_f^0$ ,  $A_s^0$ ,  $A_f^0$  sont résumées dans le tableau 2.1. L'alliage est donc purement austénitique à température ambiante et peut donc présenter un comportement super-élastique sous chargement mécanique à température ambiante.

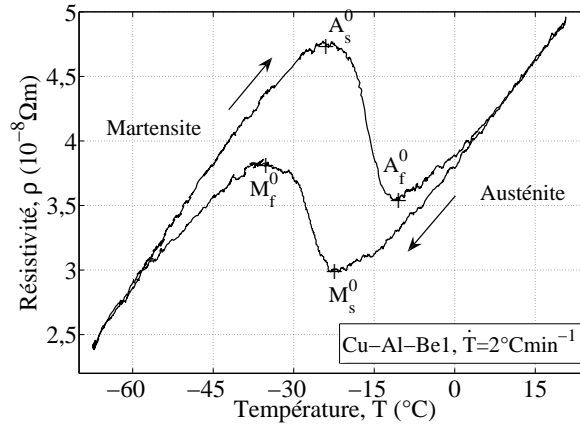


Figure 2.2 – Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle thermique sur un fil en Cu-Al-Be1.

$M_s^0$ (°C)	$M_f^0$ (°C)	$A_s^0$ (°C)	$A_f^0$ (°C)
-22,5	-35,5	-24	-10,5

Tableau 2.1 – Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1.

## 2.1.2 Démarche expérimentale

Dans cette partie, nous allons indiquer les conditions utilisées pour réaliser les essais de traction. Ils ont été effectués sur une machine de traction électro-mécanique Zwick modèle 2050, à température ambiante (approximativement 20 °C). Nous verrons la méthode de pilotage des essais, les moyens de mesure d'effort et de déformation utilisés, ainsi que les mesures de résistivité qui ont été réalisées.

### 2.1.2.1 Pilotage des essais

L'ensemble des essais a été réalisé avec un pilotage en déformation. On impose une vitesse de déformation faible ( $\dot{\epsilon} \simeq 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) pour éviter l'auto-échauffement du matériau. Afin de le vérifier, nous avons mesuré la température au cours d'un essai de traction cyclique à 4 % d'amplitude de déformation en utilisant un thermocouple. La figure 2.4 montre que la variation de la température moyenne sur un cycle reste très faible avec une augmentation d'environ 0,15 °C au cours de l'essai. On peut donc considérer que les essais ont été réalisés dans des conditions isothermes.



Figure 2.3 – Montage utilisé lors des essais de traction.

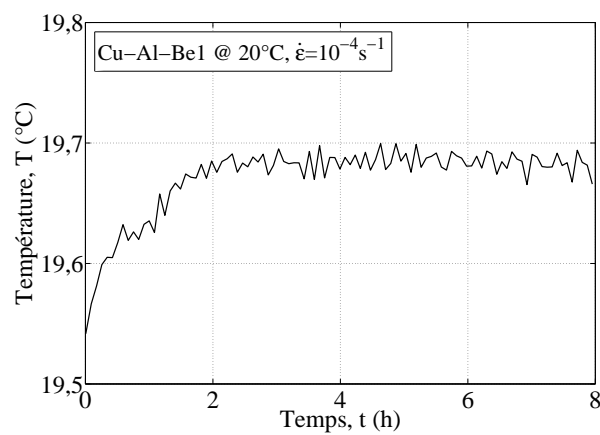


Figure 2.4 – Évolution de la température moyenne au cours d'un essai de traction cyclique.

Les essais cycliques sont réalisés avec un chargement variant entre une déformation maximale (appelée abusivement amplitude de déformation du chargement) et une contrainte nulle lors de la décharge.

### 2.1.2.2 Mesure d'effort et de déformation

L'effort est mesuré grâce à une cellule d'effort ayant une charge maximale de 50 kN (figure 2.5).

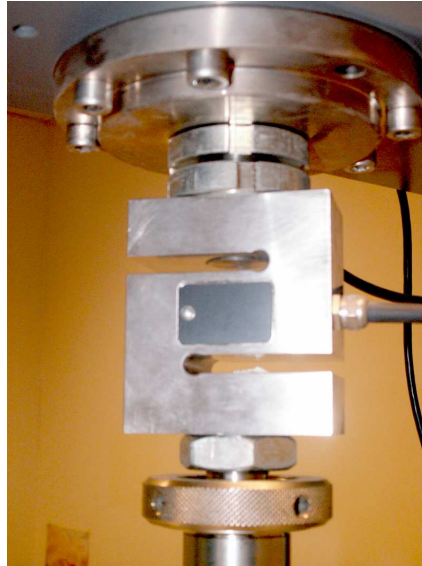


Figure 2.5 – Capteur de force utilisé lors des essais de traction.

La déformation axiale est mesurée grâce à un extensomètre électro-mécanique avec une base de mesure de 40 mm (figure 2.6) ce qui donne environ 1 800 grains dans la zone de mesure.



Figure 2.6 – Extensomètre électro-mécanique utilisé lors des essais de traction pour mesurer la déformation de l'éprouvette.

L'acquisition des données est réalisée à l'aide d'un PC équipé du logiciel TestXware.

### 2.1.2.3 Suivi de la fraction volumique de martensite par mesure de résistivité

La résistance électrique des éprouvettes a été mesurée au cours des essais afin de suivre l'évolution de la fraction volumique de martensite. En effet, la résistivité de la martensite et celle de l'austénite sont différentes. La méthode utilisée est la mesure dite « 4 points » (figure 2.7) :

- le courant  $i$  est imposé dans l'éprouvette,
- la tension  $U$  induite par la résistance de l'éprouvette et le courant imposé, est mesurée sur une longueur  $L$ .

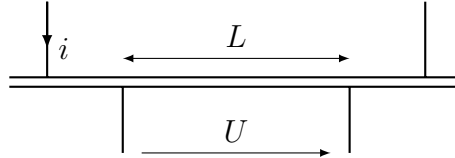


Figure 2.7 – Méthode des « 4 points » permettant de mesurer la résistivité de l'alliage.

La résistance de la partie centrale de l'éprouvette vaut alors  $R = \frac{U}{i}$ . Afin de déterminer la résistivité de l'éprouvette, il faut alors prendre en compte la variation de la longueur de mesure  $L$  et la variation de la section  $S$  au cours de l'essai. La résistivité  $\rho$  vaut :

$$\rho = R \frac{S}{L} \quad (2.1)$$

La déformation élastique est faible comparée à la déformation de transformation. Si on néglige la première et puisque la transformation martensitique se fait à volume constant dans les Alliages à Mémoire de Forme, on peut considérer le volume du fil constant ( $V_0 = S_0 L_0 = SL = V$ ), d'où :

$$\rho = \frac{UV_0}{iL^2} \quad (2.2)$$

La résistivité au cours de l'essai se calcule donc à partir de la tension et de la déformation mesurées :

$$\rho = \frac{UV_0}{i(1 + \varepsilon)^2 L_0^2} \quad (2.3)$$

En utilisant la mesure de résistivité lors d'un essai d'effet mémoire assisté, on peut déduire la résistivité de l'austénite et de la martensite pures,  $\rho_A$  et  $\rho_M$  respectivement (Gedouin *et al.* (2009)). Puis en utilisant une loi des mélanges (Milton (2002)) on obtient la fraction volumique de martensite,  $z$  :

$$z = 1 - \frac{\rho - \rho_M}{\rho_A - \rho_M} \left( \frac{\rho_A}{\rho} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.4)$$

On peut donc évaluer la fraction volumique de martensite au cours d'un essai. La figure 2.8 montre l'évolution de la fraction volumique de martensite,  $z$ , évaluée par cette méthode, en fonction de la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ . On observe bien la relation

entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation introduite par Vacher et Lexcellent (1991) et validée récemment par Taillard *et al.* (2008) :

$$z = \frac{\varepsilon^{tr}}{\gamma} \quad (2.5)$$

Avec  $\gamma$  la déformation de transformation maximale qui est une propriété du matériau considéré.

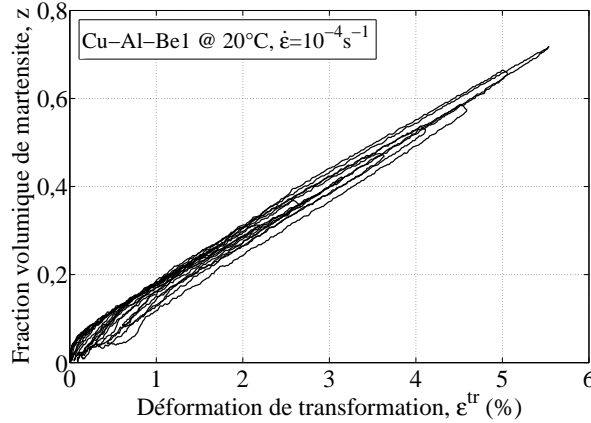


Figure 2.8 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation au cours d'un essai de traction cyclique.

### 2.1.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, seront présentés tous les résultats des essais sur fils qui ont été réalisés. Tout d'abord des essais de traction cyclique à amplitude de chargement constante ont été effectués. Ils permettront d'identifier par la suite les paramètres du modèle. Un essai de traction qui permet de vérifier l'effet point mémoire a été réalisé afin de bien appréhender le phénomène. Puis nous présenterons les résultats des essais de traction cyclique à amplitude de chargement variable, qui permettront de valider le comportement du modèle. Enfin nous montrerons le résultat d'un flash thermique appliqué aux éprouvettes à la fin des essais de traction cyclique. Ce dernier essai nous permettra de déterminer l'origine de la déformation résiduelle observée à la fin des essais.

#### 2.1.3.1 Essai de traction charge-décharge

Lors d'un essai de traction simple charge-décharge (figure 2.9), on observe bien la charge élastique à partir du point O suivi, lorsqu'une contrainte limite est atteinte au point A, d'une transformation entraînant un mécanisme de déformation supplémentaire. Lors de la décharge à partir du point B, la décharge élastique n'existe pas ou est très faible et la transformation inverse se produit quasiment immédiatement. La pente observée à la fin de la décharge au point C est légèrement plus faible que la pente élastique observée entre les points O et A. On peut donc penser que la transformation inverse n'est alors pas encore terminée. Ce qui expliquerait la présence de la déformation résiduelle.

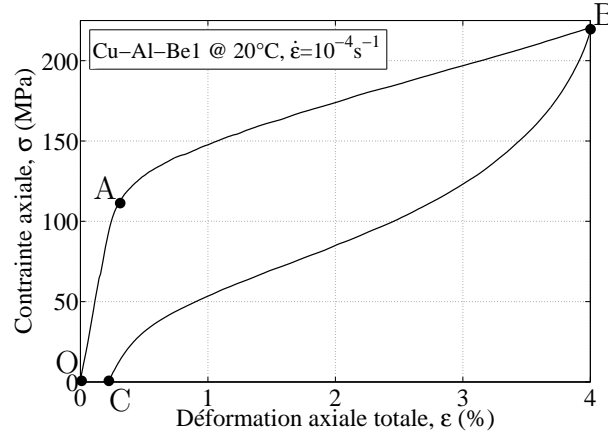


Figure 2.9 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple.

### 2.1.3.2 Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante

Afin de déterminer l'influence du cyclage sur le comportement de l'alliage, des essais de traction cyclique ont été réalisés (figure 2.10). Différentes amplitudes de déformation ont été utilisées afin de vérifier aussi l'influence de l'amplitude du chargement sur l'évolution de la déformation résiduelle. Pour ne pas influencer les résultats, chaque essai a été réalisé sur un fil vierge de tout chargement. Les essais n'ont pas été réalisés jusqu'à la rupture mais ont été interrompus au bout d'un certain nombre de cycles prédéterminé.

La déformation résiduelle observée à la fin du premier cycle augmente à chaque cycle et tend vers une valeur de saturation. Mais on peut constater que la vitesse d'évolution et la valeur de saturation de la déformation résiduelle dépendent de l'amplitude de déformation imposée (figure 2.11a). Plus l'amplitude de déformation du chargement est importante plus la déformation résiduelle évolue rapidement avec le nombre de cycles avant d'atteindre une valeur à saturation dépendant de l'amplitude.

Une première hypothèse consiste à supposer que la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , évolue en fonction de la « quantité de transformation » produite durant les essais de traction cyclique. On définit alors la transformation cumulée,  $tr$ , comme étant la totalité de la déformation de transformation qui apparaît ou disparaît au cours d'un essai, divisée par la déformation de transformation maximale,  $\gamma$  :

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon^{tr}}{\gamma} \right| \quad (2.6)$$

La figure 2.11b montre l'évolution de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ . Cette courbe montre que la transformation cumulée,  $tr$ , n'est pas le seul paramètre qui influence l'évolution de la déformation résiduelle. Une observation classique dans le domaine de la plasticité cyclique (Chaboche (1991)) est que l'amplitude du chargement semble être également un aspect important.

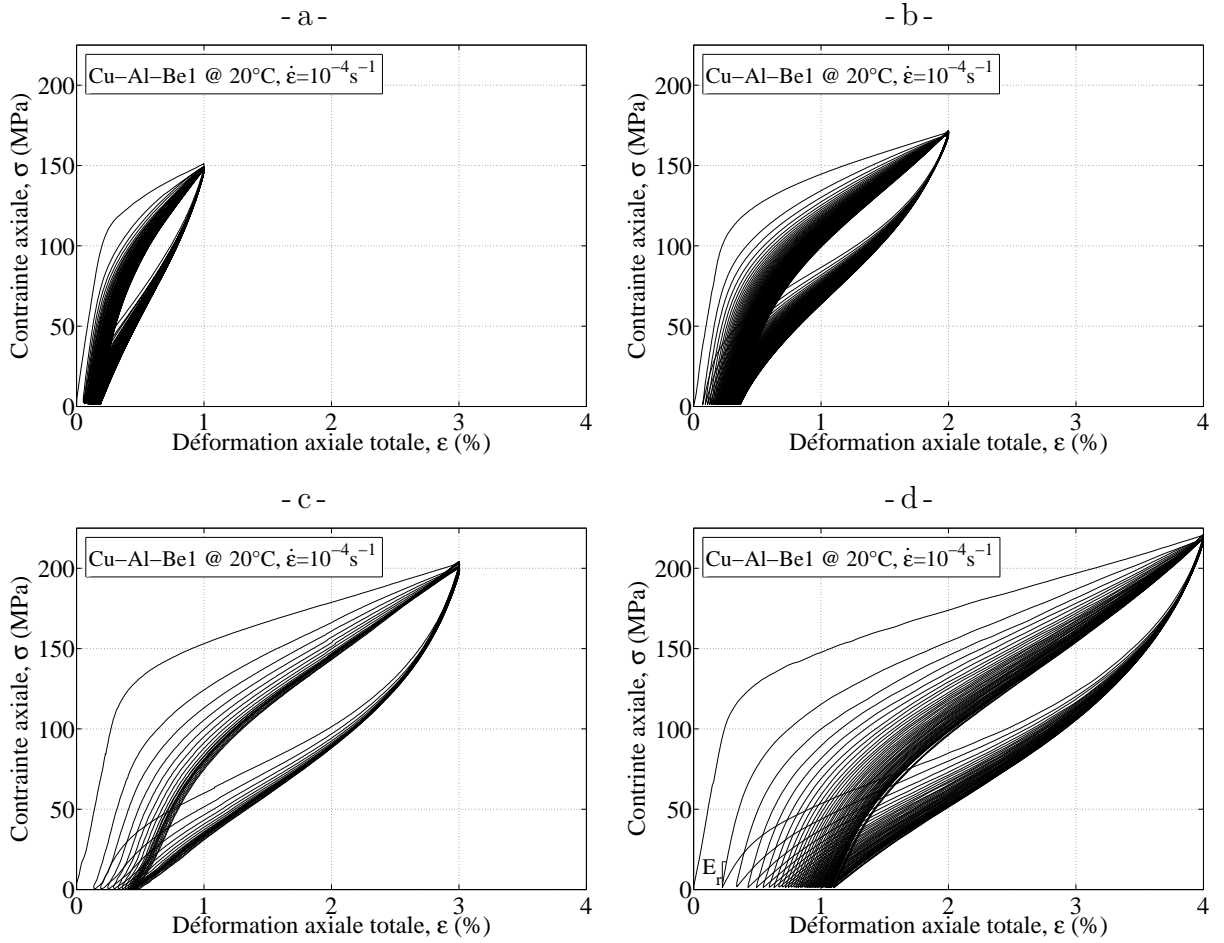


Figure 2.10 – Courbes de contrainte-déformation d’essais de traction cyclique pour des amplitudes constantes : a) 100 cycles à 1 %, b) 120 cycles à 2 %, c) 20 cycles à 3 %, et d) 50 cycles à 4 % de déformation.

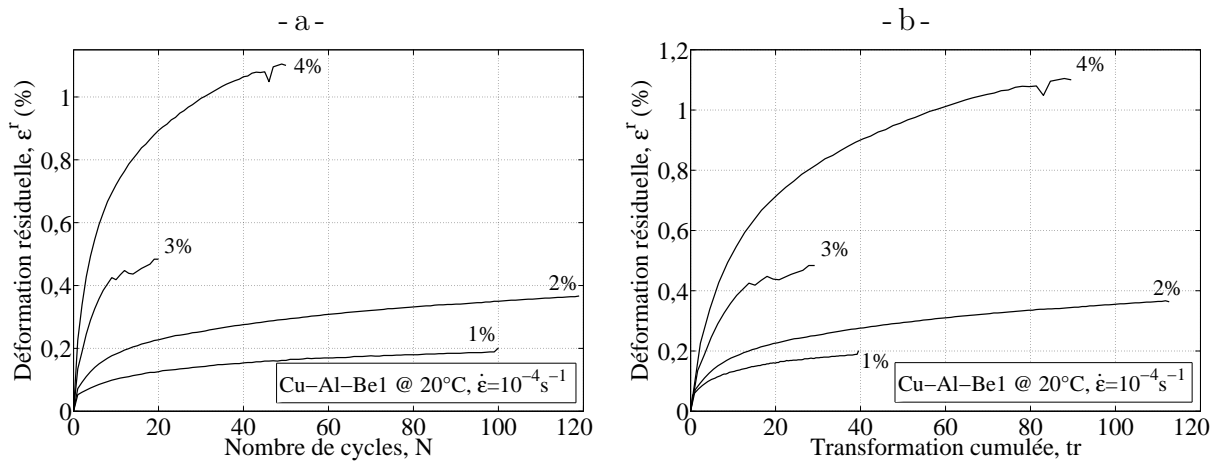


Figure 2.11 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.



La figure 2.12 montre l'évolution de la pente à la recharge,  $E_r$  (voir figure 2.10d), qui décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation. On remarque une chute de cette pente au niveau du 70<sup>e</sup> cycle pour l'essai de cyclage à 2 % d'amplitude de déformation. Pourtant rien ne paraît sur la courbe contrainte-déformation de l'essai (figure 2.10b).

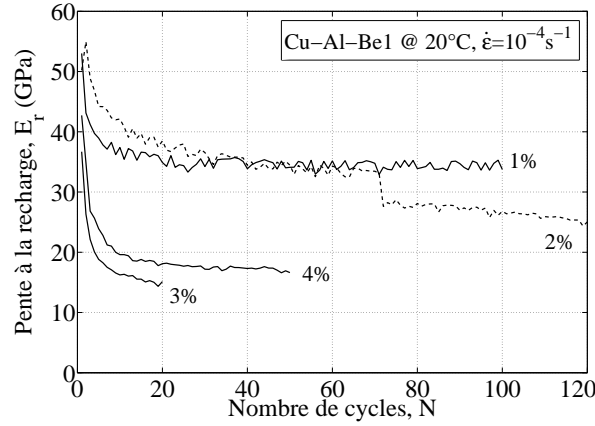


Figure 2.12 – Évolution de la pente à la recharge,  $E_r$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

La figure 2.13 montre l'évolution de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ , qui, de même que la pente à la recharge, décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

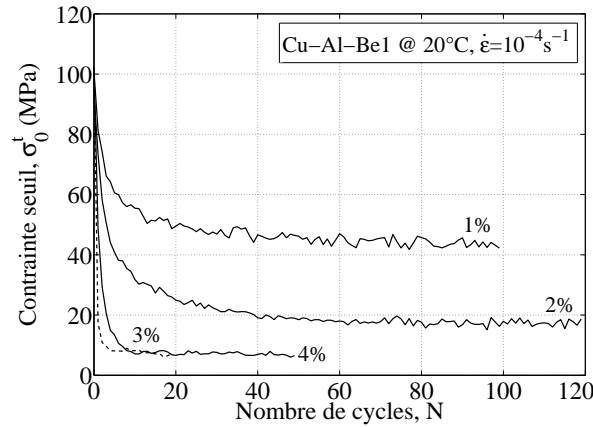


Figure 2.13 – Évolution de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

Ces résultats sont eux aussi cohérents avec l'hypothèse d'une déformation résiduelle provenant d'une transformation incomplète à la fin de la décharge. La fraction volumique de martensite résiduelle étant de plus en plus importante la déformation résiduelle augmente et la pente à la recharge diminue à chaque cycle.

### 2.1.3.3 Effet point mémoire

L'effet point mémoire est une propriété particulière du comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Cet effet a été montré pour la première fois par Ortin (1992). Il est très similaire à la notion de « mémoire discrète » introduite par Guélin (1980). Cette propriété implique que lorsque l'on forme des boucles de chargement, alors celles-ci se refermeront sur le point où elles ont été ouvertes. Pour vérifier cet effet, nous appliquons au matériau un trajet de chargement permettant de réaliser des boucles (figure 2.14). Il consiste à :

- charger l'éprouvette jusqu'à 4 % de déformation (point A),
- décharger jusqu'à 2 % (point B),
- recharger jusqu'à 3 % (point C),
- décharger jusqu'à 1 % (point D),
- recharger jusqu'à 4 % (point E),
- et finalement à décharger à contrainte nulle (point F).

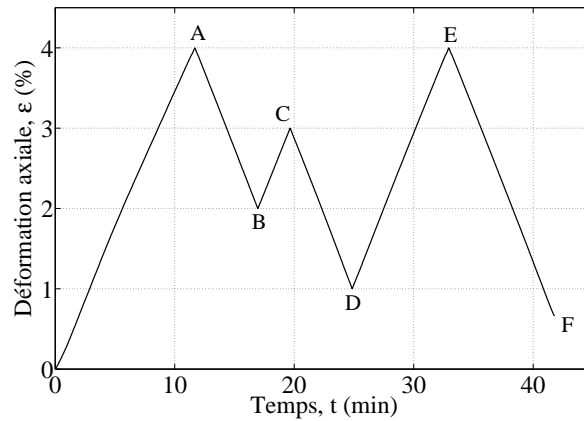


Figure 2.14 – Trajet de chargement en déformation permettant d'illustrer l'effet point mémoire.

La réponse du matériau (figure 2.15) montre que :

- durant le trajet (OA) il n'y a aucun point mémoire car le matériau est initialement vierge,
- après la première inversion du sens de chargement, le point A devient un « point mémoire haut »,
- à la recharge suivante, le point B devient un « point mémoire bas »,
- ensuite, c'est au tour du point C de devenir un « point mémoire haut »,
- lors de la décharge qui suit, on observe que le trajet (CD) passe par le point mémoire bas B,
- lors de la recharge suivante, les points mémoire B et C sont oubliés car la boucle (BCB) a été fermée et le trajet (DE) ne passe pas par ces points mémoire, mais rejoint le point mémoire haut A.
- enfin, lors de la décharge finale, le point mémoire D est oublié car la boucle (ADE) est fermée et le trajet ne passe donc pas par ce point.

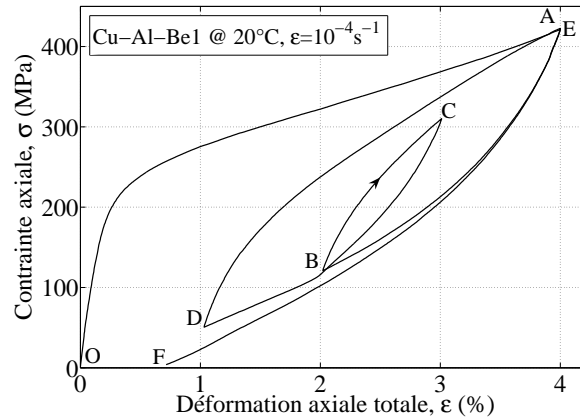


Figure 2.15 – Courbe de contrainte-déformation de l'essai illustrant l'effet point mémoire.

#### 2.1.3.4 Essai traction cyclique « complexe »

Les essais précédents nous permettront de proposer un modèle de comportement cyclique prenant en compte l'effet de l'amplitude du chargement. Afin de vérifier que ce modèle fonctionne aussi pour des chargements avec une amplitude variable au cours de l'essai, nous avons réalisé des essais de traction cyclique « complexe ».

Le premier est un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitude croissante. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation maximale de 0,5 % à chaque cycle (figure 2.16).

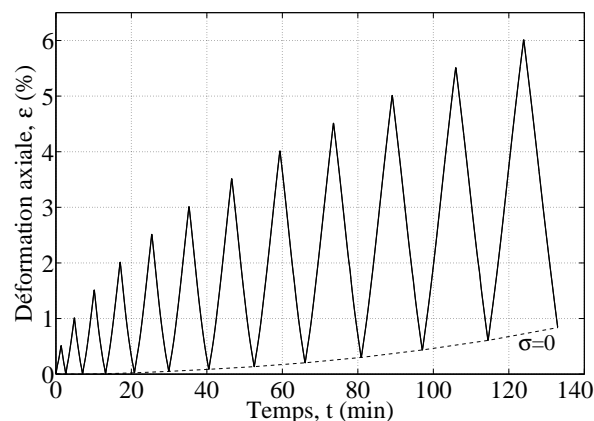


Figure 2.16 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante.

La figure 2.17 montre la courbe contrainte-déformation correspondante. On peut observer, lors de cet essai, que l'effet point mémoire est respecté : à chaque cycle, lors de la recharge, la courbe passe par le point maximal de la boucle en cours ; par contre, elle ne passe pas par ceux des cycles précédents car les boucles ont déjà été fermées.

La figure 2.18a montre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et la figure 2.18b son évolution en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ . Contrairement aux essais de traction cyclique précédents, la déformation résiduelle ne sature pas pour cet essai. Ce n'est cependant pas contradictoire avec les résultats des

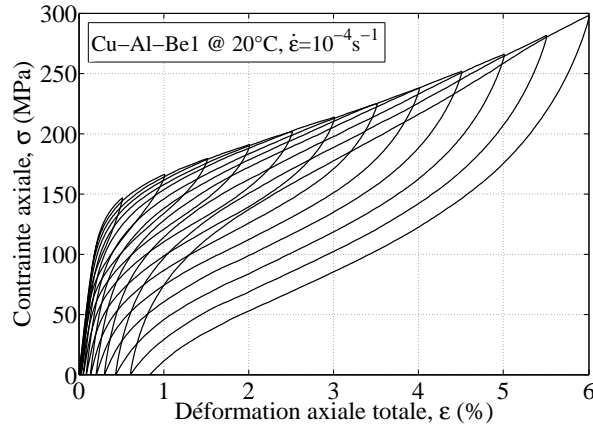


Figure 2.17 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante.

essais de traction cyclique à différentes amplitudes : la déformation résiduelle augmente de plus en plus car l'amplitude augmente de plus en plus.

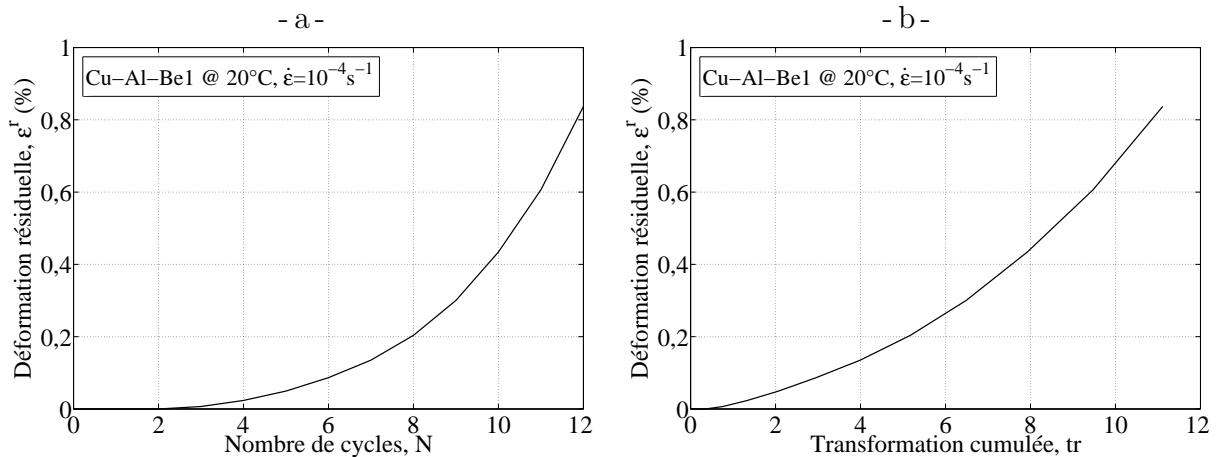


Figure 2.18 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante.

Nous avons ensuite réalisé un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitudes alternées. Il consiste à réaliser le chargement suivant (figure 2.19) :

- un cycle à 4 % de déformation,
- 50 cycles à 2 % de déformation,
- à nouveau un cycle à 4 % de déformation,
- suivi aussi de 50 cycles à 2 % de déformation.

Cet essai permet de mettre en évidence deux aspects. Il montre l'influence d'une augmentation de l'amplitude du chargement après plusieurs cycles à amplitude de déformation constante, ainsi que celle d'une baisse d'amplitude après un cycle à grande amplitude. Pour cet essai aussi, la courbe contrainte-déformation (figure 2.20) montre que l'effet point mémoire est vérifié.

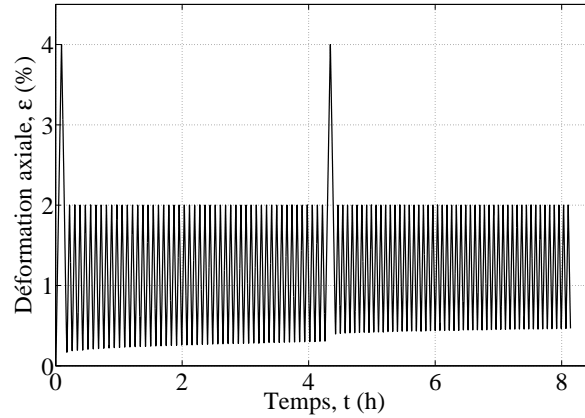


Figure 2.19 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

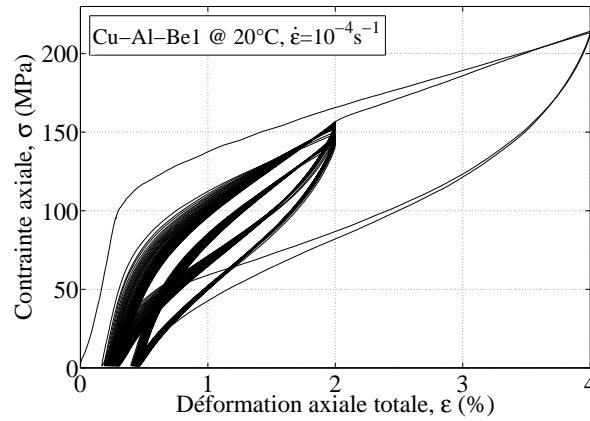


Figure 2.20 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Les figures 2.21a et 2.21b montrent l'évolution de la déformation résiduelle en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée,  $tr$ , comparées à celles des essais de traction cyclique à 2 % et 4 % d'amplitudes de déformation. On observe que la déformation résiduelle augmente fortement lors des cycles à 4 % et plus faiblement lors des cycles à 2 % comme lors des essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante.

On peut aussi remarquer que pour les premiers cycles à 2 % d'amplitude de déformation, l'évolution est plus lente que lors de l'essai de traction cyclique à 2 % d'amplitude de déformation et que les deux courbes tendent à se rejoindre. De même, lors du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, l'évolution de la déformation résiduelle est beaucoup plus importante comparée à celle de l'essai de traction cyclique à 4 % d'amplitude de déformation pour une valeur de transformation cumulée correspondante.

Ces résultats confirment que la transformation cumulée,  $tr$ , ne suffit pas à décrire l'évolution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

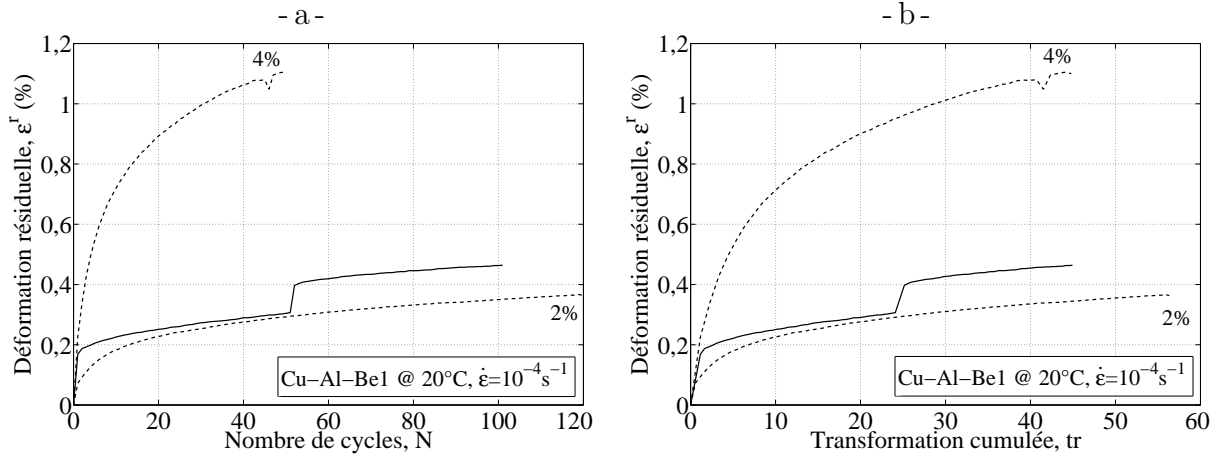


Figure 2.21 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l’essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

### 2.1.3.5 Détermination de l’origine de la déformation résiduelle

Le développement de la déformation résiduelle peut avoir deux origines selon l’amplitude de déformation du chargement et la constitution de l’alliage considéré. Certains auteurs l’expliquent par de la plasticité due à un glissement de dislocations dans le matériau (Gall et Maier (2002) et Brinson *et al.* (2004)). L’autre possibilité est l’apparition de martensite résiduelle. Cette martensite résiduelle peut provenir d’une transformation inverse incomplète, ou bien de martensite bloquée par des contraintes internes (Moreau (1998); Otsuka et Wayman (1999); Kato *et al.* (1999); Montecinos *et al.* (2008); Malard (2008) et Kang *et al.* (2009)). Il est aussi possible que les deux mécanismes d’apparition de la déformation résiduelle se produisent au cours d’un chargement.

Il est important de savoir quelle est l’origine de l’apparition de la déformation résiduelle, car elle conditionnera la manière dont celle-ci sera introduite dans le modèle afin de simuler au mieux le comportement cyclique.

Un essai simple permet de différencier les deux et de confirmer l’origine de la déformation résiduelle (Moreau (1998)). Il s’agit d’appliquer un flash thermique consistant à chauffer l’éprouvette à 200°C pendant quelques secondes et à observer l’évolution de la déformation résiduelle. Si la déformation résiduelle décroît de manière significative on peut conclure que l’origine physique est majoritairement de la martensite résiduelle. En effet, la brièveté et le faible niveau de température ne permettent pas la restauration de la déformation plastique, mais force la martensite résiduelle à se transformer en austénite.

Nous avons donc appliqué un flash thermique après chaque essai de cyclage tout en mesurant la température à l’aide d’un thermo-couple placé sur l’éprouvette. La figure 2.22 montre l’évolution de la déformation résiduelle (en noir) et de la température (en gris), au cours de l’essai de traction cyclique à 4% d’amplitude de déformation.

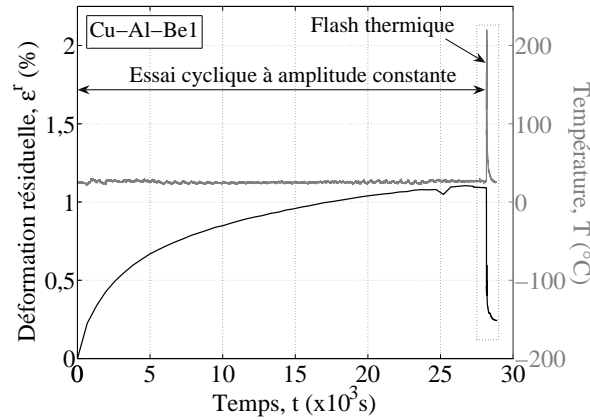


Figure 2.22 – Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors de l'essai de traction cyclique à amplitude constante suivi d'un flash thermique.

La figure 2.23 est un zoom de la figure précédente sur le flash thermique. On observe que lors du flash, le niveau de déformation résiduelle diminue rapidement. Une fois l'éprouvette refroidie, 77 % de la déformation résiduelle a disparu. On peut donc en conclure que la majorité de celle-ci provient de la martensite résiduelle qui disparaît lors du flash thermique.

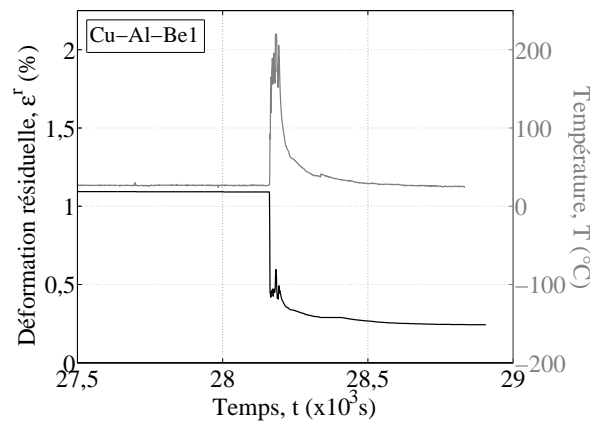


Figure 2.23 – Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors du flash thermique.

Ces résultats obtenus grâce aux flashes thermiques sont importants car ils ont permis de déterminer l'origine principale de la déformation résiduelle pour l'Alliage à Mémoire de Forme que nous avons utilisé. Ils vont donc conditionner les hypothèses ainsi que le cadre retenu lors du développement du modèle.

Les résultats des essais réalisés permettent de déterminer plusieurs aspects du comportement des Alliages à Mémoire de Forme :

- Les mesures de résistivité effectuées au cours des essais ont montré que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , est bien vérifiée.
- Les essais de traction cyclique réalisés mettent en évidence l'influence du cyclage sur le comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Ils ont permis de montrer que l'évolution de la déformation résiduelle dépend de l'amplitude du chargement. Mais les résultats obtenus grâce aux essais cycliques « complexes » montrent qu'elle dépend aussi de la déformation résiduelle déjà créée.
- La baisse de la contrainte seuil de transformation a aussi été montrée lors des essais de traction cyclique.
- Différents essais mettent aussi en évidence l'effet point mémoire : les boucles de chargement se referment toujours sur le point où elles ont été ouvertes.
- Enfin l'origine de la déformation résiduelle est analysée grâce à deux observations : la pente à la recharge qui diminue lors des essais de traction cyclique indique une transformation incomplète et la disparition d'une grande partie de la déformation résiduelle lors d'un flash thermique appliqué après un essai de cyclage confirme cette hypothèse.

Cependant comme nous l'avons montré dans la partie 1.2, il n'existe pas de modèle permettant de simuler le comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme et qui tienne compte de toutes ces observations.



## 2.2 Modélisation du comportement super-élastique cyclique

Dans cette partie, nous allons détailler le développement et les équations constitutives du modèle macroscopique 3D qui permettront de reproduire les observations expérimentales présentées précédemment. Tout d'abord nous allons présenter le modèle développé par Bouvet *et al.* (2004) que nous avons repris, puis les modifications que nous avons apportées dans le but de prendre en compte le comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme.

### 2.2.1 Modèle de base

Le modèle développé par Bouvet *et al.* (2002, 2004) est un modèle macroscopique phénoménologique. Il permet de décrire le comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme sous chargement multiaxial non-proportionnel. Le modèle se base sur trois hypothèses, ainsi que sur l'utilisation de deux critères de transformation. Les hypothèses que nous présenterons par la suite sont l'hypothèse des petites déformations, la loi de transformation qui suit la règle de normalité, ainsi que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation équivalente,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$ , vérifiée lors des essais (figure 2.8).

#### 2.2.1.1 Partition de la déformation

La première hypothèse sur laquelle est fondé le modèle, est l'hypothèse des petites perturbations. Elle permet l'adoption de la partition du tenseur de déformation,  $\varepsilon$ , en déformation élastique,  $\varepsilon^e$ , et en déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$  :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = \mathbb{C}^{-1}\varpi + \varepsilon^{tr} \quad (2.7)$$

Avec  $\varpi$  le tenseur des contraintes. Pour ne pas compliquer le modèle, les comportements élastiques des deux phases (austénite et martensite) sont supposés identiques et sont représentés par le tenseur d'élasticité de Hooke du quatrième ordre,  $\mathbb{C}$ .

Il n'y a donc pas de déformation plastique introduite dans le modèle et nous verrons par la suite qu'il sera inutile d'en rajouter pour introduire la déformation résiduelle.

#### 2.2.1.2 Critères de transformation directe et inverse

Afin de piloter les transformations directe et inverse, deux critères de transformation sont utilisés. Le premier pilote la transformation directe :

$$f_1 = \bar{\sigma} - \frac{R(z) + \sigma_0^t}{g(y_\sigma)} \leq 0 \quad (z < 1) \quad (2.8)$$

Où  $R(z)$  caractérise la taille du critère de transformation,  $z$  est la fraction volumique de martensite,  $\sigma_0^t$  est la limite de transformation directe,  $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathbb{s}$  :  $\mathbb{s}$  est la contrainte

équivalente de von Mises avec  $\mathbb{s} = \mathbb{\sigma} - \frac{\text{tr}(\mathbb{\sigma})}{3}\mathbb{I}_d$  la contrainte déviatorique,  $y_\sigma = \frac{27 \det(\mathbb{s})}{2 \sqrt{2} \sigma^3}$  est le troisième invariant du tenseur des contraintes et  $g$  est la fonction qui permet de définir la forme du critère de transformation afin de prendre en compte la dissymétrie de traction-compression observée dans le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (Vacher et Lexcellent (1991); Patoor *et al.* (1995); Gall *et al.* (1997); Liu *et al.* (1998) et Orgéas et Favier (1998)).

La figure 2.24 montre les résultats d'un essai de traction et d'un essai de compression réalisés par Orgéas et Favier (1998). On observe que la contrainte limite de transformation en traction,  $\sigma_0^t$ , est plus faible que la contrainte limite de transformation en compression,  $\sigma_0^c$ .

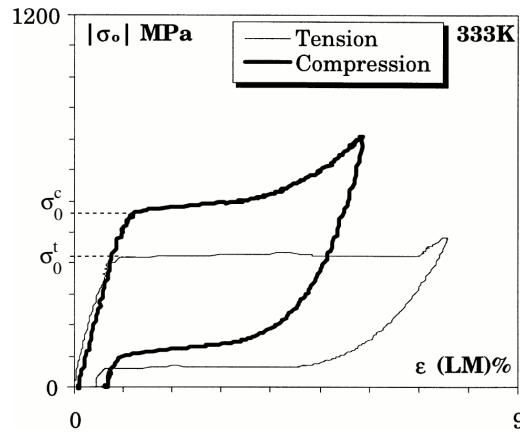


Figure 2.24 – Comparaison entre les courbes contrainte-déformation d'essais de traction et de compression réalisés sur un Ni-Ti par Orgéas et Favier (1998).

Cette dissymétrie entre traction et compression est prise en compte grâce à la fonction  $g$  qui permet de décrire la forme du critère de transformation. La fonction utilisée est la suivante :

$$g(y) = \cos \left( \frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y))}{3} \right) \quad (2.9)$$

Avec  $a$  un facteur permettant de régler la dissymétrie. Elle permet d'obtenir un critère de transformation convexe pour des valeurs de  $a$  allant de 0 à 1 (Bigoni et Piccolroaz (2004)). Lorsque  $a$  vaut 0,  $g(y)$  vaut 1 pour tout  $y$  et le critère est donc identique à celui de von Mises. Lorsque  $a$  vaut 1,  $g(y)$  varie entre  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  et 1, ce qui donne le maximum de dissymétrie de traction-compression tout en gardant un critère de transformation convexe. La figure 2.25 représente la projection sur le plan des déviateurs, des critères de transformation dans ces deux cas, avec  $s_I$ ,  $s_{II}$  et  $s_{III}$  qui représentent les déviateurs des contraintes principales  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$ .

La valeur de  $a$  peut être déterminée à partir des limites de transformation directe en traction,  $\sigma_0^t$ , et en compression,  $\sigma_0^c$  :

$$a = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( 3 \cos^{-1} \left( \frac{\sigma_0^t}{\sigma_0^c} \right) \right) \right) \quad (2.10)$$

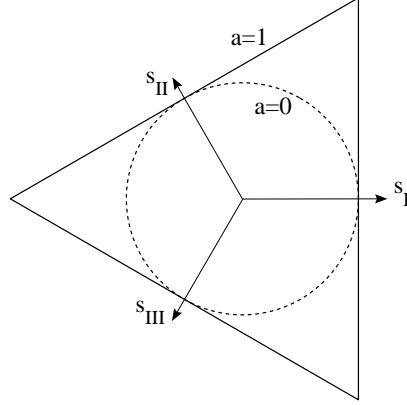


Figure 2.25 – Formes des critères de transformation avec un minimum ( $a = 0$ , von Mises) et un maximum ( $a = 1$ ) de dissymétrie traction-compression.

La contrainte équivalente,  $\sigma_{eq}$ , s'exprime alors en fonction de la contrainte équivalente de von Mises,  $\bar{\sigma}$ , et de la fonction  $g$  définie dans l'équation 2.9 (Raniecki et LExcellent (1998)) :

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma}g(y_{\sigma}) \quad (2.11)$$

Le second critère de transformation, pilotant la transformation inverse, est un plan normal à la direction de la déformation de transformation :

$$f_2 = -\mathbb{W} : \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}{\varepsilon^{tr}} + \frac{R(z) + \sigma_0^t - \delta(z)}{g(\cos(3\alpha))} \cos(\theta - \alpha) \leq 0 \quad (z > 0) \quad (2.12)$$

Avec  $\overline{\varepsilon}^{tr} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^{tr} : \boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}$  la déformation de transformation équivalente de von Mises,  $\delta(z)$  la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé représentée en gris sur la figure 2.26.

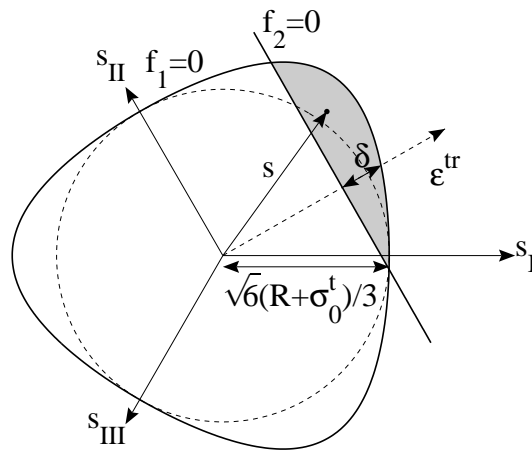


Figure 2.26 – Formes des critères de transformation du modèle de Bouvet *et al.* (2004).

Les angles  $\theta$  et  $\alpha$  sont définis sur la figure 2.27.  $\theta$  est l'angle dans le plan du déviateur, entre une direction principale et la déformation de transformation et peut s'écrire sous la forme :

$$\theta = \frac{\arccos(y_\varepsilon)}{3} \quad (2.13)$$

Où  $y_\varepsilon = 4 \frac{\det(\varepsilon^{tr})}{\varepsilon^{tr3}}$  est le troisième invariant du tenseur de déformation de transformation. L'angle  $\alpha$  est l'angle dans le plan du déviateur, entre une direction principale et le point où la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , est normale au critère de transformation directe,  $f_1 = 0$ .

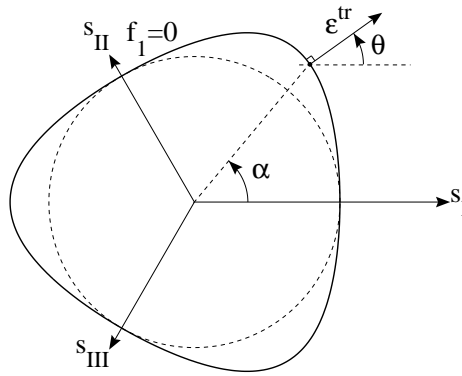


Figure 2.27 – Définition des angles  $\theta$  et  $\alpha$  en fonction de la déformation de transformation.

### 2.2.1.3 Évolution de la déformation de transformation

Pour la loi de transformation, l'hypothèse retenue est la règle de normalité. Lors de la transformation directe, la vitesse de déformation de transformation,  $\dot{\varepsilon}^{tr}$ , est donc définie parallèle au tenseur  $\mathbb{K}_\sigma$  (équation 2.16), qui est la normale au critère de transformation directe,  $f_1 = 0$  (figure 2.28a). Cette hypothèse a été validée expérimentalement sous chargement de traction-compression biaxiale par Bouvet *et al.* (2002) et sous chargement de traction-torsion par Taillard (2006).

Lors de la transformation inverse, afin de toujours vérifier la relation entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , il est nécessaire de respecter la condition suivante même lors de chargements complexes : la déformation de transformation doit revenir à zéro en même temps que la fraction volumique de martensite à la fin de la transformation inverse. Afin de réaliser cette contrainte simplement, il suffit de définir la direction de la vitesse de déformation de transformation,  $\dot{\varepsilon}^{tr}$ , colinéaire à la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$  (figure 2.28b).

Cette relation justifie alors la forme d'un plan normal à la direction de la déformation de transformation adoptée pour le critère de transformation inverse afin que l'hypothèse de la règle de normalité soit respectée.

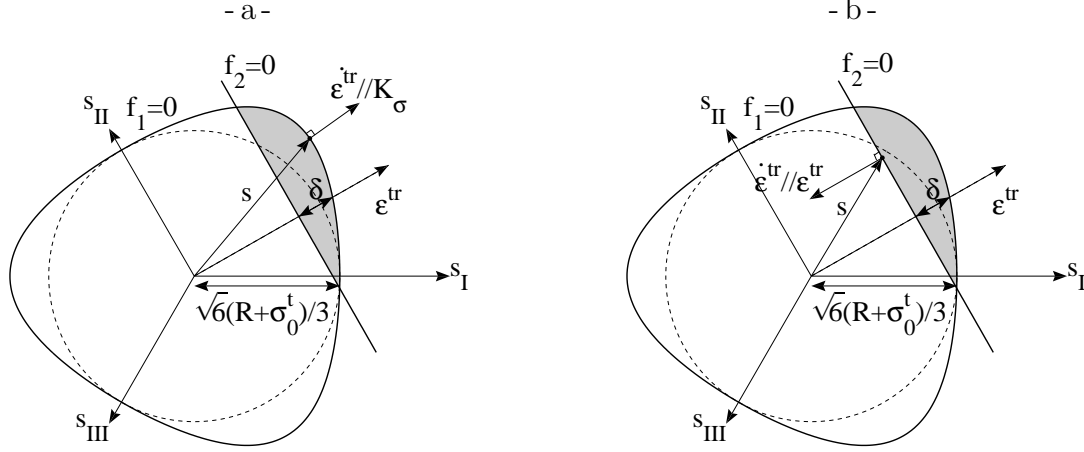


Figure 2.28 – Évolution de la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur lors : a) de la transformation directe, et b) de la transformation inverse.

La vitesse de déformation de transformation vaut alors :

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \begin{cases} \dot{\lambda}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \mathbb{W}} = \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\sigma & \text{en transformation directe } (\dot{z} > 0) \\ -\dot{\lambda}_2 \frac{\partial f_2}{\partial \mathbb{W}} = -\dot{\lambda}_2 \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}} & \text{en transformation inverse } (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.14)$$

Avec  $\dot{\lambda}_1$  et  $\dot{\lambda}_2$  les multiplicateurs de transformation donnés par les conditions de cohérence :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{élasticité}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = 0 \quad (\text{décharge élastique}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 < 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{recharge élastique}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 = 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \frac{\gamma \dot{z}}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \geq 0 \quad (\text{transformation directe}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 = 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = -\gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \geq 0 \quad (\text{transformation inverse}) \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{f}_1 = 0 \\ \dot{f}_2 = 0 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} f_2 = 0 \\ f_1 = 0 \end{array} \right. & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma - \dot{\lambda}_2 \frac{g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} = \gamma \dot{z} \quad (\text{réorientation}) \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Avec le tenseur normal au critère de transformation directe,  $\mathbb{K}_\sigma$ , qui vaut :

$$\mathbb{K}_\sigma = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \mathbb{W}} = \frac{3}{2} g(y_\sigma) \mathbb{N}_\sigma + \frac{9}{2} g'(y_\sigma) \left( 3 \mathbb{N}_\sigma^2 - y_\sigma \mathbb{N}_\sigma - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right) \quad (2.16)$$

Où  $\mathbb{N}_\sigma = \frac{\mathbb{S}}{\sigma}$  et avec  $\mathbb{K}_\varepsilon$  le tenseur normal au critère de transformation dans le domaine des déformations défini par Bouvet *et al.* (2004), avec  $\mathbb{N}_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}}$  :

$$\mathbb{K}_\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon_{eq}^{tr}}{\partial \mathbb{W}} = \frac{1}{g(-1)} \left( \frac{2}{3} g(-y_\varepsilon) \mathbb{N}_\varepsilon + 2 g'(-y_\varepsilon) \left( -2 \mathbb{N}_\varepsilon^2 + y_\varepsilon \mathbb{N}_\varepsilon + \mathbb{I}_d \right) \right) \quad (2.17)$$

Pour le matériau biphasé (en présence d'austénite et de martensite), lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation ( $f_1 < 0$  et  $f_2 < 0$ , zone grisée sur la figure 2.26), la transformation ne se produit pas et le comportement est donc purement élastique. De même qu'au début d'une décharge élastique après la transformation directe ( $f_1 = 0$ ,  $\dot{f}_1 < 0$  et  $f_2 < 0$ ) et au début d'une recharge élastique après la transformation inverse ( $f_1 < 0$ ,  $f_2 = 0$  et  $\dot{f}_2 < 0$ ).

La transformation directe se produit lorsque les conditions  $f_1 = 0$ ,  $\dot{f}_1 = 0$  et  $\dot{f}_2 < 0$  sont vérifiées (figure 2.28a). Dans ce cas,  $\dot{z}$  est positif car la martensite se crée et  $\lambda_1$  peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence  $\dot{f}_1 = 0$ .

De la même manière, la transformation inverse se produit lorsque les conditions  $f_1 < 0$ ,  $f_2 = 0$  et  $\dot{f}_2 < 0$  sont vérifiées (figure 2.28b). Dans ce cas,  $\dot{z}$  est négatif car la martensite disparaît et  $\lambda_2$  peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence  $\dot{f}_2 = 0$ .

Enfin un cas particulier se produit lorsque les deux critères de transformation sont atteints en même temps ( $f_1 = 0$  et  $f_2 = 0$ , figure 2.29). C'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit et la fraction volumique de martensite,  $z$ , reste quasiment constante alors que la direction de la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , évolue. Ce cas particulier ne se rencontre que lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.

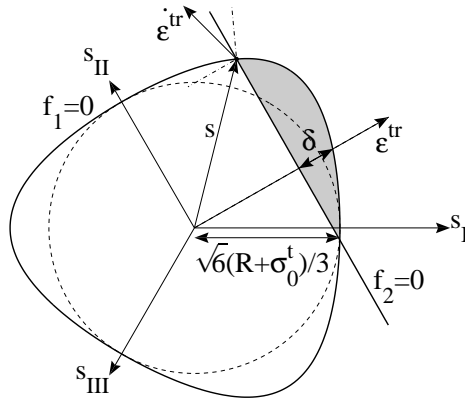


Figure 2.29 – Évolution de la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur lors de la réorientation.

#### 2.2.1.4 Fraction volumique de martensite

La troisième hypothèse utilisée est la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation équivalente,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (2.18)$$

Avec  $\gamma$  un paramètre dépendant du matériau et correspondant à la déformation de transformation maximale en traction et  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  la déformation de transformation équivalente définie à partir de l'égalité entre la puissance de transformation et la puissance de transformation équivalente (Bouvet *et al.* (2004)) :

$$\mathbb{T} : \varepsilon^{tr} = \sigma_{eq} \varepsilon_{eq}^{tr} \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}{\mathbb{K}_\sigma : \mathbb{K}_\sigma}} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_\sigma) + 9g'^2(y_\sigma)(1 - y_\sigma^2)}} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} \approx \frac{\overline{\varepsilon^{tr}} g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} \quad (2.21)$$

Où  $g$  est la fonction définie par l'équation 2.9. La relation entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , a été proposée initialement par Vacher et Lexcellent (1991) et a été validée récemment pour des chargements multiaxiaux par Taillard (2006); Taillard *et al.* (2008). Elle a été confirmée durant les essais (partie 2.1.2.3) grâce à des mesures de résistivité permettant de remonter à la fraction volumique de martensite (figure 2.8).

### 2.2.2 Évolution des critères de transformation et effet point mémoire

La taille et la position des critères de transformation sont définies respectivement par les variables  $R(z)$  et  $\delta(z)$ . Pour que l'effet point mémoire soit respecté, il est nécessaire que leurs valeurs soient les mêmes lors de l'ouverture et de la fermeture d'une boucle de chargement. Pour respecter cette condition, on va mémoriser les valeurs de fraction volumique de martensite à chaque changement de sens de la transformation :  $z_{n+1}^{min}$  et  $z_{n+1}^{max}$  pour les points mémoire bas et haut de la  $n$ ème boucle ouverte.  $z_1^{min}$  et  $z_1^{max}$  sont respectivement les valeurs de fraction volumique minimale et maximale et valent donc respectivement 0 et 1. Pour prendre en compte l'effet point mémoire, on fait varier la valeur de  $\delta(z)$  entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents (figure 2.30).

$$\delta(z) = \begin{cases} \delta_{n-1}^{max} + \left( p \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{max}) & (\dot{z} > 0) \\ \delta_n^{max} + \left( p \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} - p \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_n^{max}) & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec  $\delta_i^{min} = \delta(z_i^{min})$ ,  $\delta_i^{max} = \delta(z_i^{max})$  et  $p$  un paramètre dépendant du matériau.

La figure 2.30 montre en grisé l'évolution de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , en 1D lors des trois premières séquences du chargement utilisé pour montrer l'effet point mémoire dans la partie 2.1.3.3 (figure 2.14).  $\delta_1^{min}$  et  $\delta_1^{max}$  sont des paramètres dépendant du matériau qui représentent la taille du domaine élastique du matériau biphasé en tout début et en toute fin de la transformation. Lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite,  $z$ , est mémorisée en tant que  $z_2^{max}$  et l'on peut alors calculer la valeur de  $\delta(z)$  pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 2.22,  $\delta_2^{max} = \delta(z_2^{max})$ . Durant la seconde séquence la valeur de  $\delta(z)$  varie donc entre  $\delta_2^{max}$  et  $\delta_1^{min}$  jusqu'au point B. À ce moment la valeur de  $z$  est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que  $z_2^{min}$ . On peut là aussi calculer la valeur de  $\delta(z)$  pour ce point mémoire bas,  $\delta_2^{min} = \delta(z_2^{min})$ , qui dépendra de  $\delta_2^{max}$ . Pendant la dernière séquence, la valeur de  $\delta(z)$  varie alors entre  $\delta_2^{min}$  et  $\delta_2^{max}$ .

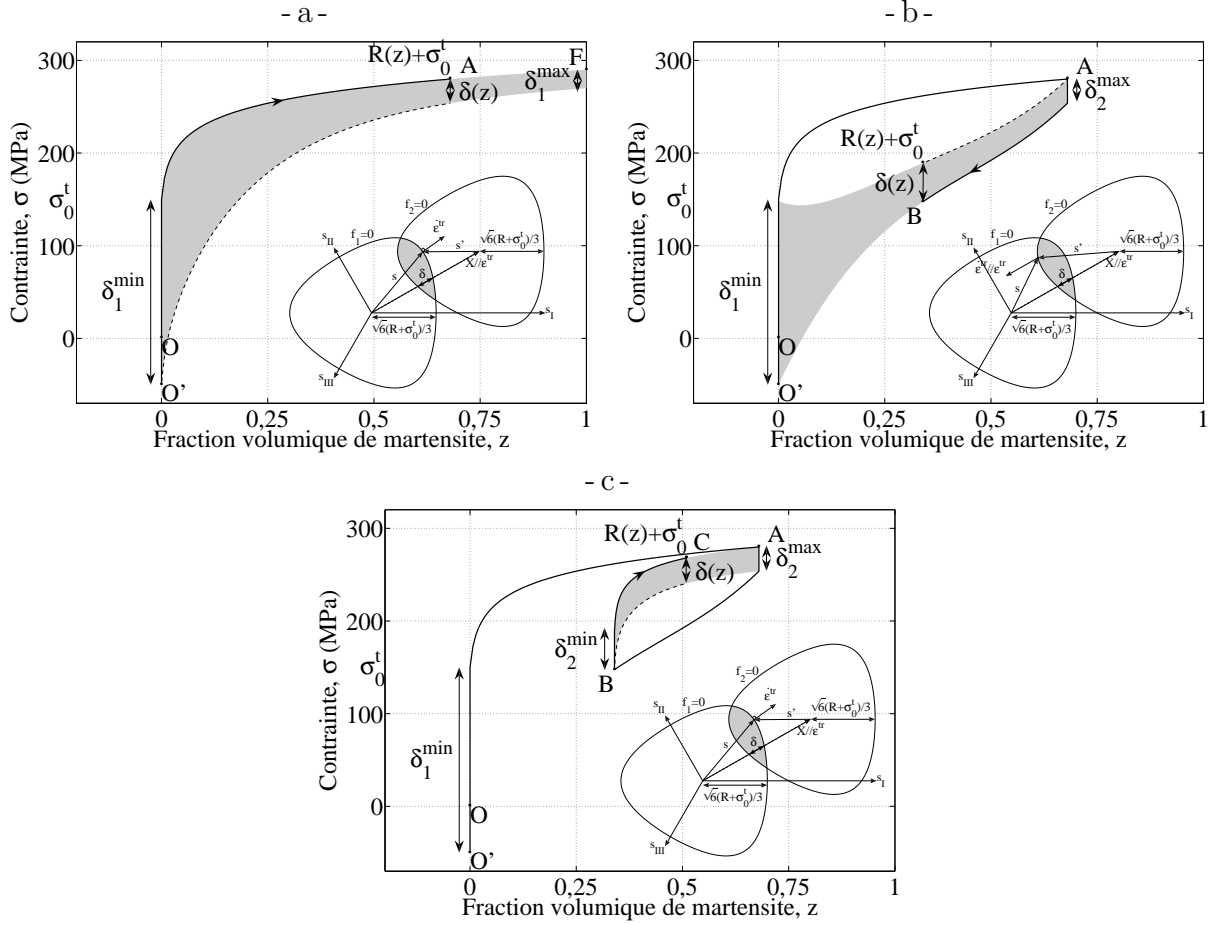


Figure 2.30 – Évolution de  $\delta(z)$  lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

De la même manière, on fait évoluer la variable  $R(z)$  entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents. Son évolution dépend aussi de l'évolution de la variable  $\delta(z)$  pour la transformation inverse (figure 2.31).

$$R(z) = \begin{cases} R_{n-1}^{min} + h_1 \left( \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \right) (R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{min} + h_2 \left( \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \right) \dots & (\dot{z} < 0) \\ \dots (R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta(z) & \end{cases} \quad (2.23)$$

Avec  $R_i^{min} = R(z_i^{min})$ ,  $R_i^{max} = R(z_i^{max})$ , ainsi que  $h_1$  et  $h_2$  des fonctions de forme qui peuvent être modifiées en fonction du matériau :

$$h_1(z) = \frac{(1 + n_1 z) (1 - e^{-n_2 z})}{(1 + n_1) (1 - e^{-n_2})} \quad (2.24)$$

$$h_2(z) = \frac{n_4 \ln \left( \frac{1+n_3 z}{1+n_3} \right) + 1 - \ln \left( \frac{1+n_5(1-z)}{1+n_5} \right)}{1 + n_4} \quad (2.25)$$

Avec  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  et  $n_5$  des paramètres dépendant du matériau.



La figure 2.31 montre l'évolution de la taille des critères de transformation,  $R(z)$ , lors du même chargement.  $R_1^{\min}$  vaut zéro et  $R_1^{\max}$  est un paramètre dépendant du matériau qui caractérise la taille maximale des critères de transformation. Lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite,  $z$ , est mémorisée en tant que  $z_2^{\max}$ . On peut alors calculer la valeur de  $R(z)$  pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 2.23,  $R_2^{\max} = R(z_2^{\max})$ . Durant la seconde séquence la valeur de  $R(z)$  varie donc entre  $R_2^{\max}$  et  $R_1^{\min}$ . Pour que la forme du trajet en contrainte donnée par la fonction  $h_2(z)$  soit respectée, l'évolution de  $R(z)$  dépend de celle de  $\delta(z)$  (figure 2.31b). Lorsque le point B est atteint, la valeur de  $z$  est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que  $z_2^{\min}$ . On peut là aussi calculer la valeur de  $R(z)$  pour ce point mémoire bas,  $R_2^{\min} = R(z_2^{\min})$ , qui dépendra de  $R_2^{\max}$ . Pendant la dernière séquence, la valeur de  $R(z)$  varie alors entre  $R_2^{\min}$  et  $R_2^{\max}$ .

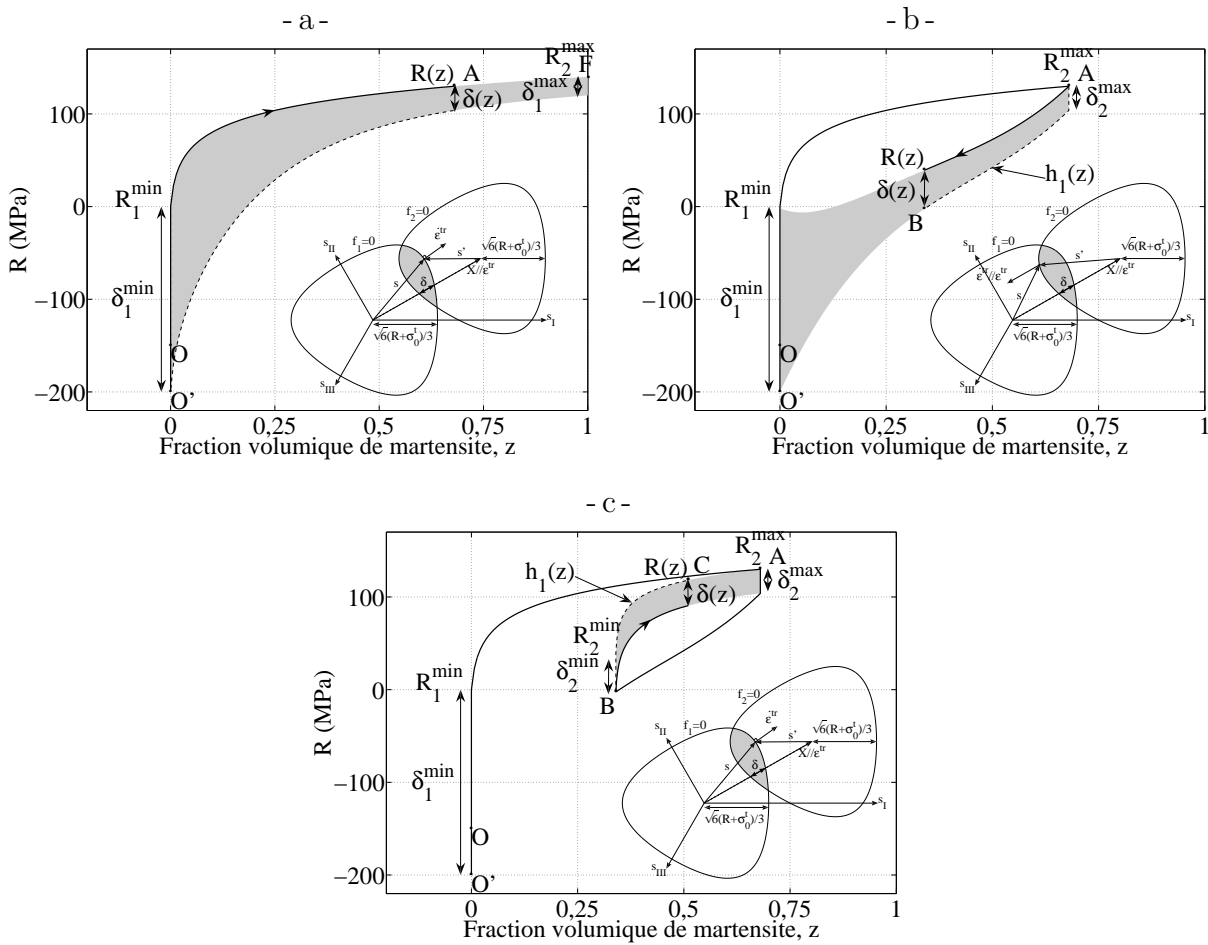


Figure 2.31 – Évolution de  $R(z)$  lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

Le modèle décrit jusque là permet de simuler le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement super-élastique multiaxial non-proportionnel. La dissymétrie traction-compression est respectée, ainsi que l'effet point mémoire et la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente.

Mais le modèle est limité car il ne prend pas en compte la déformation résiduelle qui apparaît lors de chargements cycliques.

Par la suite, nous verrons les modifications apportées pour résoudre un problème rencontré dû à la forme des critères de transformation, lors de certains chargements multiaxiaux. Puis le comportement cyclique sera pris en compte grâce notamment à l'introduction de la transformation cumulée,  $tr$ .

### 2.2.3 Chargement multiaxial non-proportionnel

Avec la forme du critère de transformation inverse du modèle de base, il se peut, que lors de chargements complexes, il y ait une incohérence. En effet, lorsque la valeur de  $\delta(z)$  est élevée, il est possible d'atteindre des zones du critère seuil de transformation directe situées entre ses tangentes avec la direction de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , et l'intersection avec le critère seuil de transformation inverse (zones en rouge clair sur la figure 2.32). Et ces zones ont une normale qui est orientée dans le sens opposé à la direction de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ . Puisque l'on respecte la règle de normalité, l'évolution de la déformation de transformation,  $\dot{\epsilon}^{tr}$ , est colinéaire à la normale au critère de transformation directe (équation 2.14). La déformation de transformation équivalente va donc diminuer, alors qu'en transformation directe celle-ci doit augmenter car elle est reliée par l'équation 2.18 à la fraction volumique de martensite,  $z$ , qui, par définition, augmente durant la transformation directe.

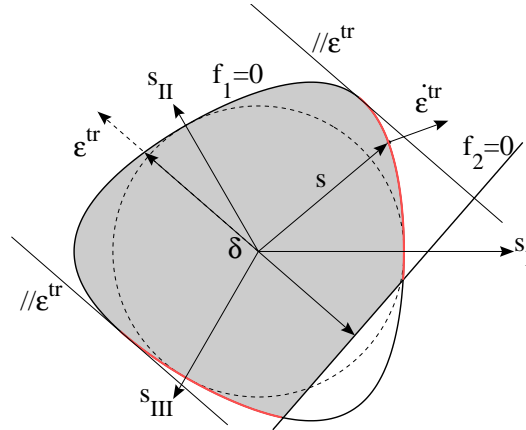


Figure 2.32 – Erreur dans la direction de l'évolution de la déformation de transformation en transformation directe,  $\dot{\epsilon}^{tr}$ .

Afin de résoudre ce problème une solution simple est de prendre un critère de transformation inverse de forme et de taille identiques à celle du critère de transformation directe (figure 2.33). Alors, même pour une valeur de  $\delta(z)$  maximale, c'est à dire lorsque les deux critères de transformation sont quasiment confondus, la direction de la normale au critère de transformation directe sera dans le même sens que la déformation de transformation. En effet, on peut voir sur la figure 2.34 que les zones situées entre les tangentes au critère seuil de transformation directe avec la direction de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , et l'intersection avec le critère seuil de transformation inverse ne font pas partie du contour de la zone d'élasticité du matériau biphasé et ne sont donc pas atteignables.

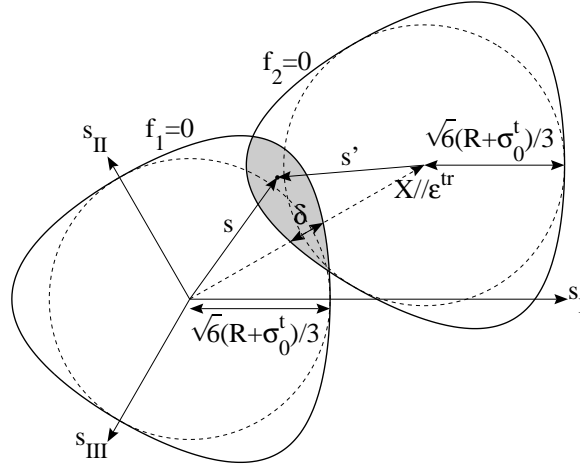


Figure 2.33 – Formes des surfaces seuils (contrainte équivalente de von Mises en pointillés) et domaine élastique de l’alliage biphasé (zone grisée).

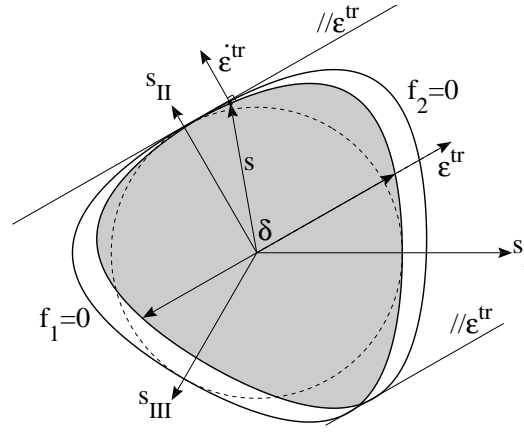


Figure 2.34 – Direction de l’évolution de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , en transformation directe avec une forme du critère de transformation inverse modifiée.

L’équation de la fonction seuil de transformation inverse s’écrit alors :

$$f_2 = \overline{\varpi} - \mathbb{X} - \frac{R(z) + \sigma_0^t}{g(y_{\sigma-X})} \leq 0 \quad (z > 0) \quad (2.26)$$

Avec  $\mathbb{X}$  le tenseur qui détermine le centre du critère de transformation inverse et qui est colinéaire à la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$  :

$$\mathbb{X} = \left( (R(z) + \sigma_0^t) \left( \frac{1}{g(y_\epsilon)} + \frac{1}{g(-y_\epsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\epsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \epsilon^{tr} : \epsilon^{tr}}} \quad (2.27)$$

La figure 2.35 montre la courbe contrainte-déformation d’un essai de traction. Entre les points O et A le comportement est l’élasticité de l’austénite pure (cas a). Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d). À la décharge, entre les points B et C, le comportement est l’élasticité du matériau biphasé (cas c). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e).

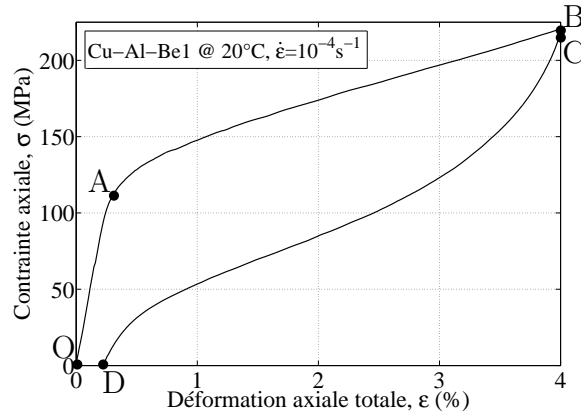


Figure 2.35 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction.

La figure 2.36 montre les différents cas que l'on peut alors rencontrer :

- Si le matériau est purement austénitique, le comportement est de l'élasticité tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation directe ( $f_1 \leq 0$ ).
- Si le matériau est purement martensitique, le comportement est de l'élasticité tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation inverse ( $f_2 \leq 0$ ).
- Pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation, le comportement est l'élasticité du matériau biphasé.
- Lorsque la contrainte atteint le critère de transformation directe, l'évolution de la déformation de transformation suit la règle de normalité.
- Par contre, lorsque la contrainte atteint le critère de transformation inverse, l'évolution de la déformation de transformation ne suit plus cette règle, mais reste colinéaire à la déformation de transformation comme précédemment. L'utilisation d'un cadre non associé se justifie de la manière suivante : lorsque la martensite orientée se forme lors de la transformation directe, elle entraîne une déformation de transformation associée ; lorsque cette martensite disparaît pendant la transformation inverse, la déformation de transformation conserve alors en moyenne une direction identique. La direction de l'évolution de la déformation de transformation restant la même, l'expression de l'évolution de la déformation de transformation et le multiplicateur de transformation ne changent pas par rapport à l'équation 2.14 et l'équation 2.15.
- Enfin pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque les deux critères de transformation sont atteints simultanément (la contrainte se situe alors au croisement des deux critères de transformation), c'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit. Dans ce cas, la direction d'évolution de la déformation de transformation est un intermédiaire entre celles des transformations directe et inverse. Il n'y a donc pas besoin de critère supplémentaire pour gérer la réorientation, une combinaison de transformation directe et transformation inverse permet de la simuler. Mais il y a alors un choix à faire sur la direction d'évolution de la déformation de transformation afin de modéliser correctement cette réorientation, nous verrons dans la partie 4.1.4 sur l'intégration numérique qu'il est possible de régler simplement ce problème.

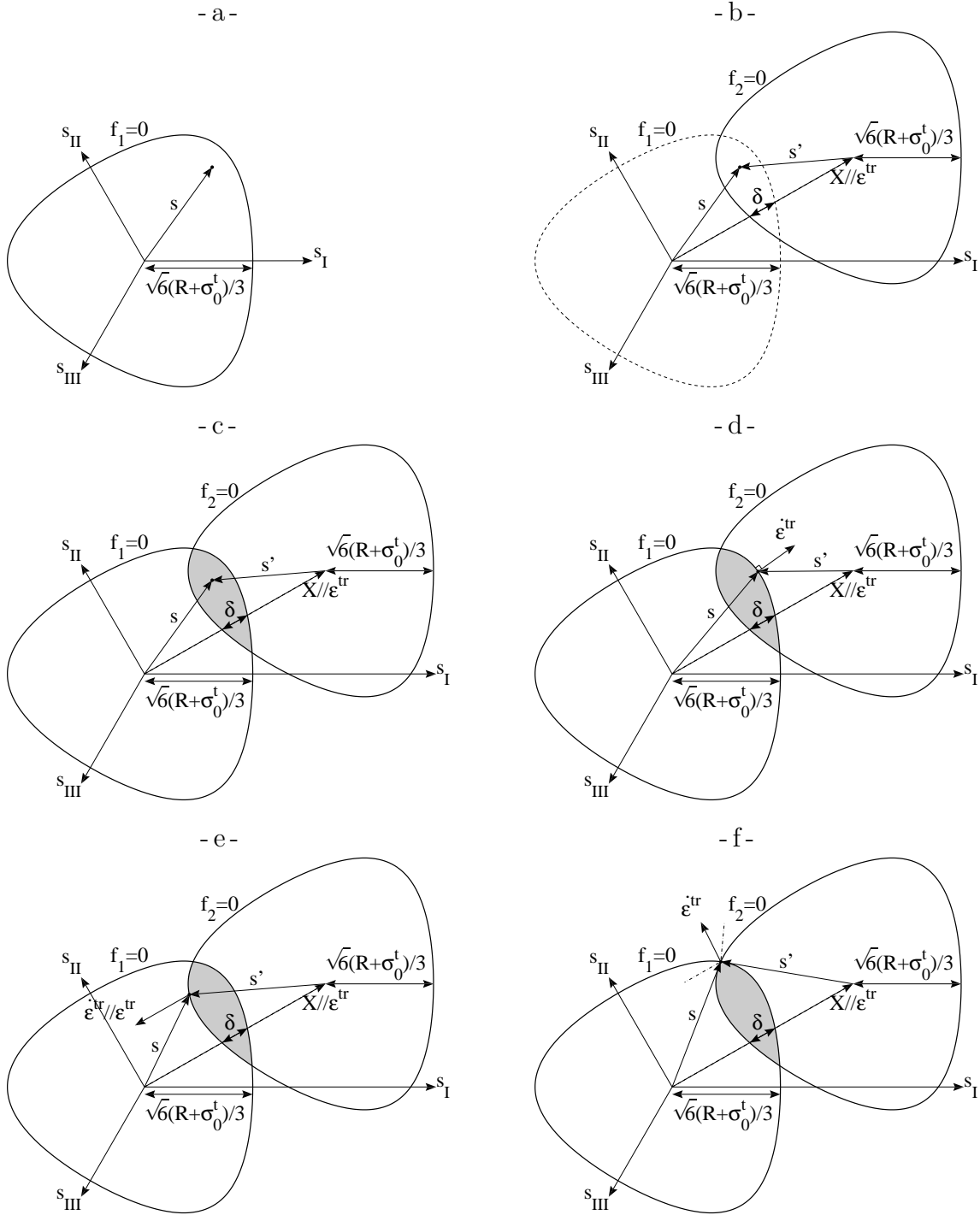


Figure 2.36 – Position des critères de transformation par rapport à la contrainte et évolution de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , dans le plan du déviateur lors de : a) l'élasticité de l'austénite, b) l'élasticité de la martensite, c) l'élasticité de l'alliage biphasé, d) la transformation directe, e) la transformation inverse, et f) la réorientation.

### 2.2.4 Chargement cyclique

Nous avons ensuite modifié le modèle pour prendre en compte les différents phénomènes observés sous chargements cycliques. Un moyen simple d'introduire de la martensite résiduelle est de jouer sur la cinétique de transformation inverse. Il est en effet possible en jouant sur la valeur de la taille du domaine élastique du matériau biphasé en fin de transformation inverse,  $\delta_1^{min}$ , de revenir à contrainte nulle alors que la transformation inverse n'est pas terminée. Il reste alors, à la fin de la décharge, une déformation de transformation associée à la martensite non-re-transformée. Avec une valeur de  $\delta_1^{min}$  supérieure à la limite de transformation  $\sigma_0^t$ , le modèle permet donc d'introduire une déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , après un chargement de traction charge-décharge (figure 2.37).

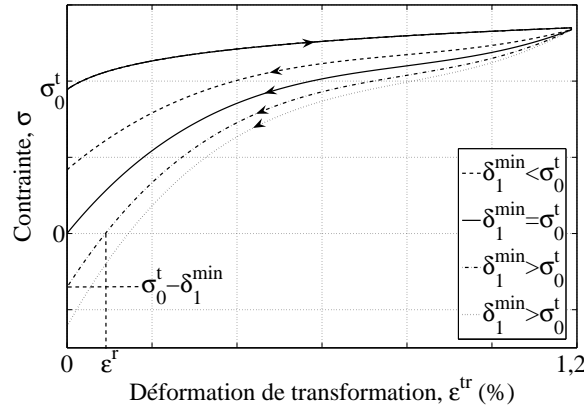


Figure 2.37 – Influence de la valeur de  $\delta_1^{min}$  sur celle de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ .

Mais si l'on répète ensuite le chargement, la déformation résiduelle n'évolue pas car les points mémoire créés lors de la première boucle sont fixes (figure 2.38). Or, lors des essais cycliques réalisés, on observe une évolution progressive de la déformation résiduelle (figure 2.11).

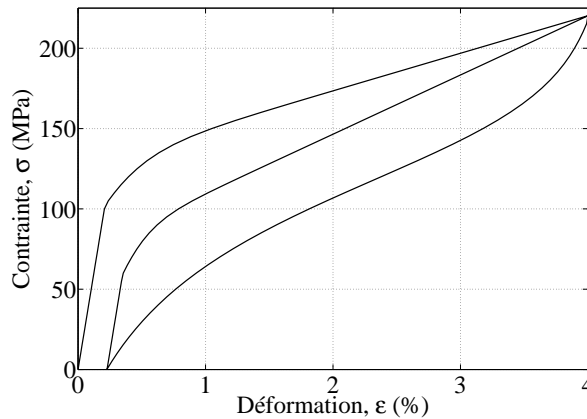


Figure 2.38 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique par le modèle présenté jusqu'à présent.

Nous avons alors rajouté une variable qui permet de faire évoluer cette déformation résiduelle en faisant varier la valeur de  $\delta_1^{min}$  en fonction de cette variable. Comme le montre la figure 2.37, plus la valeur de  $\delta_1^{min}$  est supérieure à la limite de transformation,  $\sigma_0^t$ , plus la déformation résiduelle est importante. L'évolution de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , sera donc directement reliée à celle de  $\delta_1^{min}$ .

#### 2.2.4.1 Traction cyclique à amplitude de déformation constante

La déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , n'évolue que lorsque la transformation se produit. On peut donc utiliser comme variable de pilotage, la transformation cumulée,  $tr$ . Elle prend en compte la totalité de la transformation effectuée que ce soit de la transformation directe ou inverse.

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \right| \quad (2.28)$$

Avec  $d\varepsilon_{eq}^{tr}$  l'incrément de déformation de transformation équivalente et  $\gamma$  le paramètre dépendant du matériau qui relie la fraction volumique de martensite,  $z$ , à la déformation de transformation équivalente,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  (équation 2.18). On a vu partie 2.1.3.2 que l'évolution de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , observée lors d'un essai de traction cyclique en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ , montre que l'évolution de la déformation résiduelle dépend aussi de l'amplitude du chargement.

On caractérise l'amplitude du chargement à l'aide de la variation de fraction volumique introduite par rapport au dernier point mémoire :

$$\Delta z = \begin{cases} z - z_{n-1}^{min} & (\dot{z} > 0) \\ z_n^{max} - z & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.29)$$

Qui va servir de paramètre à un facteur noté  $b_c$  :

$$b_c = AB^{\Delta z} \quad (2.30)$$

Où  $A$  et  $B$  sont des paramètres dépendant du matériau. Ce facteur  $b_c$  intervient alors dans l'expression de  $\delta_1^{min}$  et permet de faire varier correctement la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ , et de l'amplitude du chargement (figure 2.39).

$$\delta_1^{min} = \Delta^{min}(1 + b_c \ln(tr + tr_0)) \quad (2.31)$$

Avec  $\Delta^{min}$  et  $tr_0$  des paramètres dépendant du matériau.

#### 2.2.4.2 Traction cyclique « complexe »

Malheureusement les modifications faites pour simuler correctement l'évolution de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ , et de l'amplitude du chargement, ne suffisent pas dans le cas de l'essai à amplitudes alternées (partie 2.1.3.4). Lors du passage d'une amplitude de déformation de 4 % à 2 %, la valeur de  $\delta_1^{min}$  retombe à celle qu'il y aurait lors de cycles à 2 % uniquement. Cela implique donc une diminution de la déformation résiduelle, ce qui ne correspond pas aux observations réalisées pendant les essais (figure 2.21).

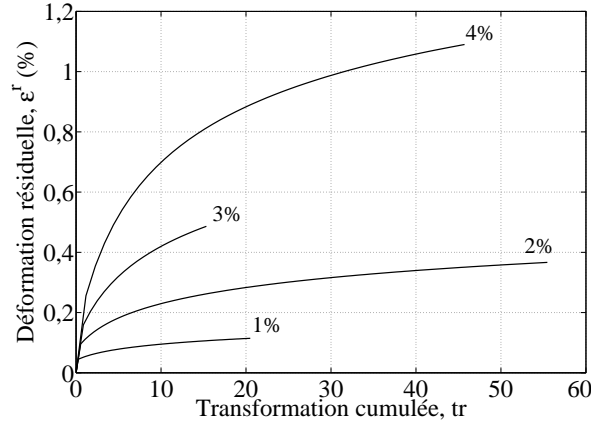


Figure 2.39 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante.

On va donc améliorer ce point en faisant évoluer  $\delta_1^{min}$  (et donc la déformation résiduelle,  $\epsilon^r$ ) en fonction de la différence entre la valeur actuelle de la déformation résiduelle et celle qu'elle aurait eue si le chargement était à amplitude constante, dont l'expression est donnée par l'équation 2.31. On reprend donc cette relation pour définir la variable  $\delta_{ac}^{min}$  :

$$\delta_{ac}^{min} = \Delta^{min}(1 + b_c \ln(tr + tr_0)) \quad (2.32)$$

Qui va servir de référence pour l'évolution de  $\delta_1^{min}$  :

$$b = b_c e^{\frac{\delta_{ac}^{min} - \delta_1^{min}}{c}} \quad (2.33)$$

$$\dot{\delta}_1^{min} = \frac{b \Delta^{min}}{tr + tr_0} \dot{tr} \quad (2.34)$$

Comme on peut le voir sur la figure 2.40 l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation de l'essai de traction à amplitudes alternées présente bien un saut au moment du second cycle à 4% d'amplitude de déformation. De même, l'évolution lors des cycles à 2% d'amplitude de déformation est plus faible que celle observée lors de la simulation de l'essai de traction cyclique à 2% d'amplitude et les courbes tendent à se rejoindre.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement macroscopique des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement multiaxial non-proportionnel cyclique en prenant en compte les différentes caractéristiques observées lors des essais : linéarité entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation, dissymétrie traction-compression, effet point mémoire et déformation résiduelle due à de la martensite résiduelle. Dans la partie suivante, nous allons identifier les paramètres du modèle à partir des essais réalisés dans la partie 2.1.3, puis valider le comportement du modèle en le comparant à d'autres résultats expérimentaux.



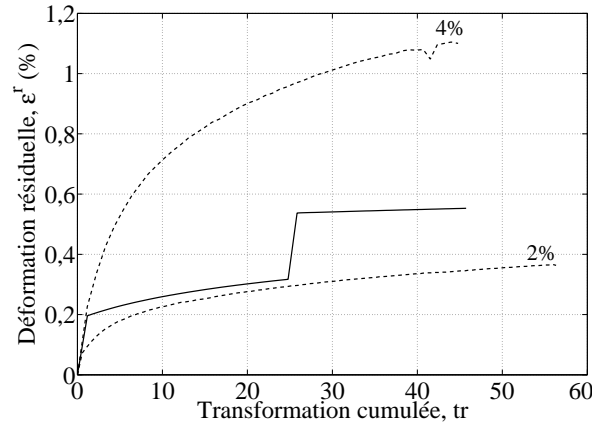


Figure 2.40 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation de l'essai de traction à amplitudes alternées après prise en compte des changements d'amplitude.

## 2.3 Identification des paramètres et validation du modèle

Cette partie concerne la validation du modèle développé précédemment. Nous allons présenter tout d'abord l'identification des paramètres dépendant du matériau à l'aide des résultats de certains des essais réalisés. Puis la simulation d'autres chargements correspondant aux autres essais non utilisés lors de cette identification ainsi qu'à des chargements plus complexes disponibles dans la littérature, servira à montrer que le modèle fonctionne correctement.

### 2.3.1 Identification des paramètres du matériau

Dix-sept paramètres dépendant du matériau ont été introduits dans les équations constitutives du modèle développé. Treize d'entre eux ( $E$ ,  $\sigma_0^t$ ,  $\gamma$ ,  $p$ ,  $\delta_1^{max}$ ,  $R_1^{max}$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$ ,  $n_5$  et  $\Delta^{min}$ ) sont directement identifiés à partir de la courbe d'un essai de traction uniaxiale simple (figure 2.41). Le paramètre  $a$  caractérisant la dissymétrie traction-compression peut être identifié à partir d'un essai de traction-compression. Le reste des paramètres ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $tr_0$ ) est identifié en utilisant les quatre essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante, ainsi que l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Donc parmi les dix-sept paramètres, quatorze s'identifient directement sur une courbe d'un essai de traction-compression et seuls quatre sont à identifier à partir d'essais cycliques.

Les tableaux 2.2 et 2.3 montrent les valeurs des paramètres permettant respectivement la description d'un cycle de chargement et du comportement cyclique. Ces valeurs ont été identifiées à partir des essais effectués sur l'Alliage à Mémoire de Forme utilisé dont les résultats d'essais sont présentés dans la partie 2.1.

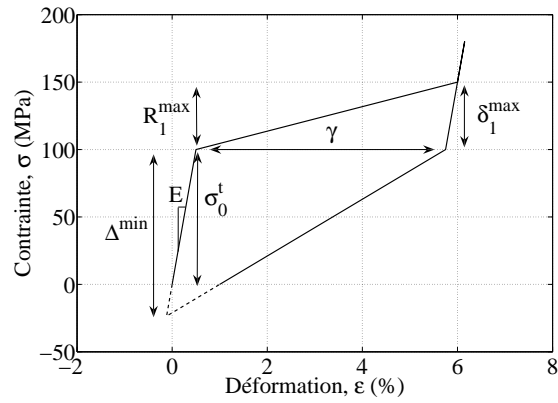


Figure 2.41 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple.

$E$	$\sigma_0^t$	$a$	$\gamma$	$p$	$\Delta^{min}$	
42 GPa	102 MPa	0,7	0,0585	$10^{-15}$	150 MPa	
$\delta_1^{max}$	$R_1^{max}$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$
5 MPa	110 MPa	4,62	28,8	68,1	2,01	44,6

Tableau 2.2 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxial simple pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.

$A$	$B$	$C$	$tr_0$
0,125	47,4	$10^{21}$	1,92

Tableau 2.3 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.

### 2.3.1.1 Chargement de traction cyclique simple

La figure 2.42 montre les résultats de simulations utilisés pour faire l'identification des paramètres du modèle. Il s'agit des chargements de traction cyclique à amplitude constante, dont les résultats concordent bien avec ceux des essais correspondants.

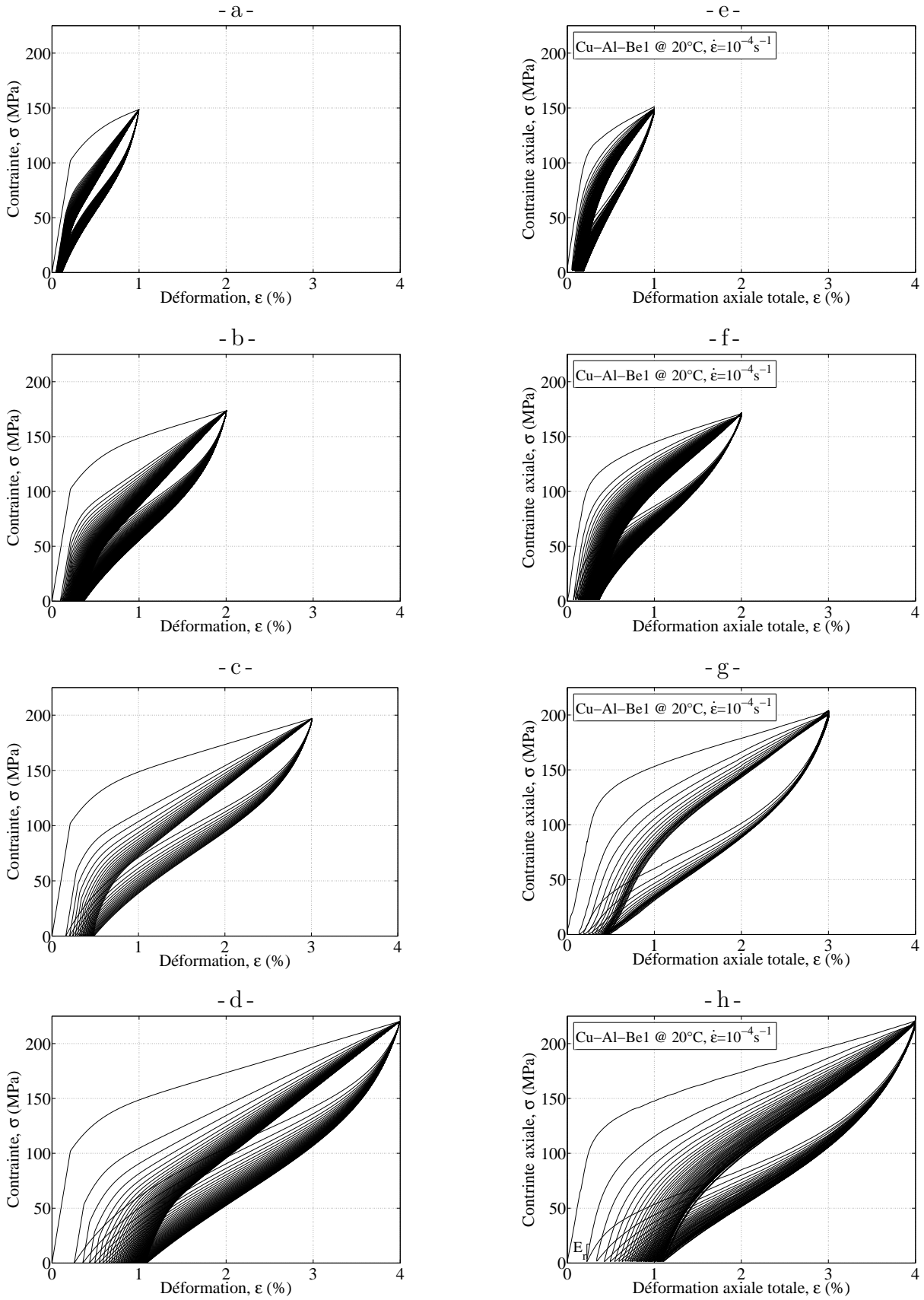


Figure 2.42 – Comparaison entre : a) à d) la simulation des chargements de traction cyclique à amplitude constante, et e) à h) les résultats des essais correspondants.

La figure 2.43 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage pour ces simulations, comparée à celle des essais correspondants. On observe une bonne correspondance entre les deux séries de courbes.

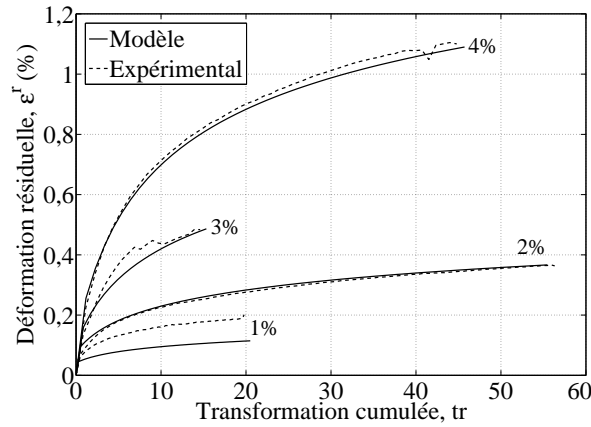


Figure 2.43 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante et celle lors des simulations correspondantes.

L'évolution de la pente à la recharge n'évolue pas au cours du chargement comme cela à été observé lors des essais. Par contre, la figure 2.44a montre que la contrainte seuil de transformation diminue lors du cyclage conformément aux observations réalisées sur les résultats d'essais (figure 2.44b).

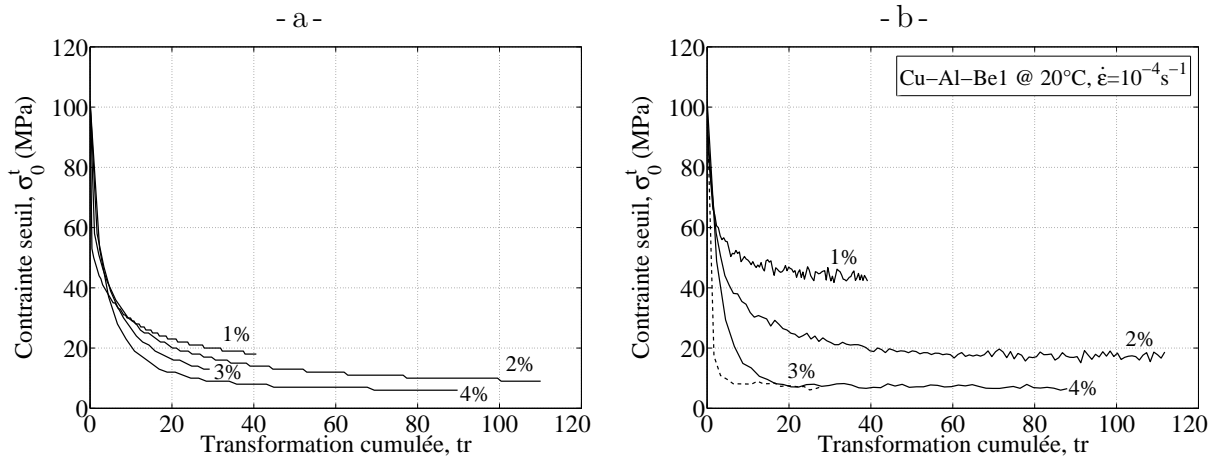


Figure 2.44 – Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction de la transformation cumulée lors : a) de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante, et b) des essais correspondants.

### 2.3.1.2 Chargement cyclique « complexe »

Le second essai utilisé pour identifier les paramètres du modèle est l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. La figure 2.45 montre le résultat de la simulation comparé

à celui de l'essai correspondant. On observe que le point mémoire haut pour les deux séries de cycles à 2 % d'amplitude de déformation, ainsi que celui pour les cycles à 4 %, sont bien respectés comme lors des essais.

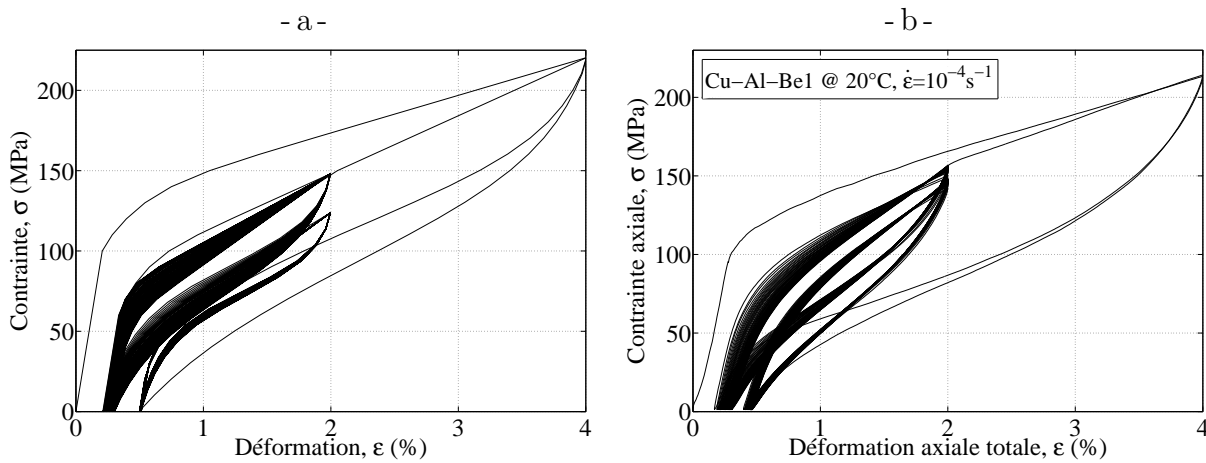


Figure 2.45 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 2.46 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage de cette simulation, comparée à celle de l'essai correspondant. On peut remarquer l'évolution de la déformation résiduelle au cours du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, qui augmente brusquement. Mais son augmentation est plus importante que celle observée lors des essais.

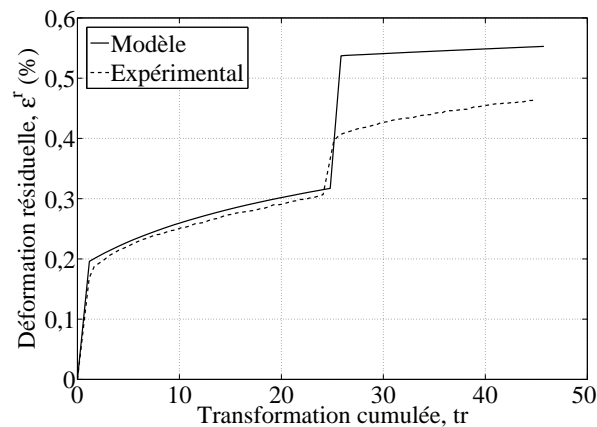


Figure 2.46 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante.

La forme des courbes contrainte-déformation obtenue lors des simulations correspond bien à celle observée lors des essais. L'évolution de la déformation résiduelle aussi concorde bien avec celle des résultats expérimentaux. L'identification est donc correcte et le modèle doit ensuite être validé en comparant ses prédictions avec les résultats d'autres essais.

### 2.3.2 Validation du comportement

Une fois les paramètres dépendant du matériau identifiés avec les quelques essais nécessaires, l'autre essai réalisé a été utilisé afin de valider quantitativement le modèle en dehors du cadre de l'identification. Ensuite, d'autres simulations ont été comparées à des résultats d'essais donnés dans la littérature afin de valider qualitativement le comportement du modèle pour des chargements plus complexes que de la traction simple, tels que la traction compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

#### 2.3.2.1 Validation quantitative

La simulation présentée dans cette partie permet de comparer les valeurs obtenues lors de la simulation d'un essai avec les résultats d'un essai réalisé sur le même matériau que celui utilisé lors de l'identification. Elle permet donc de réaliser une validation quantitative du modèle et de l'identification des paramètres dépendant du matériau.

##### 2.3.2.1.1 Chargement cyclique « complexe »

Nous avons donc aussi simulé l'autre chargement cyclique « complexe » réalisé lors des essais (partie 2.1.3.4) et qui n'a pas été utilisé lors de l'identification. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation du chargement à chaque cycle. Le résultat de la simulation concorde bien avec celui de l'essai correspondant (figure 2.47).

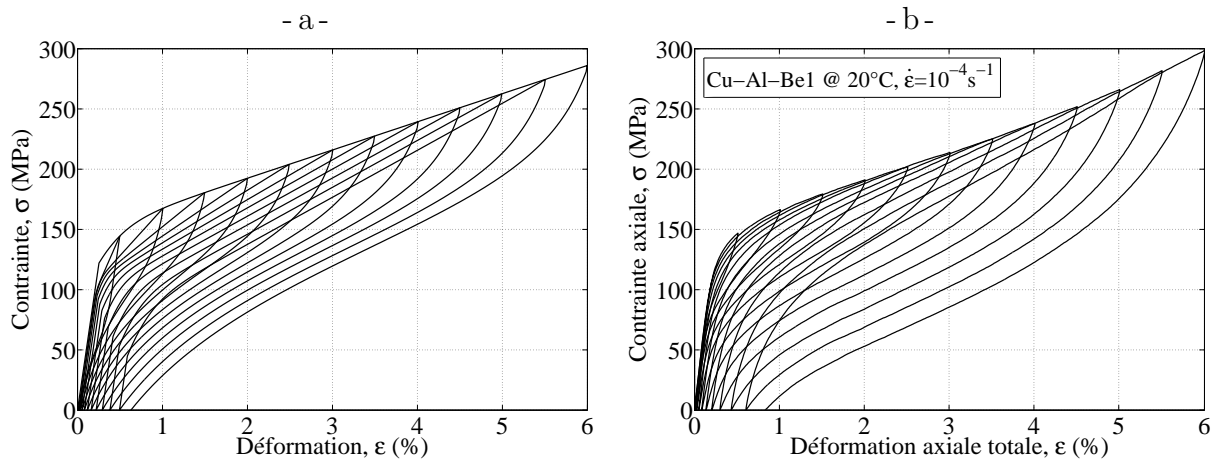


Figure 2.47 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 2.48 montre que l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation et celle observée lors des essais sont similaires malgré la particularité de cet essai. En effet, pour cet essai la déformation résiduelle ne sature pas car l'amplitude augmente à chaque cycle et cette réponse se retrouve aussi lors de la simulation.

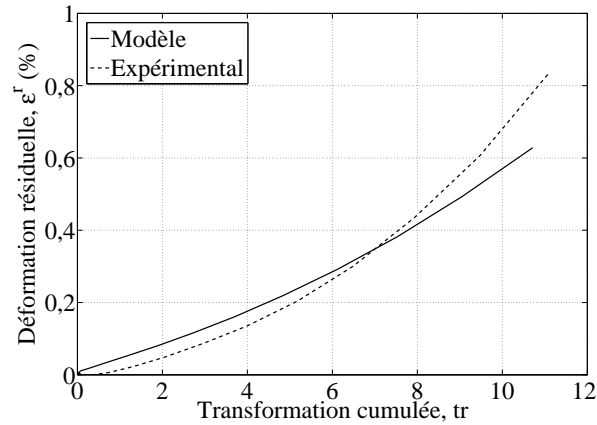


Figure 2.48 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante.

### 2.3.2.2 Validation qualitative

Les essais réalisés étant uniquement des essais de traction, ils ne permettent pas de vérifier tous les aspects du comportement du modèle qui a été écrit pour des chargements 3D. Dans cette partie, nous utilisons donc des résultats d'essais disponibles dans la littérature pour les comparer qualitativement avec les résultats de simulations de chargements similaires. Les chargements qui seront testés seront un chargement de traction compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

#### 2.3.2.2.1 Chargement de traction-compression

Nous avons tout d'abord simulé un chargement de traction-compression uniaxial. La figure 2.49 montre le résultat de cette simulation qui peut être comparé au résultat de l'essai réalisé par Montecinos *et al.* (2006) (figure 2.50).

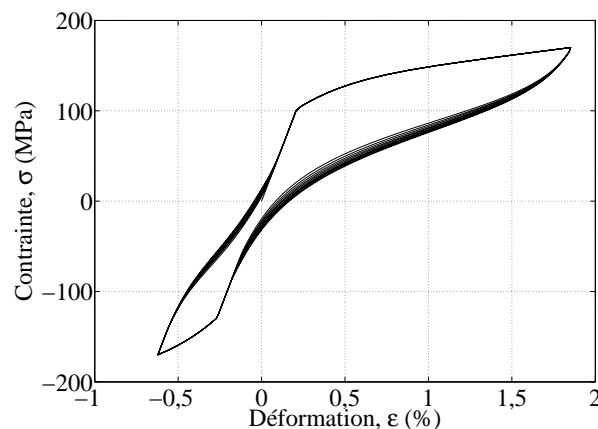


Figure 2.49 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.

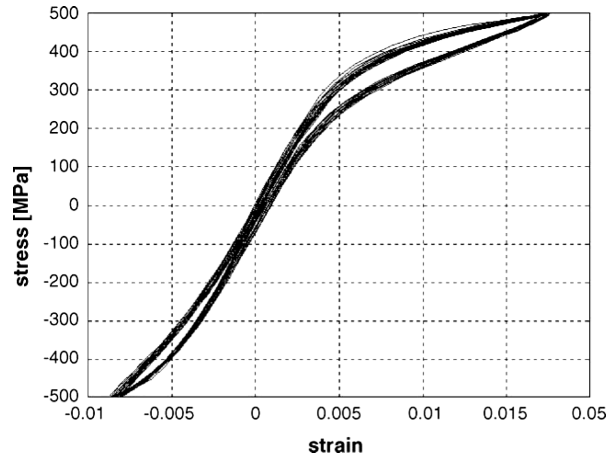


Figure 2.50 – Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos *et al.* (2006).

On observe que la forme des courbes est assez similaire pour les deux résultats : la dissymétrie traction-compression est respectée et l'effet du chargement cyclique n'influence pas beaucoup le comportement car la déformation résiduelle n'évolue presque pas au cours du chargement.

#### 2.3.2.2.2 Chargement multiaxial non-proportionnel

Pour élargir la validation nous avons ensuite simulé le comportement de l'Alliage à Mémoire de Forme soumis à des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Le premier consiste à appliquer un trajet de chargement carré dans le plan des contraintes (figure 2.52a).

La figure 2.51 montre la taille et la position des critères de transformation au cours de la simulation de cet essai multiaxial non-proportionnel :

- Entre les points O et A, le matériau est purement austénitique. Le comportement est donc l'élasticité de l'austénite.
- Entre les points A et B, la transformation directe se produit et les critères de transformation grossissent pour suivre la contrainte imposée.
- Entre les points B et C, à cause du changement de direction dans le chargement, la contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation. Le comportement est donc l'élasticité du matériau biphasé.
- Entre les points C et D puis D et E, les deux critères de transformation sont atteints simultanément. La réorientation de la martensite se produit et la position du centre du critère de transformation inverse (déterminé par la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ ) évolue alors.
- Entre les points E et F, la transformation inverse se produit et la taille des critères de transformation diminue.



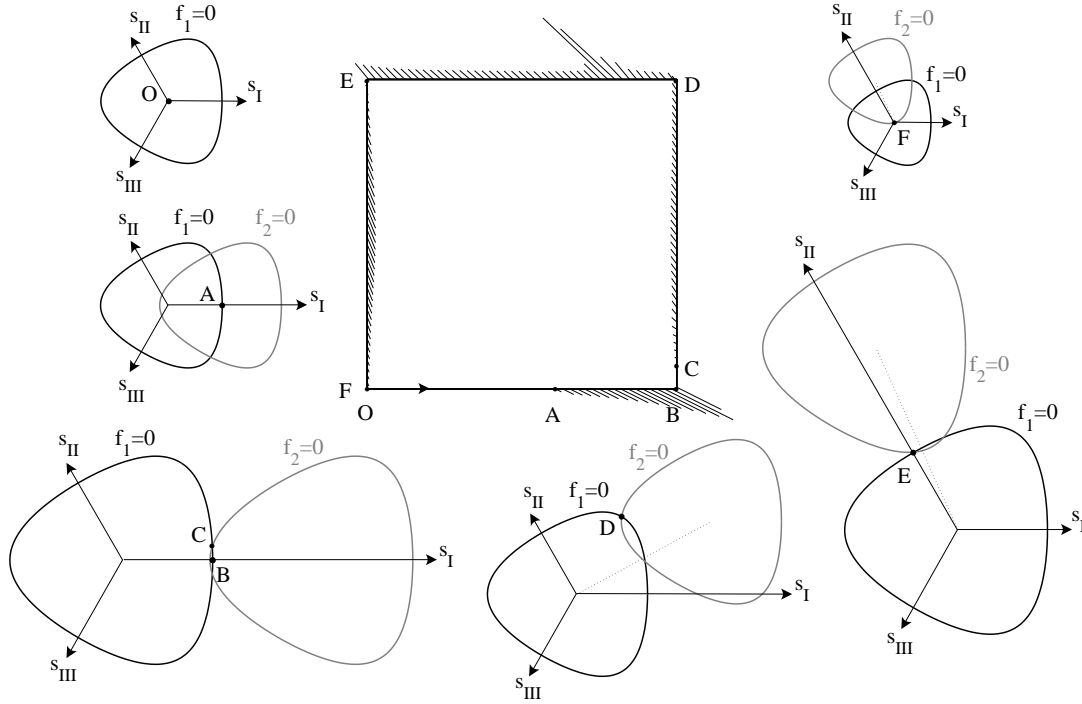


Figure 2.51 – Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré.

La figure 2.52 montre le résultat de la simulation de ce chargement réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 2.52b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 2.52c et 2.52d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figure 2.53). On observe une forte similarité dans les formes des courbes.

De la même manière, la figure 2.54 montre le résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel en forme de triangle réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 2.54b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 2.54c et 2.54d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figure 2.55). On observe, là aussi, une forte similarité dans les formes des courbes.

Le modèle permet donc de simuler correctement les chargements super-élastiques multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Mais il serait préférable de réaliser des essais multiaxiaux cycliques afin de pouvoir valider quantitativement le comportement du modèle pour ce type de chargement.

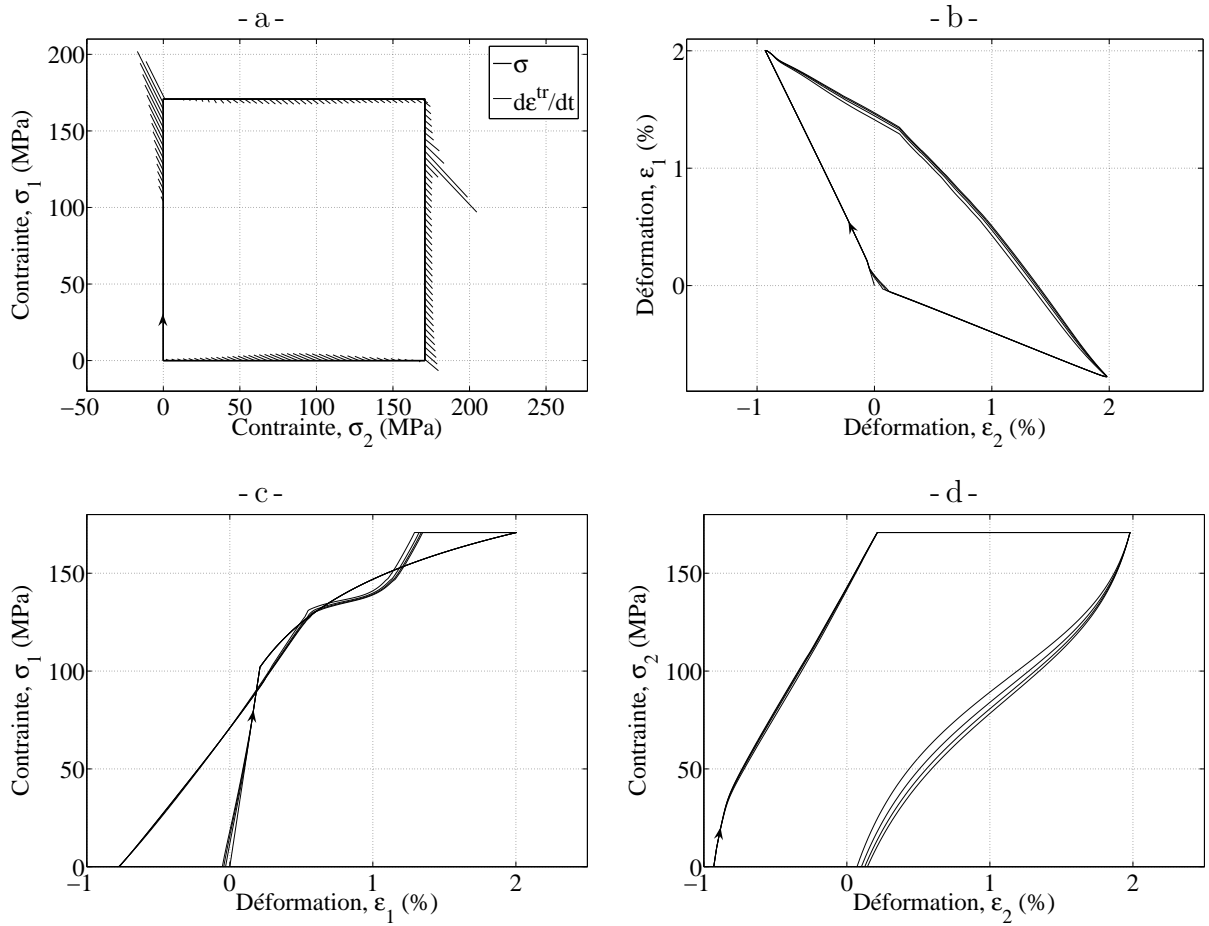


Figure 2.52 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

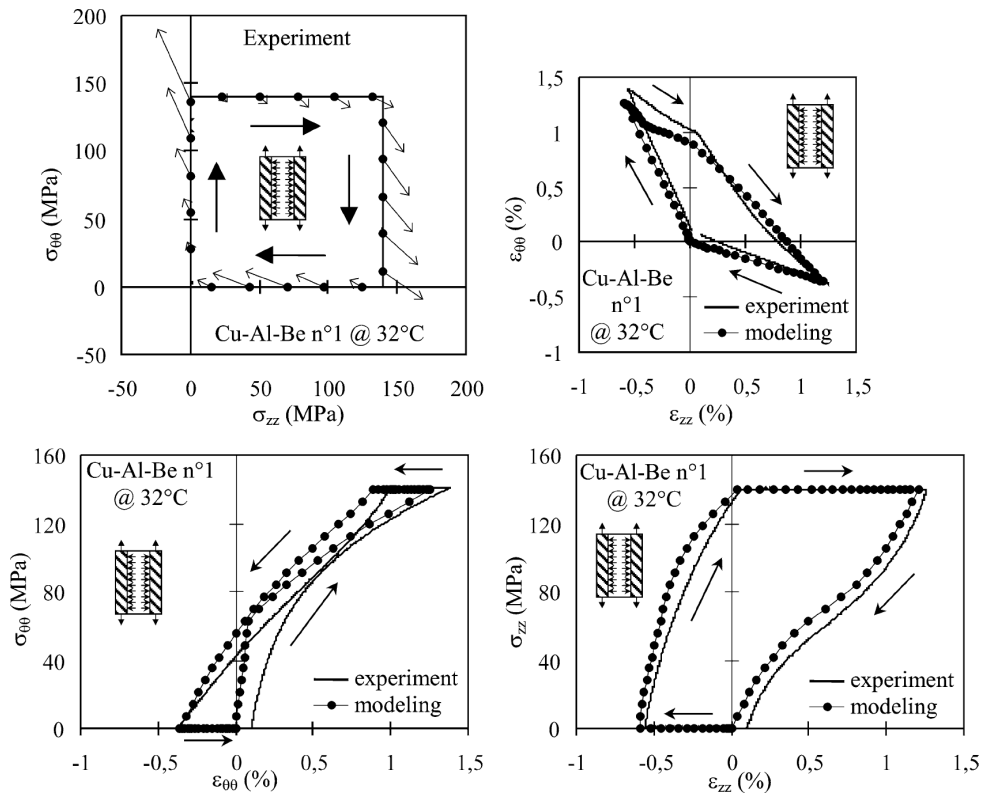


Figure 2.53 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet *et al.* (2002).

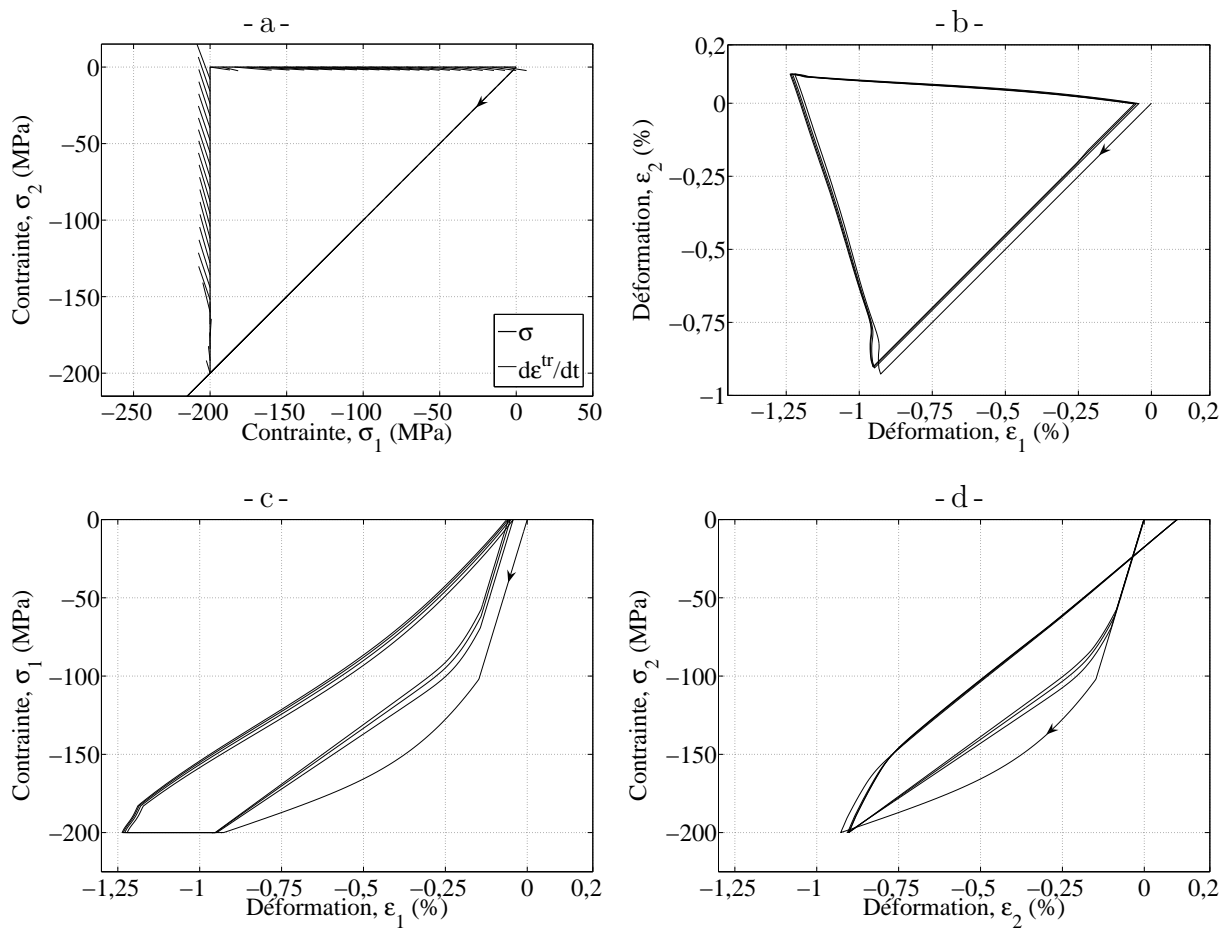


Figure 2.54 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique triangle : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

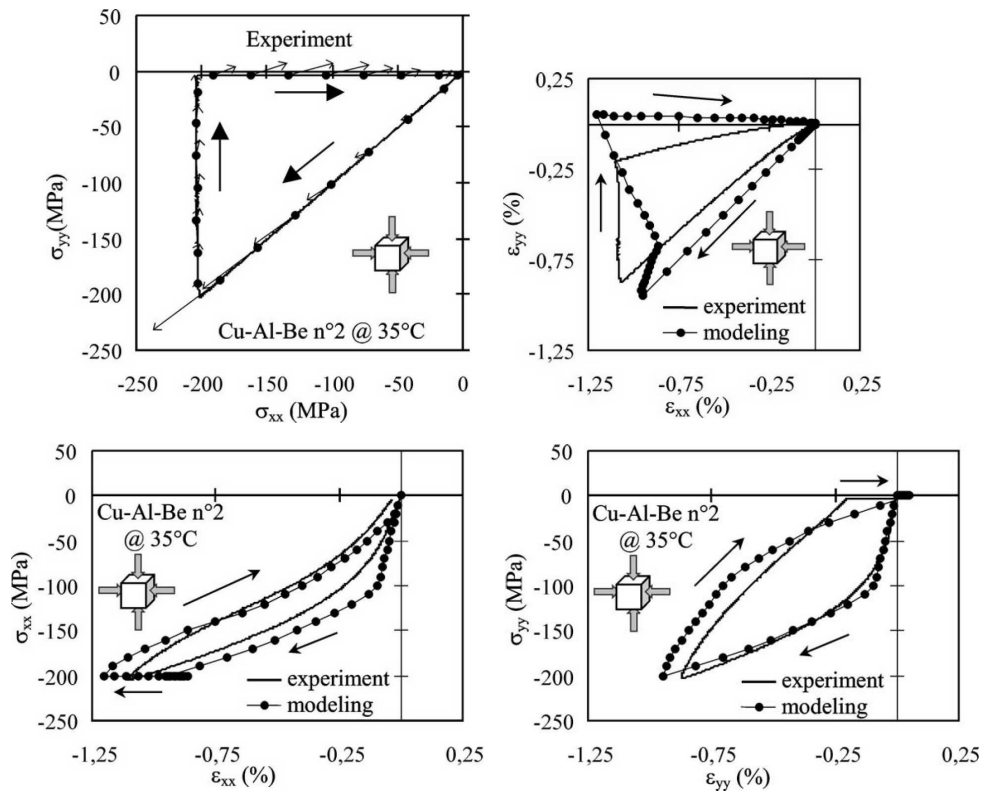


Figure 2.55 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet *et al.* (2002).

## 2.4 Conclusion

En conclusion, nous avons construit une large base d'essais de traction cyclique. Elle permet de montrer les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour ces chargements cycliques, telles que l'effet point mémoire, l'apparition de la déformation résiduelle dont l'évolution dépend de l'amplitude du chargement mais aussi de la variation de cette amplitude, la baisse de la pente à la recharge et la baisse de la contrainte seuil de transformation. Les mesures de résistivité au cours des essais ont permis de vérifier la relation linéaire qui existe entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente. Enfin nous avons pu vérifier l'origine de la déformation résiduelle en appliquant un flash thermique à la fin des essais, qui montre grâce à la disparition de la majeure partie de la déformation résiduelle que la cause est la présence de martensite résiduelle.

Puisqu'aucun des modèles présents dans la littérature ne prend en compte toutes les observations réalisées lors des essais, nous avons ensuite développé un modèle qui permet de simuler correctement le comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme observé lors des essais, mais en utilisant une écriture 3D pour permettre la simulation de chargements multiaxiaux non-proportionnels.

Ce modèle se base sur celui développé par Bouvet *et al.* (2004). Il a d'abord été modifié afin d'éviter une incohérence dans certains cas de chargement. Puis une modification a été réalisée afin de prendre en compte l'effet cyclique. Elle consiste à faire évoluer le point de retour en fin de transformation inverse en fonction de la transformation cumulée et de l'amplitude du chargement, ce qui entraîne l'augmentation de la déformation résiduelle au cours du cyclage. Une modification supplémentaire a été rajoutée afin de simuler correctement le comportement super-élastique sous chargement cyclique à amplitudes de déformation alternées, en tenant compte de la position actuelle du point retour dans son évolution.

Finalement, les paramètres du modèle ont été identifiés à l'aide d'une partie des essais réalisés. Le reste des essais et certains essais donnés dans la littérature ont été utilisés pour valider quantitativement et qualitativement le comportement du modèle pour différents types de chargement dont des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques.

Ce modèle présente des avantages par rapport aux modèles proposés dans la littérature qui ont été présentés dans la partie 1.2 et dont un résumé est donné dans le tableau 2.4 :

- Prise en compte de la dissymétrie traction-compression.
- Prise en compte de l'effet point mémoire.
- Prise en compte de la baisse de la contrainte seuil de transformation.
- Modèle développé en 3D et permettant de simuler la réorientation de la martensite lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.
- Prise en compte de l'effet de cyclage dû à de la martensite résiduelle comme l'ont montré les résultats expérimentaux.
- Dix-huit paramètres dépendant du matériau dont seulement quatre nécessitent une identification à partir d'essais cycliques.
- Nombre de variables internes relativement faible.

Modèle	Lagoudas	Auricchio	Zaki & Moumni	Excellent	Modèle proposé
Matériaux	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al	Cu-Al-Be
Chargement de super-élasticité	oui	oui	oui	oui	oui
Chargement thermo-mécanique	oui	non	oui	oui	non
Chargement de pseudo-plasticité	oui	oui	oui	oui	non
Dissymétrie traction-compression	non	non	non	non	oui
Chargement multiaxial non-proportionnel	non	oui	oui	non	oui
Effet point mémoire	oui	non	non	non	oui
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui	oui	oui	oui	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée	- déformation plastique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle	- fraction volumique cumulée

Tableau 2.4 – Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.

Par contre, il ne permet pas de simuler le comportement sous chargement thermo-mécanique cyclique, ni celui lorsque la transformation inverse se termine avant la décharge à contrainte nulle (cas que l'on rencontre souvent avec des alliages en Ni-Ti). Dans la suite, nous présenterons donc le développement d'une seconde version du modèle permettant de simuler correctement à la fois les chargements super-élastiques et les chargements thermo-mécaniques cycliques. Pour cela nous introduirons l'influence de la température sur la contrainte seuil de transformation et partirons d'une hypothèse légèrement différente sur l'origine de la martensite résiduelle. Celle-ci ne proviendra plus seulement d'une transformation inverse incomplète, mais aussi de martensite bloquée qui ne se transforme plus en austénite.

# Chapitre 3

## Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

*On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres ; mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison.*

Henri Poincaré (1854–1912)

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be . . . . .</b>	<b>103</b>
3.1.1	Matériau étudié . . . . .	103
3.1.2	Démarche expérimentale . . . . .	104
3.1.2.1	Pilotage des essais . . . . .	104
3.1.2.2	Mesure d'effort et de déformation . . . . .	105
3.1.3	Résultats expérimentaux de super-élasticité . . . . .	106
3.1.3.1	Essai de traction charge-décharge . . . . .	106
3.1.3.2	Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante . . . . .	106
3.1.3.3	Essai de traction cyclique « complexe » . . . . .	109
3.1.4	Résultats expérimentaux d'effet mémoire assisté . . . . .	112
3.1.4.1	Essai d'effet mémoire assisté simple . . . . .	112
3.1.4.2	Essai d'effet mémoire assisté avec point mémoire . . . . .	112

3.1.4.3	Essai d'effet mémoire assisté cyclique . . . . .	113
<b>3.2</b>	<b>Modélisation du comportement thermo-mécanique cyclique . . .</b>	<b>115</b>
3.2.1	Modèle de base . . . . .	115
3.2.1.1	Partition de la déformation . . . . .	117
3.2.1.2	Critères de transformation directe et inverse . . . . .	117
3.2.1.3	Évolution de la déformation de transformation . . . . .	118
3.2.1.4	Fraction volumique de martensite . . . . .	123
3.2.2	Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . .	124
3.2.3	Chargement cyclique . . . . .	129
3.2.3.1	Déformation de transformation bloquée . . . . .	130
3.2.3.2	Évolution de la fraction volumique de martensite bloquée	130
<b>3.3</b>	<b>Identification et validation du modèle . . . . .</b>	<b>132</b>
3.3.1	Identification des paramètres du matériau . . . . .	132
3.3.1.1	Chargement de traction cyclique simple . . . . .	132
3.3.1.2	Chargement cyclique « complexe » . . . . .	136
3.3.2	Validation du comportement . . . . .	137
3.3.2.1	Validation quantitative . . . . .	137
3.3.2.2	Validation qualitative . . . . .	140
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>146</b>

---



Dans ce chapitre, nous présenterons une seconde version du modèle permettant de simuler correctement à la fois le comportement super-élastique et le comportement thermo-mécanique des Alliages à Mémoire de Forme. Le modèle développé se base sur le modèle précédent auquel sont apportées quelques modifications. Afin de garder ce chapitre indépendant du précédent, les informations nécessaires seront reprises dans cette partie mais de façon plus succincte.

Nous présenterons d'abord le matériau utilisé, les conditions et les résultats des essais super-élastiques et thermo-mécaniques réalisés sur un Alliage à Mémoire de Forme. Ensuite, nous expliciterons les équations de la nouvelle version du modèle développé pour simuler le comportement cyclique observé lors des essais. Finalement nous identifierons les paramètres du modèle à l'aide des résultats de certains des essais réalisés et validerons le comportement du modèle grâce aux autres résultats d'essais ainsi qu'à des résultats d'essais disponibles dans la littérature.

## 3.1 Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be

### 3.1.1 Matériau étudié

Le matériau utilisé dans ce chapitre est quasiment identique à celui utilisé dans la partie 2.1 pour les essais de super-élasticité, mais présente des températures de transformation différentes. Il sera donc noté Cu-Al-Be2. Pour rappel, c'est un Alliage à Mémoire de Forme polycristallin composé de cuivre, d'aluminium et de béryllium. Il est fourni par la société Nimesis avec une composition en pourcentages atomiques de : Cu 87 %, Al 11 % et Be 2 %. Le diamètre des fils utilisés pour les essais de ce chapitre est de 0,8 mm.

Nous avons changé d'alliage pour des raisons techniques : afin de réaliser des essais d'effet mémoire assisté il faut refroidir le matériau depuis sa phase austénitique jusqu'à sa phase martensitique. Or le Cu-Al-Be1 étant austénitique à température ambiante, il faut le refroidir à très basse température pour atteindre le domaine martensitique. L'enceinte thermique dont nous disposons ne le permettant pas facilement, nous avons donc utilisé un autre alliage qui est martensitique à température ambiante et austénitique après chauffage.

La figure 3.1 montre l'évolution de la résistivité au cours d'un cycle thermique sans contrainte et le tableau 3.1 les températures caractéristiques qui sont mesurées et comparées à celles de l'alliage utilisé dans le chapitre précédent. La taille des grains pour cet alliage est d'environ 100  $\mu\text{m}$  dans la section et 200  $\mu\text{m}$  dans le sens du fil.

Matériau	$M_s^0$ (°C)	$M_f^0$ (°C)	$A_s^0$ (°C)	$A_f^0$ (°C)
Cu-Al-Be1	-22,5	-35,5	-24	-10,5
Cu-Al-Be2	43	19	40	63

Tableau 3.1 – Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1 et du Cu-Al-Be2.

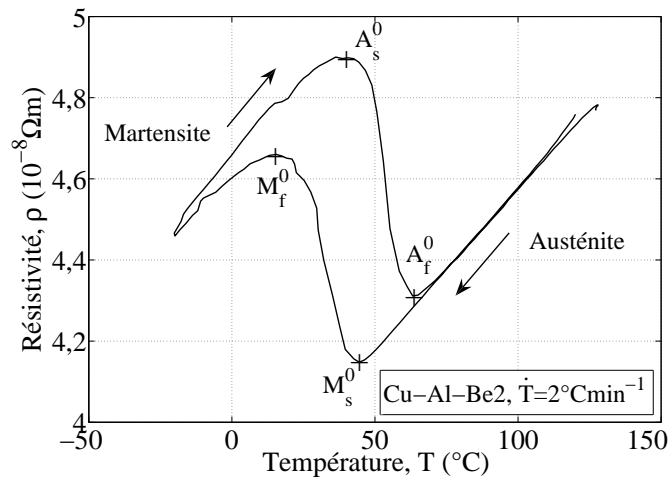


Figure 3.1 – Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle en température sans contrainte sur un fil en Cu-Al-Be2.

### 3.1.2 Démarche expérimentale

Les essais d'effet mémoire assisté ont été réalisés sur la même machine de traction que pour les essais de super-élasticité. Nous avons utilisé une enceinte thermique pour piloter la température des essais (figure 3.2). Elle permet d'imposer une température allant de  $-80^{\circ}C$  à  $200^{\circ}C$ .



Figure 3.2 – Enceinte thermique utilisée pour les essais à température contrôlée.

#### 3.1.2.1 Pilotage des essais

Le pilotage de la température de l'enceinte thermique se fait grâce à un contrôleur Eurotherm (figure 3.3). Il est utilisé pour imposer une rampe de température de  $\pm 2,5^{\circ}Cmin^{-1}$ . Cette vitesse de chauffage/refroidissement est volontairement lente pour

permettre une bonne homogénéité de la température dans l'enceinte tout au long de l'essai.



Figure 3.3 – Contrôleur de température Eurotherm.

#### 3.1.2.2 Mesure d'effort et de déformation

L'effort appliqué est mesuré à l'aide d'une cellule d'effort plus faible que lors des essais de super-élasticité (figure 3.4). Elle n'accepte qu'une charge maximale de 500 N mais permet de maintenir un effort constant de manière plus précise lors des essais d'effet mémoire assisté.



Figure 3.4 – Capteur de force utilisé lors des essais.

La déformation de l'éprouvette est mesurée à l'aide du même extensomètre électromécanique avec une base de mesure de 20 mm.

### 3.1.3 Résultats expérimentaux de super-élasticité

Dans cette partie, seront présentés tous les résultats des essais de traction qui ont été réalisés. Tout d'abord des essais de traction cyclique à amplitude de chargement constante ont été réalisés. Ils permettront d'identifier par la suite les paramètres du modèle. Un essai de traction permettant de vérifier l'effet point mémoire a été réalisé afin de bien appréhender le phénomène. Puis nous présenterons les résultats des essais de traction cyclique à amplitude de chargement variable, qui permettront de valider le comportement du modèle.

#### 3.1.3.1 Essai de traction charge-décharge

Lors d'un essai de traction simple charge-décharge (figure 3.5), on observe bien la charge élastique à partir du point O suivie, lorsqu'une contrainte limite est atteinte au point A, d'une transformation entraînant une déformation supplémentaire. Lors de la décharge à partir du point B, la décharge élastique n'existe pas ou est très faible et la transformation inverse se produit quasiment immédiatement. La pente observée à la fin de la décharge au point C est légèrement plus faible que la pente élastique observée entre les points O et A. On peut donc penser que la transformation inverse n'est alors pas encore terminée, ce qui expliquerait la présence de la déformation résiduelle.

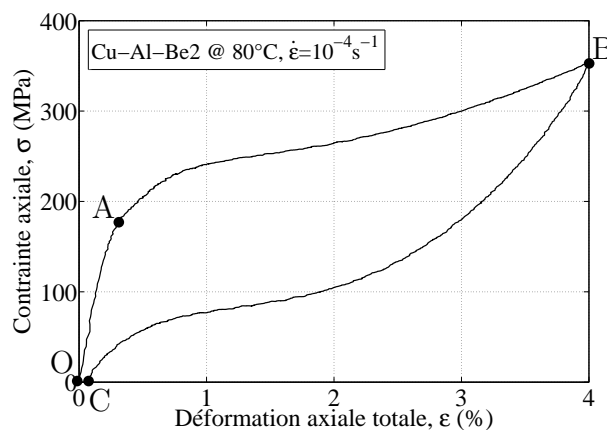


Figure 3.5 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple.

#### 3.1.3.2 Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante

Afin de déterminer l'influence du cyclage sur le comportement de l'alliage, des essais de traction cyclique ont été réalisés (figure 3.6). Différentes amplitudes de déformation ont été utilisées afin de vérifier aussi l'influence de l'amplitude du chargement sur l'évolution de la déformation résiduelle. Pour ne pas influencer les résultats, chacun des essais a été réalisé sur une éprouvette vierge de tout chargement. Les essais n'ont pas été réalisés jusqu'à la rupture mais ont été interrompus au bout d'un certain nombre de cycles prédéterminé.

La déformation résiduelle observée à la fin du premier cycle augmente à chaque cycle et tend vers une valeur de saturation. Mais on peut constater que la vitesse d'évolution et la

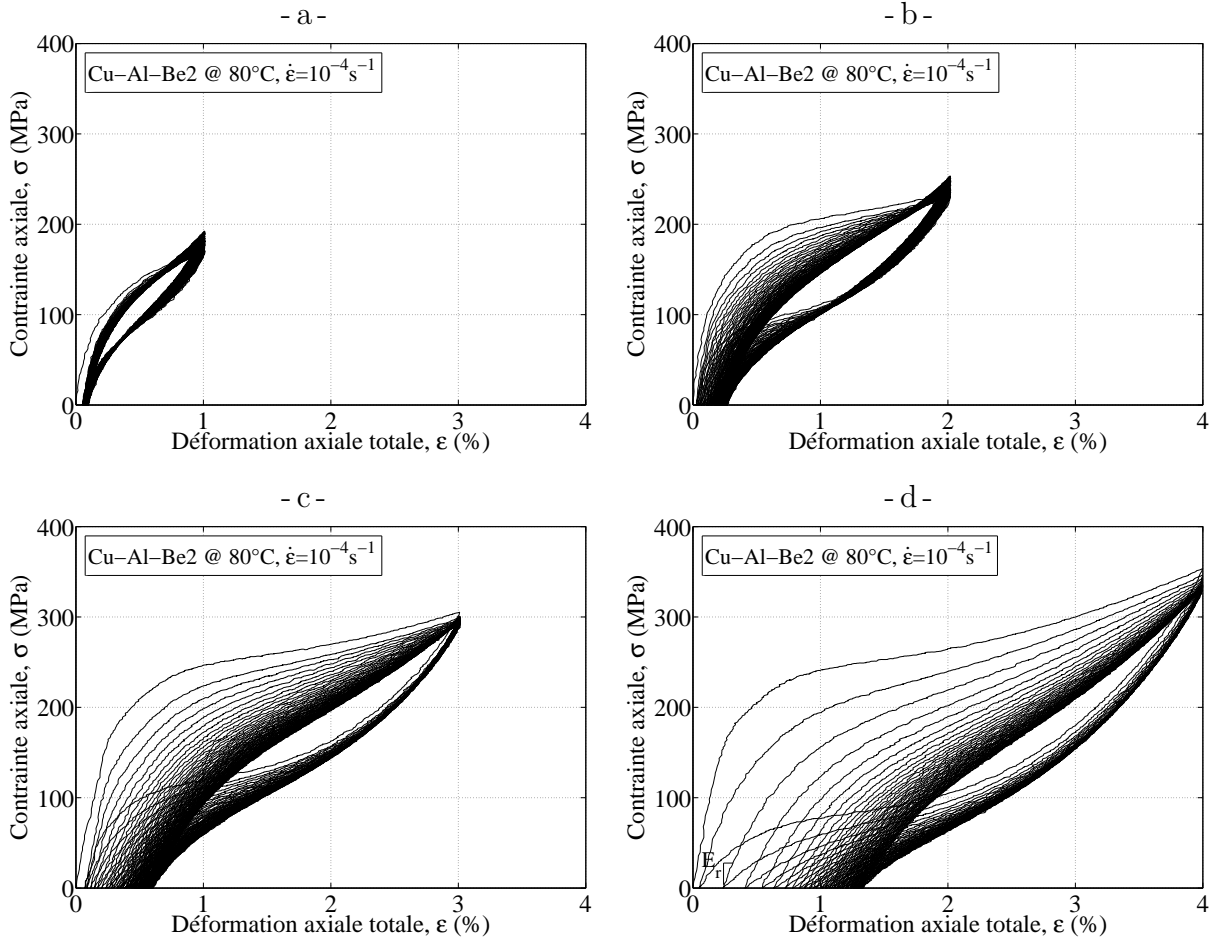


Figure 3.6 – Courbes de contrainte-déformation d'essais de traction cyclique pour des amplitudes constantes : a) 120 cycles à 1 %, b) 100 cycles à 2 %, c) 80 cycles à 3 %, et d) 50 cycles à 4 % de déformation.

valeur de saturation de la déformation résiduelle dépendent de l'amplitude de déformation imposée (figure 3.7a). Plus l'amplitude de déformation du chargement est importante plus la déformation résiduelle évolue rapidement avec le nombre de cycles avant d'atteindre une valeur à saturation dépendant de l'amplitude.

Une première hypothèse consiste à supposer que la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , évolue en fonction de la « quantité de transformation » produite durant les essais de traction cyclique. On définit alors la transformation cumulée,  $tr$ , comme étant la totalité de la déformation de transformation qui apparaît ou disparaît au cours d'un essai, divisée par la déformation de transformation maximale,  $\gamma$  :

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon^{tr}}{\gamma} \right| \quad (3.1)$$

Les figures 3.7a et 3.7b montrent l'évolution de la déformation résiduelle,  $\varepsilon^r$ , en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée,  $tr$ . La différence entre les courbes montre que la transformation cumulée,  $tr$ , ne suffit pas à décrire l'évo-

lution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

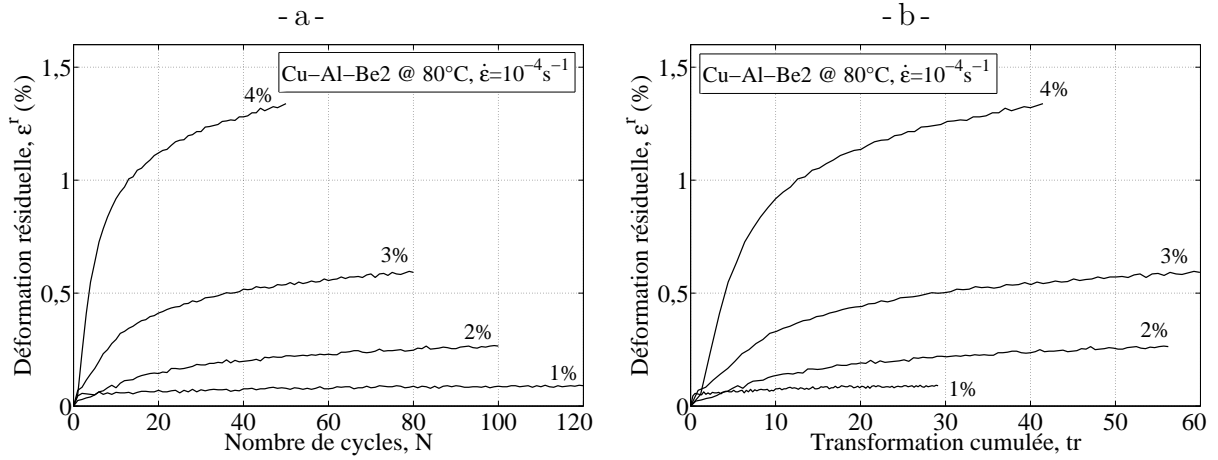


Figure 3.7 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes.

La figure 3.8 montre l'évolution de la pente à la recharge,  $E_r$  (voir figure 3.6d), qui décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

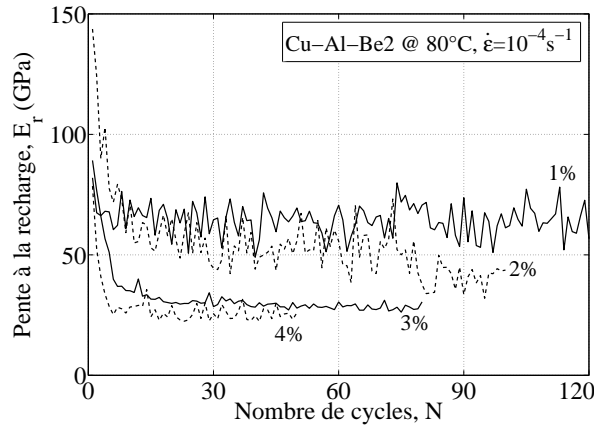


Figure 3.8 – Évolution de la pente à la recharge en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes.

La figure 3.9 montre l'évolution de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ , qui, de même que la pente à la recharge, décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

Ces résultats sont eux aussi cohérents avec l'hypothèse d'une déformation résiduelle provenant d'une transformation incomplète à la fin de la décharge. La fraction volumique de martensite résiduelle étant de plus en plus importante, la déformation résiduelle augmente et la pente à la recharge diminue à chaque cycle.

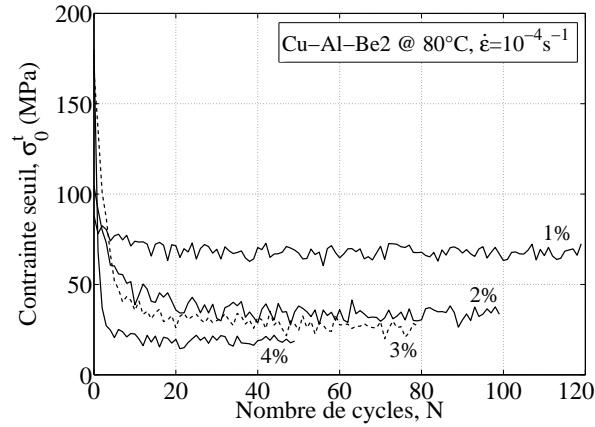


Figure 3.9 – Évolution de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

### 3.1.3.3 Essai de traction cyclique « complexe »

Les essais précédents nous permettront de proposer un modèle de comportement cyclique prenant en compte l'amplitude du chargement. Afin de vérifier que ce modèle fonctionne aussi pour des chargements avec une amplitude variable au cours de l'essai, nous avons réalisé des essais de traction cyclique « complexe ».

Le premier est un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitude croissante. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation maximale de 0,5 % à chaque cycle (figure 3.10).

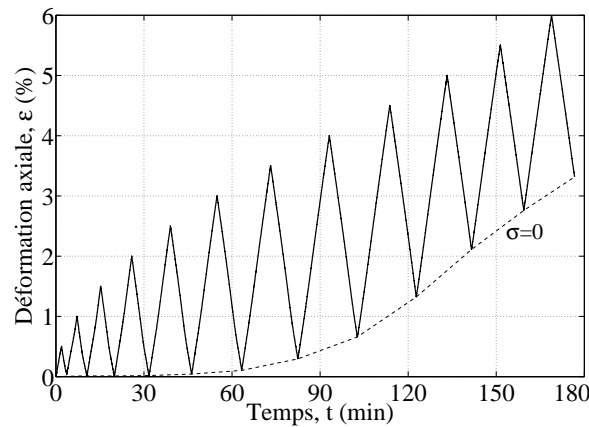


Figure 3.10 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante.

La figure 3.11 montre la courbe contrainte-déformation correspondante. On peut observer lors de cet essai que l'effet point mémoire est respecté : à chaque cycle, lors de la recharge, la courbe passe par le point maximal de la boucle en cours ; par contre, elle ne passe pas par ceux des cycles précédents car les boucles ont déjà été fermées.

La figure 3.12a montre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et la figure 3.12b son évolution en fonction de la transformation cumulée,  $tr$ . Contrairement aux essais de traction cyclique précédents, la déformation résiduelle ne

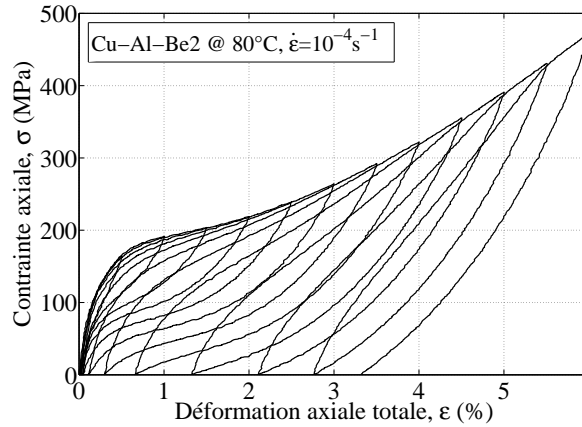


Figure 3.11 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante.

sature pas pour cet essai. Ce n'est cependant pas contradictoire avec les résultats des essais de traction cyclique à différentes amplitudes : la déformation résiduelle augmente de plus en plus car l'amplitude du chargement augmente de plus en plus.

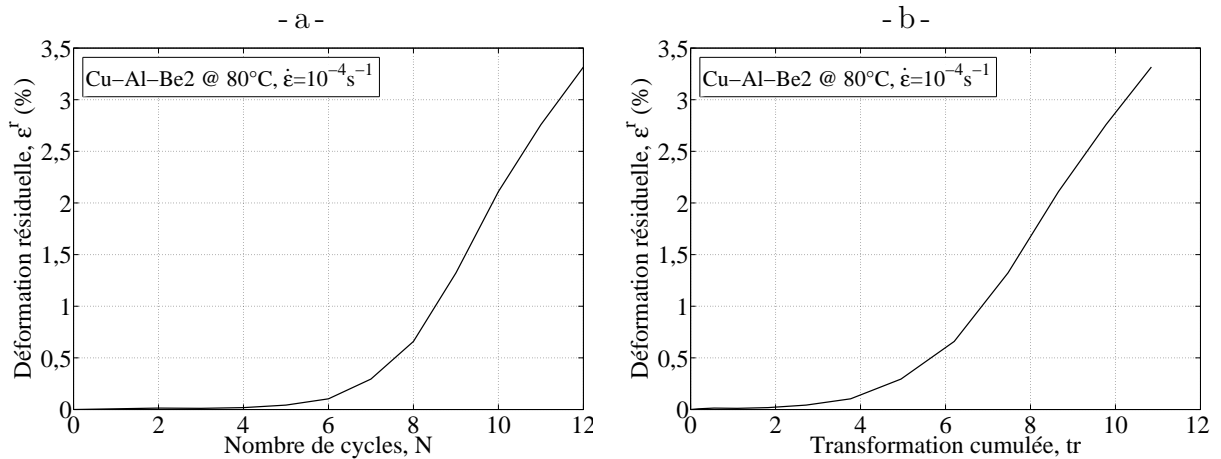


Figure 3.12 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante.

Nous avons ensuite réalisé un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitudes alternées. Il consiste à réaliser le chargement suivant (figure 3.13) :

- un cycle à 4 % de déformation,
- 50 cycles à 2 % de déformation,
- à nouveau un cycle à 4 % de déformation,
- suivi aussi de 50 cycles à 2 % de déformation.

Cet essai permet de mettre en évidence deux aspects. Il montre l'influence d'un changement d'amplitude du chargement après plusieurs cycles à amplitude de déformation constante, ainsi que celle d'une baisse d'amplitude. Pour cet essai aussi, la courbe contrainte-déformation (figure 3.14) montre que l'effet point mémoire est vérifié.



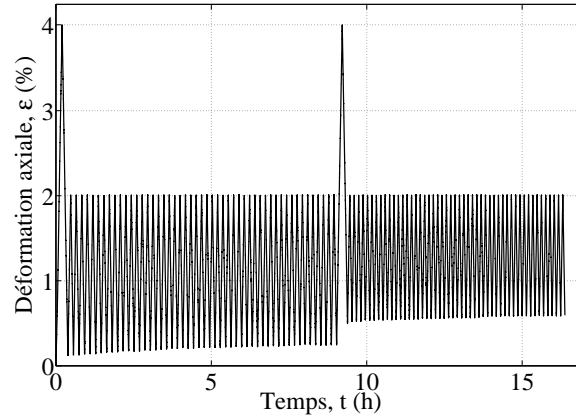


Figure 3.13 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

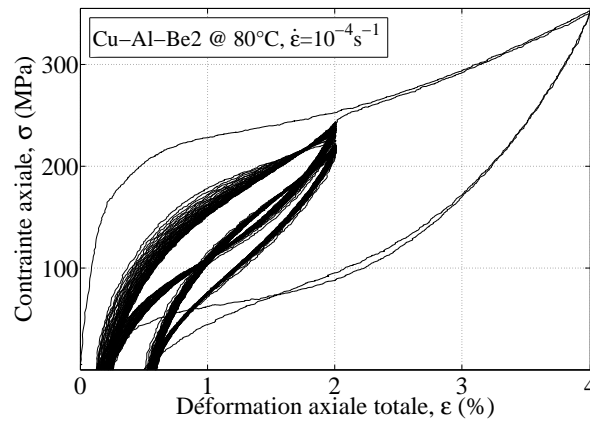


Figure 3.14 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Les figures 3.15a et 3.15b montrent l'évolution de la déformation résiduelle en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée,  $tr$ , comparés à celles des essais de traction cyclique à 2 % et 4 % d'amplitudes de déformation. On observe que la déformation résiduelle augmente fortement lors des cycles à 4 % et plus faiblement lors des cycles à 2 % comme lors des essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante.

On peut aussi remarquer que pour les premiers cycles à 2 % d'amplitude de déformation, l'évolution est plus lente que lors de l'essai de traction cyclique à 2 % d'amplitude de déformation et que les deux courbes tendent à se rejoindre. De même lors du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, l'évolution de la déformation résiduelle est beaucoup plus importante comparée à celle de l'essai de traction cyclique à 4 % d'amplitude de déformation pour une valeur de transformation cumulée correspondante.

Ces résultats confirment que la transformation cumulée,  $tr$ , ne suffit pas à décrire l'évolution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

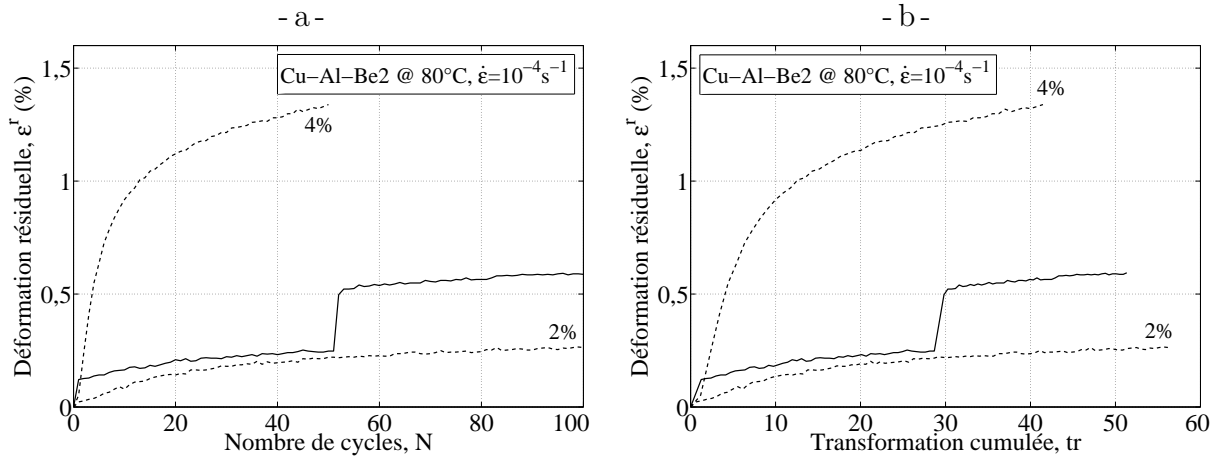


Figure 3.15 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

### 3.1.4 Résultats expérimentaux d'effet mémoire assisté

Puisque nous ne cherchons pas à modéliser la présence de la martensite auto-accommodée, les essais et les simulations de chargements d'effet mémoire assisté se feront de la manière suivante :

- chauffage à haute température dans le domaine austénitique,
- chargement élastique jusqu'à la contrainte qui sera maintenue tout au long de l'essai,
- cyclage thermique entre le domaine austénitique et le domaine martensitique.

#### 3.1.4.1 Essai d'effet mémoire assisté simple

Lors d'un essai d'effet mémoire assisté consistant à un refroidissement-chauffage (figure 3.16), on commence par appliquer à haute température la contrainte qui sera maintenue tout au long de l'essai. On observe donc une déformation élastique qui restera ensuite constante lors des changements de température. Le refroidissement entraîne une légère diminution de la déformation due à la dilatation thermique, mais elle reste faible. Lorsque la transformation directe se produit, la déformation augmente fortement et se stabilise lorsque la transformation est complète. Lors du chauffage, la déformation due à la transformation disparaît avec la transformation inverse. Il reste cependant une déformation résiduelle,  $\epsilon^r$ , en plus de la déformation élastique à la fin du cycle. On observe que la déformation due à la transformation atteint un maximum de 4 % seulement.

#### 3.1.4.2 Essai d'effet mémoire assisté avec point mémoire

Afin de vérifier que l'effet point mémoire existe aussi pour des chargements d'effet mémoire assisté, nous avons réalisé un essai de cyclage thermique sous contrainte avec boucle interne. Le trajet de chargement utilisé est décrit sur la figure 3.17. Il consiste, à partir de l'état austénitique (température supérieure à  $A_f$ ), à :

- charger élastiquement l'éprouvette jusqu'à 250 MPa (point A),
- refroidir l'éprouvette à une température inférieure à  $M_f$  (point B),

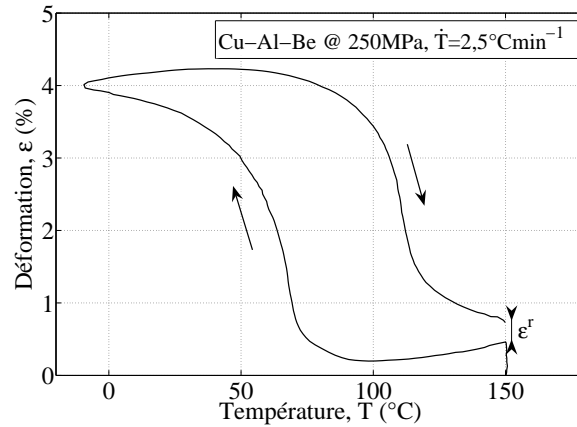


Figure 3.16 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté.

- réchauffer à une température comprise entre  $A_s$  et  $A_f$  (point C),
- refroidir à une température supérieure à  $M_f$  (point D),
- réchauffer à une température supérieure à  $A_f$  (point E).

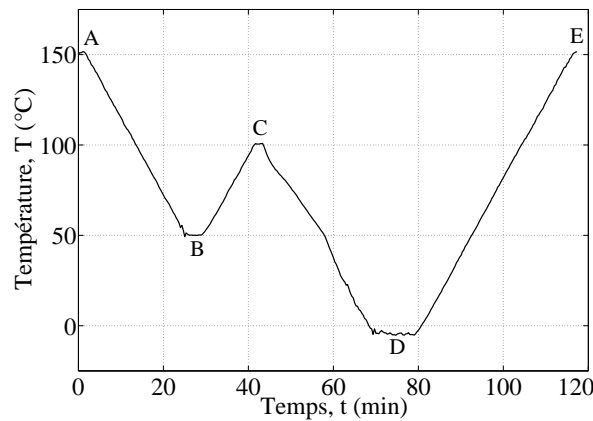


Figure 3.17 – Trajet de chargement en température permettant d'illustrer l'effet point mémoire pour les chargements d'effet mémoire assisté.

Sur la courbe résultat de l'essai (figure 3.18) on observe bien que la boucle interne se referme sur le point mémoire créé lors de l'ouverture de la boucle (point B).

### 3.1.4.3 Essai d'effet mémoire assisté cyclique

Afin de vérifier l'influence du cyclage sur le comportement thermo-mécanique, nous avons réalisé un essai d'effet mémoire assisté cyclique (figure 3.19). On observe une augmentation de la déformation à chaque cycle surtout pour les hautes températures lorsque le matériau est austénitique. Nous avons réalisé un seul essai cyclique pour une seule contrainte appliquée car la durée d'un tel essai est importante (24 heures) et surtout le contrôleur de température ne permettant pas de programmer le cyclage, il était nécessaire d'être présent toutes les heures.

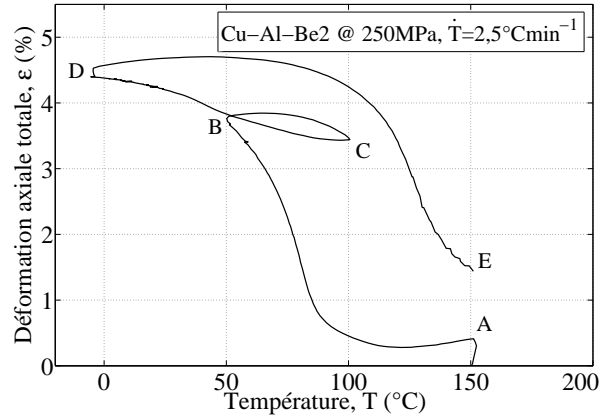


Figure 3.18 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté illustrant l'effet point mémoire.

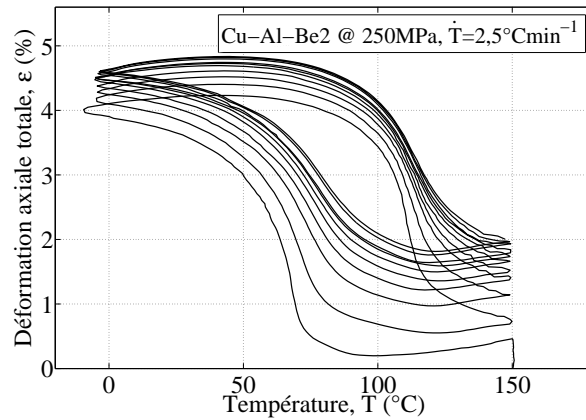


Figure 3.19 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté cyclique.

Les figures 3.20a et 3.20b montrent l'évolution de la déformation résiduelle observée à la fin de chaque cycle dans le domaine austénitique (haute température) et dans le domaine martensitique (basse température) en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée,  $tr$ . On observe que les déformations résiduelles augmentent au cours du cyclage et tendent vers une valeur de saturation. L'évolution de la déformation résiduelle dans le domaine austénitique étant plus importante, on peut en déduire que la taille de l'hystérésis diminue à chaque cycle.

Lors de ces essais, nous retrouvons donc le comportement observé dans le chapitre 2 pour des chargements de super-élasticité. Les essais d'effet mémoire assisté ont permis de déterminer plusieurs aspects du comportement des Alliages à Mémoire de Forme :

- L'effet point mémoire est aussi vérifié pour les chargements d'effet mémoire assisté.
- La déformation résiduelle qui apparaît au cours du cyclage est aussi présente lors des essais d'effet mémoire assisté à la fois dans le domaine austénitique et dans le domaine martensitique.

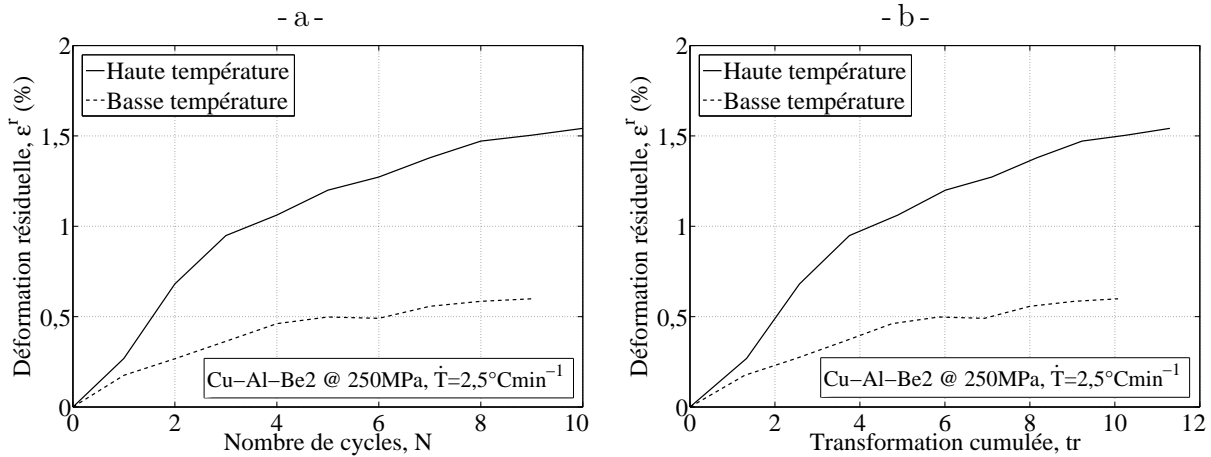


Figure 3.20 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l’essai d’effet mémoire assisté cyclique.

Or, dans le modèle développé précédemment, la déformation résiduelle provient de la martensite résiduelle qui apparaît à cause d’une transformation inverse incomplète. Lors des essais d’effet mémoire assisté, la transformation est complète et pourtant il y a apparition de la déformation résiduelle. Cependant, l’essai de flash thermique, réalisé dans la partie 2.1.3.5, indique bien que l’origine de la déformation résiduelle est principalement due à la présence de martensite.

Pour prendre en compte ces observations, nous allons donc modifier le modèle précédent afin d’introduire de la martensite bloquée qui sera à l’origine de la déformation résiduelle même lorsque la transformation inverse est terminée.

## 3.2 Modélisation du comportement thermo-mécanique cyclique

Le modèle développé précédemment ne permet pas de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme soumis à un chargement thermo-mécanique cyclique. Cependant, dans cette partie, nous allons voir qu’en le modifiant légèrement, il est possible d’améliorer ces simulations.

### 3.2.1 Modèle de base

Le modèle présenté dans ce chapitre est basé sur celui développé dans le chapitre précédent, avant que ne soit pris en compte le comportement cyclique (partie 2.2.4). En effet, la méthode précédente consistant à introduire une déformation résiduelle à partir d’une transformation inverse incomplète ne permet pas de modéliser l’apparition de la déformation résiduelle lors de la simulation d’essais d’effet mémoire assisté puisque la transformation inverse est complète pour ces chargements (figure 3.21).

Nous utiliserons donc une autre méthode permettant de prendre en compte le comportement sous chargements cycliques. Le modèle de base reste cependant le même que

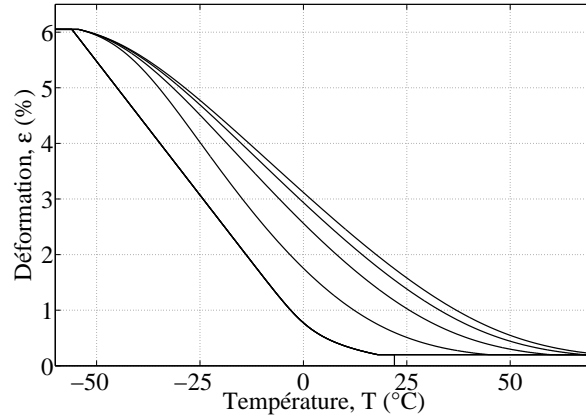


Figure 3.21 – Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique grâce au modèle développé dans le chapitre 2.

le précédent, mais sans la prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques. Il permet de décrire le comportement super-élastique avec ou sans déformation résiduelle à la fin du premier cycle due à une transformation inverse incomplète lors de chargements super-élastiques. Mais cette déformation n'évolue pas au cours des cycles suivants (figure 2.38). Il permet aussi de simuler le comportement lors d'un chargement d'effet mémoire assisté, mais sans déformation résiduelle car la transformation inverse est forcément complète (figure 3.22) et il n'y a donc pas apparition de déformation résiduelle à la fin d'un cycle.

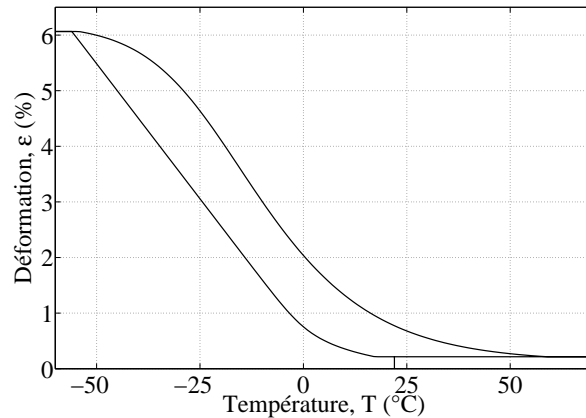


Figure 3.22 – Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté grâce au modèle développé dans le chapitre 2 sans prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques.

Le modèle se base sur trois hypothèses, ainsi que sur l'utilisation de deux critères de transformation. Les hypothèses que nous présenterons par la suite sont la partition de la déformation en déformation élastique et en déformation de transformation, la loi de transformation qui suit la règle de normalité, ainsi que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation équivalente,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$ , vérifiée lors des essais (figure 2.8).

### 3.2.1.1 Partition de la déformation

La première hypothèse sur laquelle est fondé le modèle est l'hypothèse des petites perturbations. Elle permet l'adoption de la partition du tenseur de déformation,  $\varepsilon$ , en un tenseur de déformation élastique,  $\varepsilon^e$ , et un tenseur de déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$  :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = \mathbb{C}^{-1}\varpi + \varepsilon^{tr} \quad (3.2)$$

Avec  $\varpi$  le tenseur des contraintes. Les comportements élastiques des deux phases (austénite et martensite) sont supposés identiques et sont représentés par le tenseur d'élasticité de Hooke du quatrième ordre,  $\mathbb{C}$ .

### 3.2.1.2 Critères de transformation directe et inverse

Afin de piloter les transformations directe et inverse, deux critères de transformation sont utilisés. Le premier, pilotant la transformation directe :

$$f_1 = \bar{\sigma} - \frac{R(z) + \sigma_0^t(T)}{g(y_\sigma)} \leq 0 \quad (z < 1) \quad (3.3)$$

Où  $R(z)$  caractérise la taille du critère de transformation,  $z$  est la fraction volumique de martensite,  $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathbb{s}$  :  $\mathbb{s}$  est la contrainte équivalente de von Mises avec  $\mathbb{s} = \varpi - \frac{\text{tr}(\varpi)}{3}\mathbb{I}_d$

la contrainte déviatorique,  $y_\sigma = \frac{27 \det(\mathbb{s})}{2 \bar{\sigma}^3}$  est le troisième invariant du tenseur des contraintes et  $g$  est la fonction permettant de modifier la forme du critère de transformation afin de prendre en compte la dissymétrie de traction-compression observée dans le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (Vacher et Lexcellent (1991); Patoor *et al.* (1995); Gall *et al.* (1997); Liu *et al.* (1998) et Orgéas et Favier (1998)). Et avec  $\sigma_0^t(T)$  la contrainte seuil de transformation en traction dépendant de la température :

$$\sigma_0^t(T) = \mu(T - T_0) \quad (3.4)$$

Où  $\mu$  et  $T_0$  sont des paramètres dépendant du matériau.

La dissymétrie entre traction et compression, vue dans la partie 2.2.1.2, est prise en compte grâce à la fonction  $g$  qui permet de modifier la forme du critère de transformation. La fonction utilisée est la suivante :

$$g(y) = \cos\left(\frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y))}{3}\right) \quad (3.5)$$

Avec  $a$  un facteur permettant de régler la dissymétrie. Elle permet d'obtenir un critère de transformation convexe pour des valeurs de  $a$  allant de 0 à 1 (Bigoni et Piccolroaz (2004)). Lorsque  $a$  vaut 0,  $g(y)$  vaut 1 pour tout  $y$  et le critère est donc identique à celui

de von Mises. Lorsque  $a$  vaut 1,  $g(y)$  varie entre  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  et 1, ce qui donne le maximum de dissymétrie de traction-compression tout en gardant un critère de transformation convexe. La figure 3.23 représente, dans ces deux cas, la projection des critères de transformation

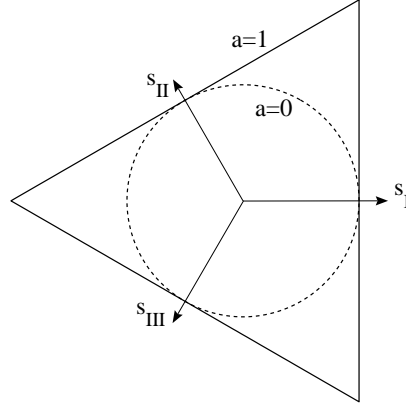


Figure 3.23 – Formes des critères de transformation avec un minimum ( $a = 0$ , von Mises) et un maximum ( $a = 1$ ) de dissymétrie traction-compression.

sur le plan du déviateur, avec  $s_I$ ,  $s_{II}$  et  $s_{III}$  qui représentent les déviateurs des contraintes principales.

La valeur de  $a$  peut être déterminée à partir des limites de transformation directe en traction,  $\sigma_0^t(T)$ , et en compression,  $\sigma_0^c(T)$  :

$$a = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( 3 \cos^{-1} \left( \frac{\sigma_0^t(T)}{\sigma_0^c(T)} \right) \right) \right) \quad (3.6)$$

La contrainte équivalente,  $\sigma_{eq}$ , s'exprime en fonction de la contrainte équivalente de von Mises,  $\bar{\sigma}$ , et la fonction  $g$  :

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma} g(y_\sigma) \quad (3.7)$$

Le second critère de transformation, pilotant la transformation inverse, est de forme et de taille identique au critère de transformation directe. Il est seulement décalé dans la direction de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$  :

$$f_2 = \mathbb{X} - \mathbb{W} - \frac{R(z) + \sigma_0^t(T)}{g(y_{X-\sigma})} \leq 0 \quad (z > 0) \quad (3.8)$$

Avec  $\mathbb{X}$  le tenseur qui détermine le centre du critère de transformation inverse et qui est donc colinéaire à la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$  :

$$\mathbb{X} = \left( (R(z) + \sigma_0^t(T)) \left( \frac{1}{g(y_\epsilon)} + \frac{1}{g(-y_\epsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\epsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \epsilon^{tr} : \epsilon^{tr}}} \quad (3.9)$$

Où  $\delta(z)$  est la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé représentée en gris sur la figure 3.24.

### 3.2.1.3 Évolution de la déformation de transformation

Pour la transformation directe, l'hypothèse retenue est la règle de normalité. Lors de la transformation directe, la vitesse de déformation de transformation,  $\dot{\epsilon}^{tr}$ , est donc définie



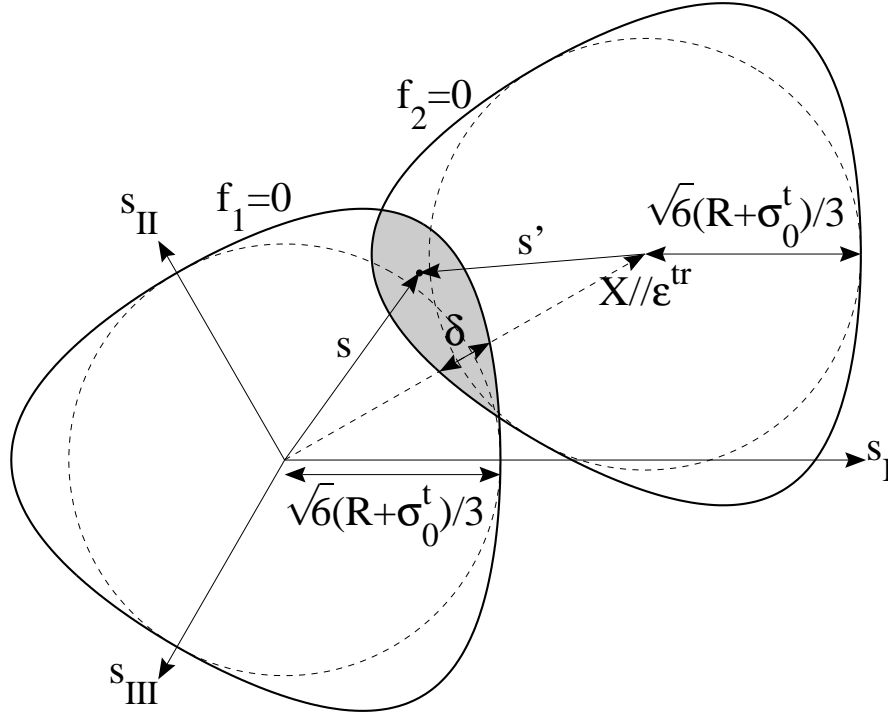


Figure 3.24 – Formes des critères de transformation du modèle.

parallèle au tenseur  $\mathbb{K}_\sigma$  (équation 3.11), qui est la normale au critère de transformation directe,  $f_1 = 0$  (figure 3.25c). Cette hypothèse a été validée expérimentalement sous chargement de traction-compression biaxiale par Bouvet *et al.* (2002) et sous chargement de traction-torsion par Taillard (2006).

Par contre, lors de la transformation inverse, afin de toujours vérifier la relation entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , il est nécessaire de respecter la condition suivante même lors de chargements complexes : la déformation de transformation doit revenir à zéro en même temps que la fraction volumique de martensite à la fin de la transformation inverse. Afin de réaliser cette contrainte simplement, il suffit de définir la direction de la vitesse de déformation de transformation,  $\dot{\epsilon}^{tr}$ , colinéaire à la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$  (figure 3.25d). La direction de la déformation de transformation ne respecte donc pas la règle de normalité. On est donc dans un cadre non associé.

La vitesse de déformation de transformation vaut alors :

$$\dot{\epsilon}^{tr} = \begin{cases} \dot{\lambda}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \mathbb{W}} = \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\sigma & \text{en transformation directe } (\dot{z} > 0) \\ -\dot{\lambda}_2 \frac{\epsilon^{tr}}{\epsilon^{tr}} & \text{en transformation inverse } (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.10)$$

Avec le tenseur normal au critère de transformation directe,  $\mathbb{K}_\sigma$ , qui vaut :

$$\mathbb{K}_\sigma = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \mathbb{W}} = \frac{3}{2} g(y_\sigma) \mathbb{N}_\sigma + \frac{9}{2} g'(y_\sigma) \left( 3 \mathbb{N}_\sigma^2 - y_\sigma \mathbb{N}_\sigma - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right) \quad (3.11)$$

Où  $\mathbb{N}_\sigma = \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}}$ , et avec  $\dot{\lambda}_1$  et  $\dot{\lambda}_2$  les multiplicateurs de transformation donnés par les conditions de cohérence :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{élasticité}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = 0 \quad (\text{décharge élastique}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 < 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{recharge élastique}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 = 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \frac{\gamma \dot{z}}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \geq 0 \quad (\text{transformation directe}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 = 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = -\gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \geq 0 \quad (\text{transformation inverse}) \\ \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 0 \\ \dot{f}_1 = 0 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} f_2 = 0 \\ \dot{f}_2 = 0 \end{array} \right. & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma - \dot{\lambda}_2 \frac{g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} = \gamma \dot{z} \quad (\text{réorientation}) \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Avec  $\mathbb{K}_\varepsilon$  le tenseur normal au critère de transformation dans le domaine des déformations défini par Bouvet *et al.* (2004) :

$$\mathbb{K}_\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon_{eq}^{tr}}{\partial \varepsilon^{tr}} = \frac{1}{g(-1)} \left( \frac{2}{3} g(-y_\varepsilon) \mathbb{N}_\varepsilon + 2g'(-y_\varepsilon) \left( -2\mathbb{N}_\varepsilon^2 + y_\varepsilon \mathbb{N}_\varepsilon + \mathbb{I}_d \right) \right) \quad (3.13)$$

Où  $\mathbb{N}_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}}$ .

La figure 3.25 montre les différents cas que l'on peut alors rencontrer :

- Si le matériau est purement austénitique ( $z = 0$ ), le comportement est l'élasticité de l'austénite tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation directe ( $f_1 < 0$ ).
- Si le matériau est purement martensitique ( $z = 1$ ), le comportement est l'élasticité de la martensite tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation inverse ( $f_2 < 0$ ).
- Pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite ( $0 < z < 1$ ), lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation ( $f_1 < 0$  et  $f_2 < 0$ , zone grisée), le comportement est l'élasticité du matériau biphasé.

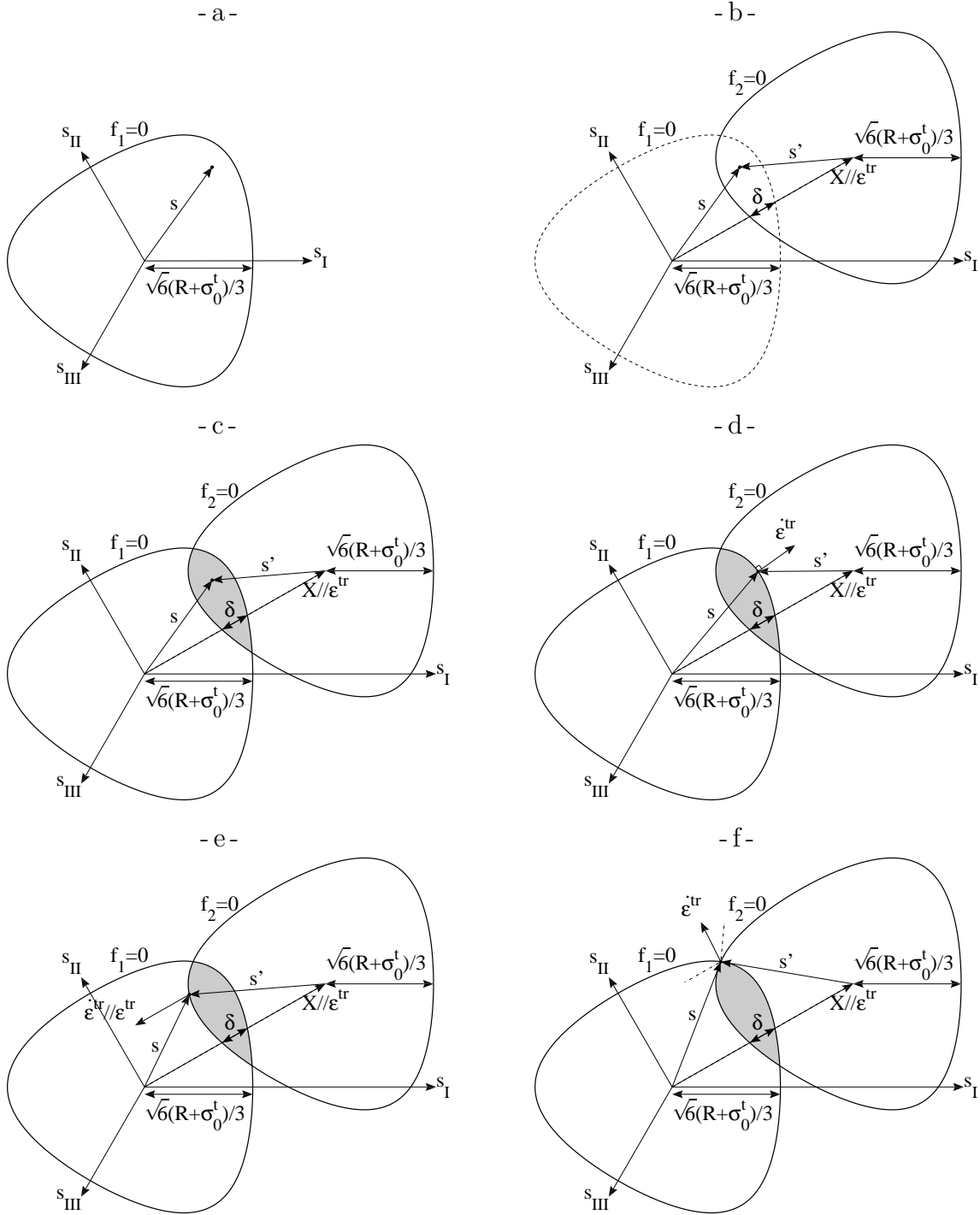


Figure 3.25 – Position des critères de transformation par rapport à la contrainte et évolution de la déformation de transformation  $\epsilon^{tr}$  dans le plan du déviateur lors de : a) l'élasticité de l'austénite, b) l'élasticité de la martensite, c) l'élasticité de l'alliage biphasé, d) la transformation directe, e) la transformation inverse, et f) la réorientation.

- d) Lorsque la contrainte atteint le critère de transformation directe ( $f_1 = 0$ ,  $\dot{f}_1 = 0$  et  $z < 1$ ), la transformation directe se produit et l'évolution de la déformation de transformation suit la règle de normalité. Dans ce cas,  $\dot{z}$  est positif car la martensite se crée et  $\dot{\lambda}_1$  peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence  $\dot{f}_1 = 0$ .
- e) Par contre, lorsque la contrainte atteint le critère de transformation inverse ( $f_2 = 0$ ,  $\dot{f}_2 = 0$  et  $z > 0$ ), l'évolution de la déformation de transformation ne suit plus cette règle mais reste colinéaire à la déformation de transformation. L'utilisation d'un cadre non associé se justifie de la manière suivante : lorsque la martensite orientée se forme lors de la transformation directe, elle entraîne une déformation de transformation associée ; lorsque cette martensite disparaît pendant la transformation inverse, la déformation de transformation conserve alors en moyenne une direction identique. Dans ce cas,  $\dot{z}$  est négatif car la martensite disparaît et  $\dot{\lambda}_2$  peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence  $\dot{f}_2 = 0$ .
- f) Enfin pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque les deux critères de transformation sont atteints simultanément ( $f_1 = 0$  et  $f_2 = 0$ ), c'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit. Dans ce cas, la fraction volumique de martensite,  $z$ , reste quasiment constante alors que la direction de la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , évolue suivant une direction intermédiaire entre celles des transformations directe et inverse. Ce cas particulier ne se rencontre que lors des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

La figure 3.26 montre la courbe contrainte-déformation d'un essai de traction. Entre les points O et A le comportement est l'élasticité de l'austénite pure (cas a). Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d). À la décharge, entre les points B et C, le comportement est l'élasticité du matériau biphasé (cas c). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e).

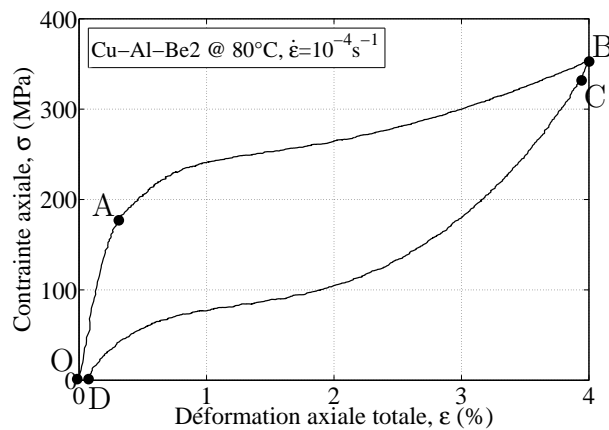


Figure 3.26 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction.

De même, lors d'un essai d'effet mémoire assisté dont la courbe déformation-température est donnée sur la figure 3.27, entre les points O et A le comportement est l'élasticité de l'austénite pure (cas a) : la diminution de la température entraîne la baisse de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ . Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d) lorsque le critère de transformation directe rejoint la contrainte appliquée et la déformation de transformation apparaît alors. Pendant le chauffage, entre les points B et C, le

comportement est l'élasticité de la martensite (cas b). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e) et la déformation de transformation disparaît.

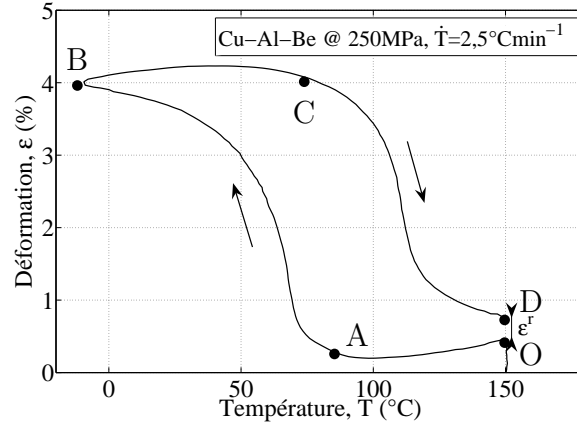


Figure 3.27 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté.

#### 3.2.1.4 Fraction volumique de martensite

La troisième hypothèse utilisée est la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation équivalente,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (3.14)$$

Avec  $\gamma$  un paramètre dépendant du matériau correspondant à la déformation de transformation équivalente maximale et  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  la déformation de transformation équivalente. Celle-ci est définie par l'égalité entre la puissance de transformation et la puissance de transformation équivalente (Bouvet *et al.* (2004)) :

$$\mathbb{W} : \mathbb{E}^{tr} = \sigma_{eq} \varepsilon_{eq}^{tr} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}{\mathbb{K}_{\sigma} : \mathbb{K}_{\sigma}}} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_{\sigma}) + 9g'^2(y_{\sigma})(1 - y_{\sigma}^2)}} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} \approx \overline{\varepsilon^{tr}} \frac{g(-y_{\varepsilon})}{g(-1)} \quad (3.17)$$

Où  $g$  est la fonction définie par l'équation 3.5.

La relation entre la fraction volumique de martensite,  $z$ , et la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$ , a été proposée initialement par Vacher et Lexcellent (1991) et a été validée récemment pour des chargements multiaxiaux par Taillard (2006); Taillard *et al.* (2008). Elle a été vérifiée durant les essais de traction (partie 2.1.2.3) grâce à des mesures de résistivité permettant de remonter à la fraction volumique de martensite (figure 2.8). On peut en déduire la valeur de la déformation de transformation équivalente maximale,  $\gamma$ , qui vaut environ 6 %.

Cependant, on observe lors des essais d'effet mémoire assisté (partie 3.1.4) que la déformation de transformation équivalente maximale est d'environ 4 %. L'explication peut être l'apparition de martensite auto-accommodée quand la contrainte appliquée est trop faible. En effet, lorsque la contrainte est très faible, l'austénite se transforme uniquement en martensite auto-accommodée. Mais lorsque que l'on applique une contrainte plus importante, une partie de l'austénite se transforme alors en martensite orientée durant l'essai d'effet mémoire assisté. Et cela jusqu'à ce que l'on atteigne une contrainte pour laquelle toute l'austénite se transforme en martensite orientée. La figure 3.28 montre l'évolution de la déformation de transformation équivalente maximale en fonction de la contrainte appliquée lors d'un essai sur un alliage de Cu-Zn-Al réalisé par LExcellent *et al.* (2000).

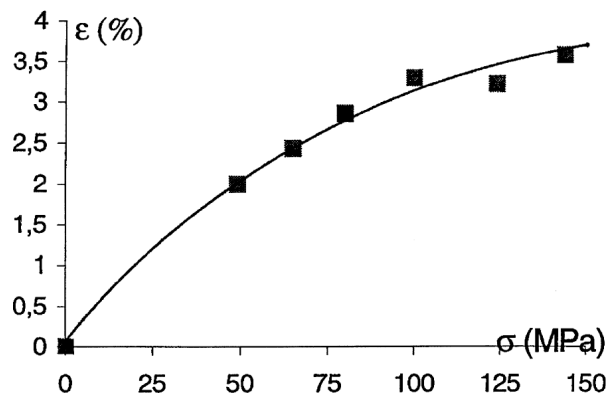


Figure 3.28 – Évolution de la déformation de transformation équivalente maximale en fonction de la contrainte appliquée par LExcellent *et al.* (2000).

Afin de prendre en compte ce comportement dans le modèle sans avoir à introduire la présence de martensite auto-accommodée et les mécanismes de transformation associés, nous proposons de limiter la fraction volumique de martensite maximale,  $z^{max}$ , que le modèle peut atteindre en fonction de la contrainte appliquée. Puisque la fraction volumique de martensite est liée à la déformation de transformation équivalente par la relation donnée dans l'équation 3.14, cela permet de limiter celle-ci en fonction de la contrainte appliquée. Nous n'avons pas pu le faire, mais il serait intéressant de réaliser une série d'essais d'effet mémoire assisté à différentes contraintes afin d'en déduire les fractions volumiques de martensite maximales qui correspondent.

### 3.2.2 Évolution des critères de transformation et effet point mémoire

La taille et la position des critères de transformation sont définies respectivement par les variables  $R(z)$  et  $\delta(z)$ . Pour que l'effet point mémoire soit respecté, il est nécessaire que leurs valeurs soient les mêmes lors de l'ouverture et de la fermeture d'une boucle de chargement. Pour respecter cette condition, on va mémoriser les valeurs de fraction volumique de martensite à chaque changement de sens de la transformation :  $z_{n+1}^{min}$  et  $z_{n+1}^{max}$  pour les points mémoire bas et haut de la  $n$ ème boucle ouverte.  $z_1^{min}$  et  $z_1^{max}$  sont respectivement les valeurs de fraction volumique minimale et maximale et valent donc

respectivement 0 et  $z^{max}$  qui dépend de la contrainte. Pour prendre en compte l'effet point mémoire, on fait varier les valeurs de  $R(z)$  et de  $\delta(z)$  entre les valeurs qu'elles ont prises au niveau des points mémoire précédents :  $R_n^{min} = R(z_n^{min})$ ,  $R_n^{max} = R(z_n^{max})$ ,  $\delta_n^{min} = \delta(z_n^{min})$  et  $\delta_n^{max} = \delta(z_n^{max})$ .

On observe, lors des essais d'effet mémoire assisté (figure 3.16), que la différence entre les températures de fin de transformation directe,  $M_f$ , et de début de transformation inverse,  $A_s$ , est identique à la différence entre les températures de fin de transformation inverse,  $A_f$ , et de début de transformation directe,  $M_s$ . Or ces différences de température dépendent de la taille du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$  (figure 3.30). Il faut donc que celles-ci soient identiques en début et en fin de transformation.

Par contre, sur les boucles internes, la différence de température entre un point mémoire et le début de transformation est minime (figure 3.18). Cela rejoint aussi l'observation sur la taille du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , qui est très faible lors de la décharge d'un essai traction (figure 3.5). Il faut donc que la taille du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , soit très petite au cours de la transformation.

On peut simuler ces deux comportements en prenant une évolution de la taille du domaine élastique qui diminue en début de transformation et ré-augmente en fin de transformation (figure 3.29) :

$$\delta(z) = \begin{cases} \delta_0 + \left( p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) \cdots & (\dot{z} > 0) \\ \cdots + \left( p^{\frac{z_{n-1}^{max} - z}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{max} - \delta_0) & \\ \delta_0 + \left( p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) \cdots & (\dot{z} < 0) \\ \cdots + \left( p^{\frac{z_n^{max} - z}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_n^{max} - \delta_0) & \end{cases} \quad (3.18)$$

Avec  $\delta_1^{min}$ ,  $\delta_1^{max}$  et  $\delta_0$  des paramètres dépendant du matériau qui caractérisent respectivement la taille du domaine élastique en début, en fin et en milieu de transformation.

En prenant  $\delta_1^{min} = \delta_1^{max}$ , la différence entre les températures de fin de transformation directe,  $M_f$ , et de début de transformation inverse,  $A_s$ , est alors identique à la différence entre les températures de fin de transformation inverse,  $A_f$ , et de début de transformation directe,  $M_s$  (figure 3.30a).

La figure 3.30 montre en grisé l'évolution de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , lors des trois premières séquences du chargement utilisé pour montrer l'effet point mémoire dans la partie 3.1.4.2 (figure 3.17).  $\delta_1^{min}$  et  $\delta_1^{max}$  sont des paramètres dépendant du matériau qui représentent la taille du domaine élastique du matériau biphasé en début et en fin de la transformation. Mais ils représentent aussi, respectivement et au facteur  $\mu$  près, la différence entre les températures de début transformation directe et de fin de transformation inverse et la différence entre les températures de début transformation inverse et de fin de transformation directe (figure 3.30a). En effet, dans le domaine élastique du matériau biphasé, dont la taille caractéristique est  $\delta(z)$

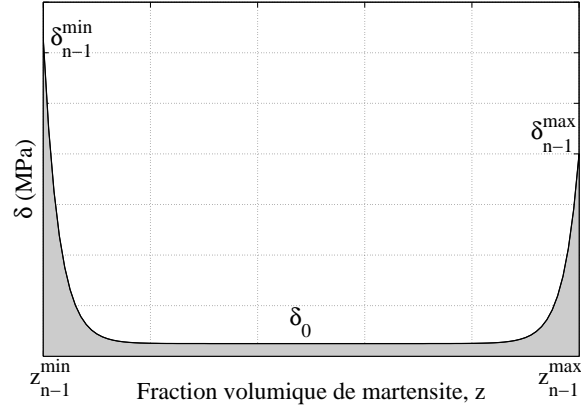


Figure 3.29 – Évolution de la taille du domaine élastique en fonction de la fraction volumique de martensite.

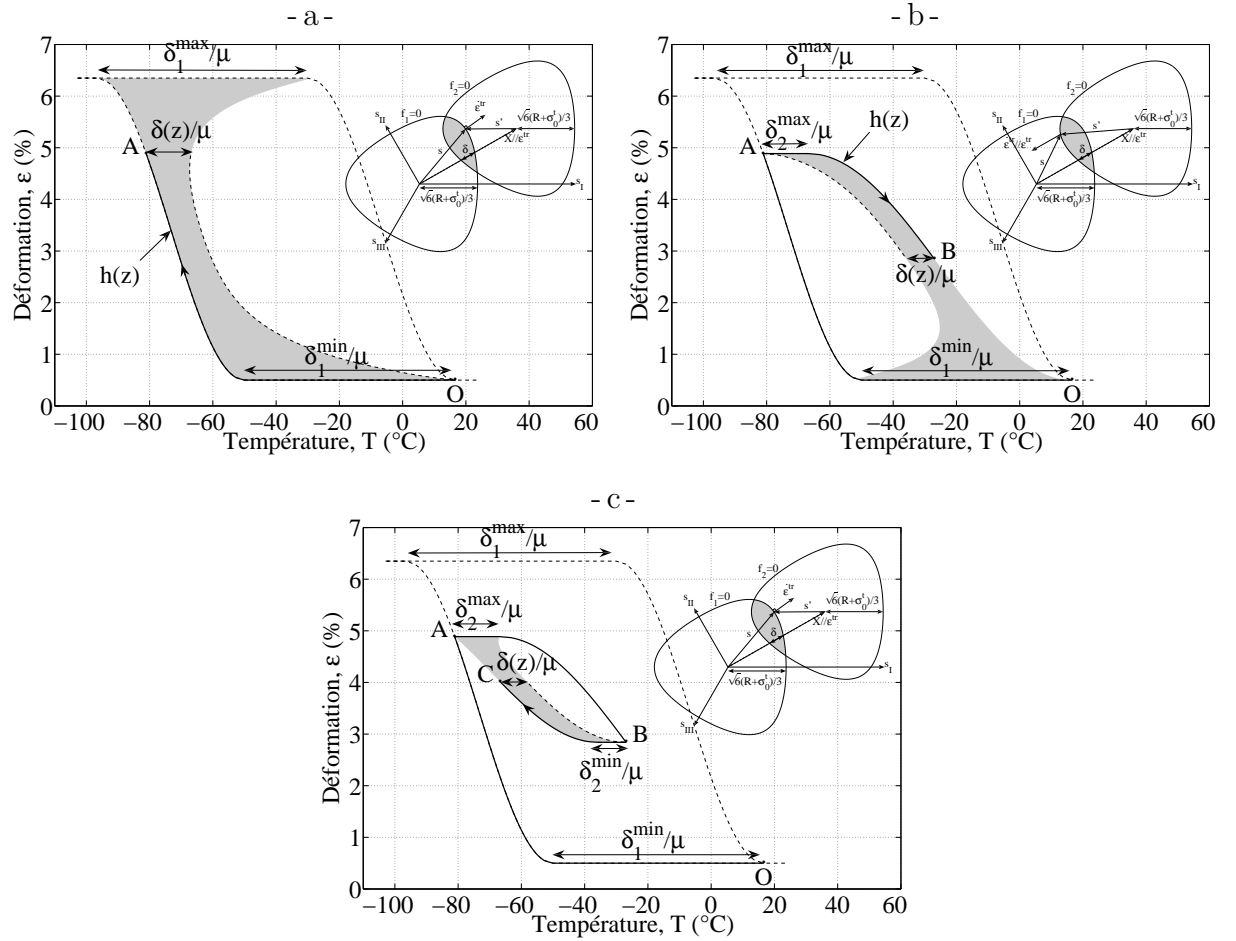


Figure 3.30 – Évolution de  $\delta(z)$  lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

(figure 3.23), la taille des critères de transformation dépend uniquement de la contrainte seuil de transformation. Or l'évolution de celle-ci est proportionnelle à la variation de



la température au facteur  $\mu$  près (équation 3.4), d'où la relation entre les différences de températures et la valeur de  $\delta(z)$ .

Comme le montre la figure 3.30a, lors d'un refroidissement, lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite,  $z$ , est mémorisée en tant que  $z_2^{max}$  et l'on peut alors calculer la valeur de  $\delta(z)$  pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 3.18,  $\delta_2^{max} = \delta(z_2^{max})$ . Durant la seconde séquence montrée sur la figure 3.30b, la valeur de  $\delta(z)$  varie donc entre  $\delta_2^{max}$  et  $\delta_1^{min}$  jusqu'au point B. À ce moment, la valeur de  $z$  est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que  $z_2^{min}$ . On peut, là aussi, calculer la valeur de  $\delta(z)$  pour ce point mémoire bas,  $\delta_2^{min} = \delta(z_2^{min})$ , qui dépendra de  $\delta_2^{max}$ . Pendant la dernière séquence, la valeur de  $\delta(z)$  varie alors entre  $\delta_2^{min}$  et  $\delta_2^{max}$  (figure 3.30c).

De la même manière, on fait évoluer la variable  $R(z)$  entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents. Son évolution dépend aussi de l'évolution de la variable  $\delta(z)$  pour la transformation inverse (figure 3.31).

$$R(z) = \begin{cases} R_{n-1}^{min} + h_1(z)(R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{min} + h_2(z)(R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta(z) & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.19)$$

Avec  $R_i^{min}$  et  $R_i^{max}$  les valeurs de  $R(z)$  au niveau des points mémoire bas et haut :

$$\begin{aligned} R_i^{min} &= R(z_i^{min}) \\ R_i^{max} &= R(z_i^{max}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Et avec  $h_1$  la fonction de forme décrivant l'évolution de  $R(z)$  entre  $R_{n-1}^{min}$  et  $R_{n-1}^{max}$  au cours de la transformation directe et  $h_2$  la fonction de forme décrivant l'évolution de  $R(z)$  entre  $R_n^{max}$  et  $R_{n-1}^{min}$  au cours de la transformation inverse.

On peut remarquer sur le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté montrant l'effet point mémoire (figure 3.18) que la forme des boucles internes ne ressemble pas à celle de la forme globale. Lors de la fermeture d'une boucle interne, l'évolution de la déformation en fonction de la température est quasiment identique à celle avant ouverture et celle après fermeture de la boucle. Or la forme de la boucle globale présente une tangente horizontale en fin de boucle. Pour simuler correctement cette évolution, la forme des boucles internes correspondra à celle de la boucle globale mais uniquement à la partie située entre  $z = 0$  et  $z = z_{n-1}^{max}$  en transformation directe et la partie entre  $z = 1$  et  $z = z_{n-1}^{min}$  en transformation inverse. Avec  $h(z)$  la fonction de forme de la boucle globale, qui peut varier en fonction du matériau :

$$h(z) = \frac{\arccos(1 - 2z)}{\pi} \quad (3.21)$$

Les fonctions de forme pour les transformations directe et inverse s'expriment alors ainsi :

$$h_1(z) = \frac{h\left(\frac{z_{n-1}^{max}}{z_1^{max}} \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}}\right)}{h\left(\frac{z_{n-1}^{max}}{z_1^{max}}\right)} \quad (3.22)$$

$$h_2(z) = \frac{h\left(\frac{z_1^{max} - z_{n-1}^{min}}{z_1^{max} - z_{n-1}^{min}} + \frac{z_{n-1}^{min}(z_{n-1}^{max} - z_1^{max})}{z_1^{max}(z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min})}\right) - h\left(\frac{z_{n-1}^{min}}{z_1^{max}}\right)}{1 - h\left(\frac{z_{n-1}^{min}}{z_1^{max}}\right)} \quad (3.23)$$

La figure 3.31 montre l'évolution de la taille des critères de transformation,  $R(z)$ , lors du même chargement.  $R_1^{min}$  vaut zéro et  $R_1^{max}$  est un paramètre dépendant du matériau qui caractérise la taille maximale des critères de transformation. Au cours d'un chargement mécanique, lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite,  $z$ , est mémorisée en tant que  $z_2^{max}$ . On peut alors calculer la valeur de  $R(z)$  pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 3.19,  $R_2^{max} = R(z_2^{max})$ . Durant la seconde séquence, la valeur de  $R(z)$  varie donc entre  $R_2^{max}$  et  $R_1^{min}$ . Pour que la forme du trajet en contrainte donnée par la fonction  $h(z)$  soit respectée, l'évolution de  $R(z)$  dépend de celle de  $\delta(z)$  (figure 3.31b). Lorsque le point B est atteint, la valeur de  $z$  est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que  $z_2^{min}$ . On peut, là aussi, calculer la valeur de  $R(z)$  pour ce point mémoire bas,  $R_2^{min} = R(z_2^{min})$ , qui dépendra de  $R_2^{max}$ . Pendant la dernière séquence, la valeur de  $R(z)$  varie alors entre  $R_2^{min}$  et  $R_2^{max}$ .

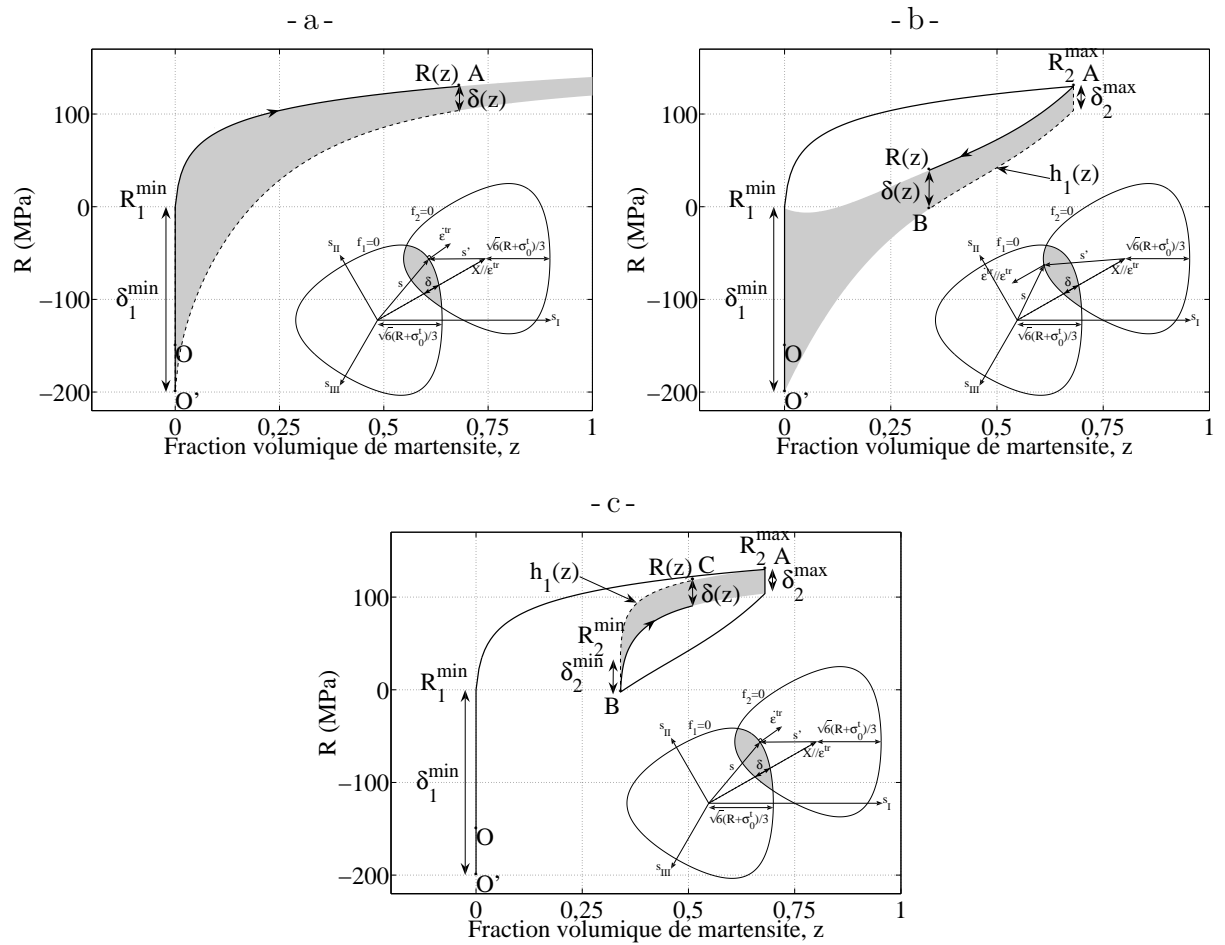


Figure 3.31 – Évolution de  $R(z)$  lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

Ces évolutions de  $R(z)$  et  $\delta(z)$  permettent donc de simuler correctement à la fois les chargements de super-élasticité et ceux d'effet mémoire assisté. Cependant, lors de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur une structure, toutes les parties de la structure ne seront pas forcément chargées. Celle-ci devrait donc normalement voir

un chargement d'effet mémoire simple qui fait intervenir la martensite auto-accommodée. Or nous n'avons pas pris en compte la présence de celle-ci.

Cela pose un souci car, pour une contrainte nulle ou faible par rapport à la valeur de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , le modèle ne fonctionne plus correctement lors d'un chargement d'effet mémoire assisté. En effet, lors de ces chargements, la baisse de température entraîne une diminution de la contrainte seuil de transformation et donc de la taille des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ . Si celle-ci devient inférieure à celle du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , on atteint une incohérence car le critère seuil de transformation inverse est violé alors même qu'il n'y a pas encore de martensite (figure 3.32).

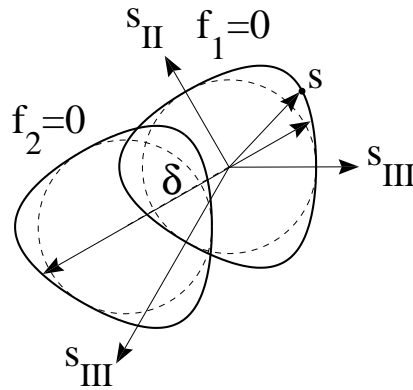


Figure 3.32 – Incohérence dans la position des critères de transformation au cours d'un chargement d'effet mémoire assisté sous faible contrainte.

Afin de résoudre ce problème et de simuler la présence de martensite auto-accommodée, nous limiterons la valeur minimale de la contrainte seuil de transformation,  $\sigma_0^t$ , à une valeur supérieure à celle de la taille caractéristique maximale du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta_1^{min}$ . Dans les zones où la contrainte est trop faible, la transformation ne se produit donc pas et il n'y a alors pas de déformation de transformation. Ce comportement est compatible avec l'apparition de martensite auto-accommodée sensée se produire pour ce type de chargement.

### 3.2.3 Chargement cyclique

Afin de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme soumis à un chargement d'effet mémoire assisté cyclique, il est nécessaire d'introduire une déformation résiduelle qui persiste à la fin de la transformation inverse. Mais comme cela a été montré sur les essais de chargement super-élastique avec flash thermique, la déformation résiduelle observée à la fin de la transformation inverse est majoritairement due à de la martensite bloquée. L'hypothèse prise pour le modèle développé dans le chapitre précédent (partie 2.2.4) est une transformation inverse incomplète à la fin de la décharge et la martensite résiduelle entraîne donc une déformation résiduelle. Cependant, lors des essais d'effet mémoire assisté cyclique, on observe aussi une déformation résiduelle qui évolue à chaque cycle (figure 3.19) alors que la transformation inverse est complète puisque la température de fin de transformation inverse,  $A^f$ , est dépassée. L'idée qui a alors été utilisée

est donc d'introduire de la martensite bloquée, c'est-à-dire qu'une partie de la martensite créée lors de la transformation directe ne retournera pas sous la forme d'austénite lors de la transformation inverse. Cette martensite bloquée entraîne donc une déformation de transformation bloquée, qui reste même lorsque la transformation inverse est terminée.

### 3.2.3.1 Déformation de transformation bloquée

Puisque cette martensite bloquée apparaît de la même manière que de la martensite classique, l'évolution de la déformation bloquée associée va suivre lors de la transformation directe la règle de normalité, comme pour la déformation de transformation :

$$\dot{\epsilon}^b = \frac{\gamma \dot{z}_b}{\mathbb{K}_\epsilon : \mathbb{K}_\sigma} \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} = \frac{\gamma \dot{z}_b}{\mathbb{K}_\epsilon : \mathbb{K}_\sigma} \mathbb{K}_\sigma \quad (3.24)$$

On peut remarquer que la déformation bloquée va évoluer lors de la transformation directe mais pas lors de la transformation inverse. En effet, la martensite bloquée apparaît lors de la transformation directe en même temps que la martensite orientée mais elle ne se re-transforme pas en austénite lors de la transformation inverse.

### 3.2.3.2 Évolution de la fraction volumique de martensite bloquée

De même que pour la détermination de l'évolution de  $\delta_1^{min}$  lors du développement de la version précédente du modèle (partie 2.2.4.2), l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée doit prendre en compte l'amplitude du chargement, mais aussi les changements d'amplitude.

On commence par déterminer l'évolution que doit avoir la fraction volumique de martensite bloquée,  $z_b$ , afin d'avoir une déformation résiduelle,  $\epsilon^b$ , qui corresponde à celle mesurée lors des essais de super-élasticité cyclique à amplitude de déformation constante. On caractérise l'amplitude du chargement à l'aide de la variation de fraction volumique introduite par rapport au dernier point mémoire :

$$\Delta z = \begin{cases} z - z_{n-1}^{min} & (\dot{z} > 0) \\ z_n^{max} - z & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.25)$$

Qui va servir de paramètre à un facteur,  $z_{b_{max}}$  :

$$z_{b_{max}} = AB^{\Delta z} \quad (3.26)$$

Où  $A$  et  $B$  sont des paramètres dépendant du matériau. Ce facteur intervient alors dans l'expression de la fraction volumique de martensite bloquée pour des chargements à amplitude de déformation constante,  $z_{b_{ac}}$  :

$$z_{b_{ac}} = 1 + z_{b_{max}} \ln(tr + tr_0) \quad (3.27)$$

Avec  $tr_0$  un paramètre dépendant du matériau.

Ensuite, pour prendre en compte les changements d'amplitude au cours d'un chargement, on fait évoluer la fraction volumique de martensite bloquée,  $z_b$ , (et donc la déformation de transformation bloquée,  $\epsilon^b$ ) en fonction de la différence entre sa valeur actuelle et celle qu'elle aurait eue si le chargement était à amplitude constante,  $z_{b_{ac}}$  :

$$z_{b_{av}} = z_{b_{max}} e^{\frac{z_{b_{ac}} - z_b}{C}} \quad (3.28)$$

$$\dot{z}_b = \begin{cases} \frac{z_{b_{av}}}{tr + tr_0} \dot{tr} & (\dot{z} > 0) \\ 0 & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.29)$$

On peut remarquer que la fraction volumique de martensite bloquée va évoluer lors de la transformation directe mais pas lors de la transformation inverse. En effet, la martensite bloquée apparaît lors de la transformation directe en même temps que la martensite orientée mais elle ne se re-transforme pas en austénite lors de la transformation inverse.

Il faut cependant faire attention à ce que la martensite bloquée n'influence pas le comportement des points mémoire. En effet, si la fraction volumique de martensite bloquée dépasse la valeur de fraction volumique d'un point mémoire, alors ce point mémoire ne sera plus « accessible » et risque de perturber le fonctionnement du modèle. Afin de régler ce problème nous introduisons donc un décalage des points mémoire proportionnellement à l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée par rapport à la fraction volumique de martensite maximale qui vaut 1 (figure 3.33) :

$$\begin{aligned} \dot{z}_n^{min} &= \frac{1 - z_n^{min}}{1 - z_b} \dot{z}_b \\ \dot{z}_n^{max} &= \frac{1 - z_n^{max}}{1 - z_b} \dot{z}_b \end{aligned} \quad (3.30)$$

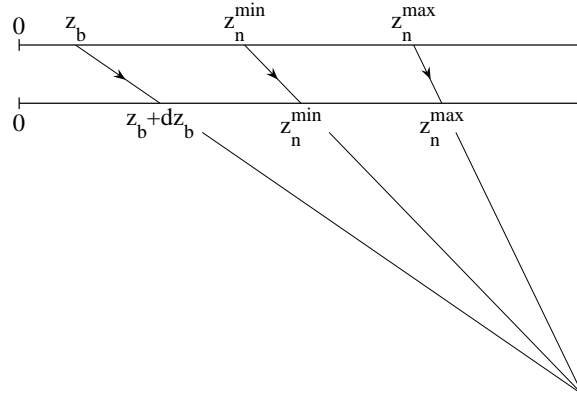


Figure 3.33 – Évolution des points mémoire lors de l'apparition de martensite bloquée.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement macroscopique des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement de super-élasticité multiaxiale non-proportionnelle cyclique ainsi que sous chargement d'effet mémoire assisté cyclique tout en prenant en compte les différentes caractéristiques observées lors des essais : linéarité entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation, dissymétrie traction-compression, effet point mémoire et déformation résiduelle due à de la martensite bloquée. Dans la partie suivante, nous allons identifier les paramètres du modèle à partir de certains des essais réalisés dans les parties 3.1.3 et 3.1.4, puis valider le comportement du modèle en le comparant à d'autres résultats expérimentaux.

### 3.3 Identification et validation du modèle

Cette partie concerne la validation du modèle modifié présenté dans la partie précédente. Nous allons présenter tout d'abord l'identification des paramètres dépendant du matériau réalisée à partir des essais de traction. Puis les simulations des essais de traction non utilisées lors de cette identification et des essais d'effet mémoire assisté serviront à montrer que le modèle fonctionne correctement pour une grande diversité d'essais.

#### 3.3.1 Identification des paramètres du matériau

Treize paramètres dépendant du matériau ont été introduits dans les équations constitutives du modèle développé. Comme pour la première version du modèle, huit d'entre eux ( $E$ ,  $\mu$ ,  $T_0$ ,  $\gamma$ ,  $p$ ,  $\delta_1^{\min} = \delta_1^{\max}$ ,  $\delta_0$  et  $R_1^{\max}$ ) sont directement identifiés à partir de la courbe du résultat d'un essai de traction uniaxiale simple (figure 3.34). Le paramètre  $a$  caractérisant la dissymétrie traction-compression peut être identifié à partir d'un essai de traction-compression. Le reste des paramètres ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $tr_0$ ) est identifié en utilisant les quatre essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante, ainsi que l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Donc, parmi les treize paramètres, huit s'identifient directement sur une courbe d'un essai de traction-compression et seuls quatre sont à identifier à partir d'essais cycliques.

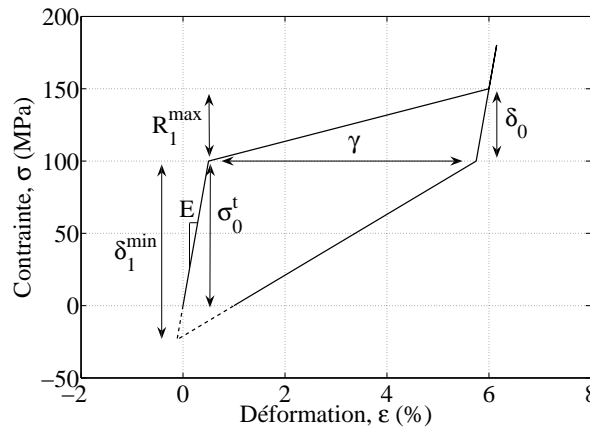


Figure 3.34 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple.

Les tableaux 3.2 et 3.3 montrent les valeurs des paramètres permettant respectivement la description d'un cycle de chargement et du comportement cyclique. Ces valeurs ont été identifiées à partir des essais effectués sur l'Alliage à Mémoire de Forme utilisé dont les résultats sont présentés dans la partie 3.1.

##### 3.3.1.1 Chargement de traction cyclique simple

La figure 3.35 montre les résultats des premières simulations utilisées pour faire l'identification des paramètres du modèle. Il s'agit des simulations de chargement de traction cyclique à amplitude constante, dont les résultats concordent bien avec ceux des essais

$E$	$\mu$	$T_0$	$a$	$\gamma$
62 GPa	3 MPa.°C <sup>-1</sup>	28,7°C	0,7	0,0585
$p$	$\delta_1^{max}$	$\delta_0$	$R_1^{max}$	
10 <sup>-15</sup>	185 MPa	15 MPa	330 MPa	

Tableau 3.2 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxiale simple pour le Cu-Al-Be2 à 80°C.

$A$	$B$	$C$	$tr_0$
0,0057	7,05	0,904	0,123

Tableau 3.3 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be2 à 80°C.

correspondants. On peut cependant remarquer une différence au niveau du point haut du cyclage. En effet, les essais cycliques sont réalisés à déformation maximale imposée et avec une décharge à contrainte nulle. Mais pour des raisons de simplicité, la simulation des essais cycliques a été réalisée avec un pilotage en contrainte pour imposer facilement la contrainte nulle à la décharge et donc le cyclage a été réalisé à contrainte maximale imposée. Lors des essais, on observe donc une variation de la contrainte maximale au cours du cyclage et sur les résultats des simulations, on observe une variation de la déformation maximale. Cette différence reste cependant faible.

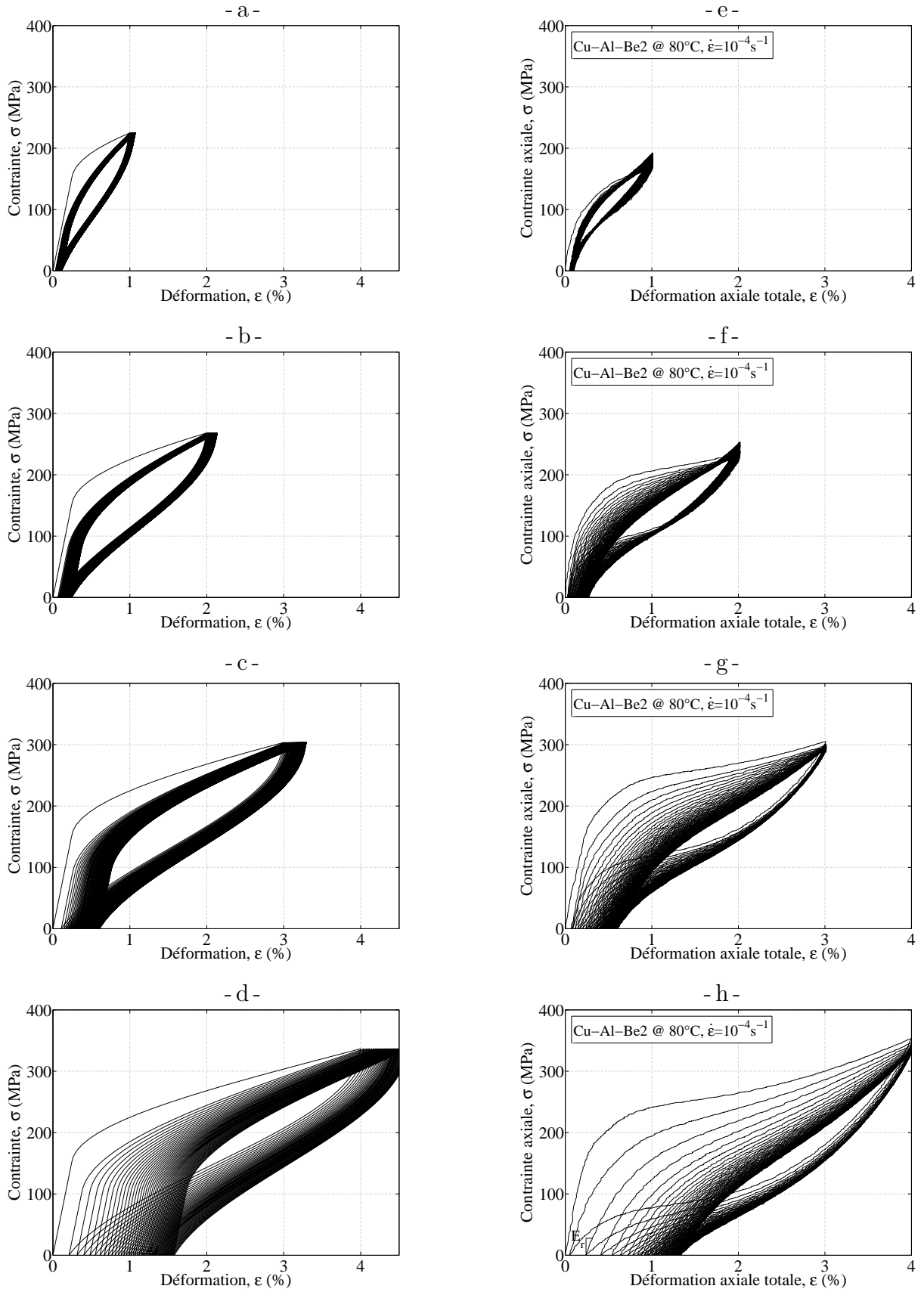


Figure 3.35 – Comparaison entre : a) à d) la simulation de chargements de traction cyclique à amplitude constante, et e) à h) les résultats des essais correspondants.



La figure 3.36 montre les évolutions de la déformation résiduelle au cours du cyclage pour ces simulations, comparées à celles des essais correspondants. On observe une bonne correspondance entre les deux séries de courbes.

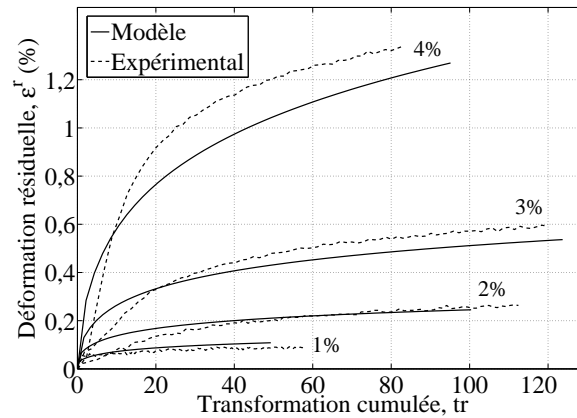


Figure 3.36 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais cycliques à amplitudes constantes et celle lors des simulations correspondantes.

L'évolution de la pente à la recharge n'évolue pas au cours du chargement comme cela a été observé lors des essais. Par contre, la figure 3.37a montre que la contrainte seuil de transformation diminue lors du second cycle puis reste constante pour les cycles suivants, alors que l'on observe une diminution progressive de cette contrainte seuil de transformation lors des essais (figure 3.37b). On peut aussi noter que l'influence de l'amplitude sur la valeur à saturation ne correspond pas. Cette différence s'explique par le décalage des points mémoire qui entraîne que les boucles internes créées à chaque cycle ne se referment pas à la fin de la charge.

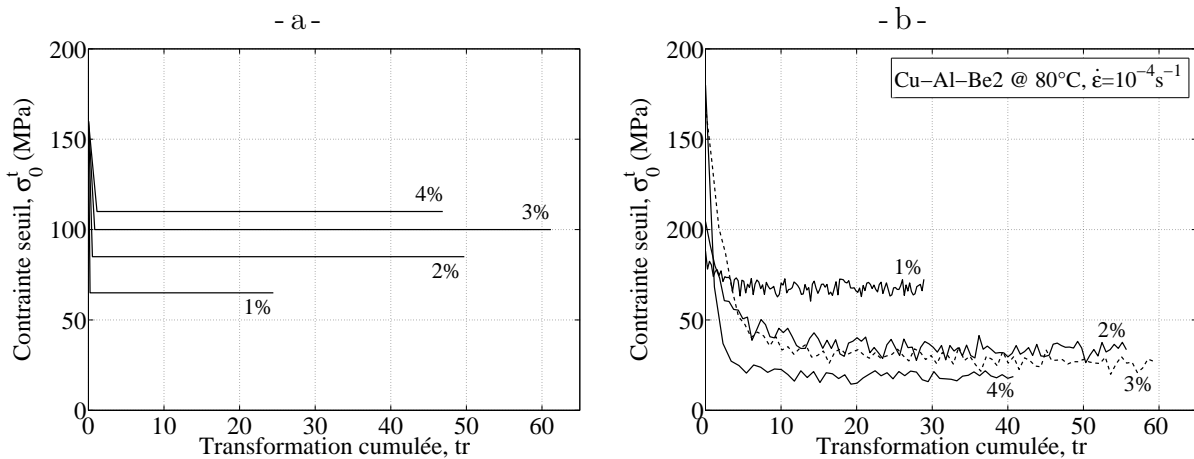


Figure 3.37 – Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction du nombre de cycles lors : a) des simulations des essais de traction cyclique à amplitude constante, et b) des essais correspondants.

### 3.3.1.2 Chargement cyclique « complexe »

Le second essai utilisé pour identifier les paramètres du modèle est l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. La figure 3.38 montre le résultat de la simulation comparé à celui de l'essai correspondant. On observe que le point mémoire haut pour les deux séries de cycles à 2 % d'amplitude de déformation, ainsi que celui pour les cycles à 4 %, sont bien respectés comme lors des essais.

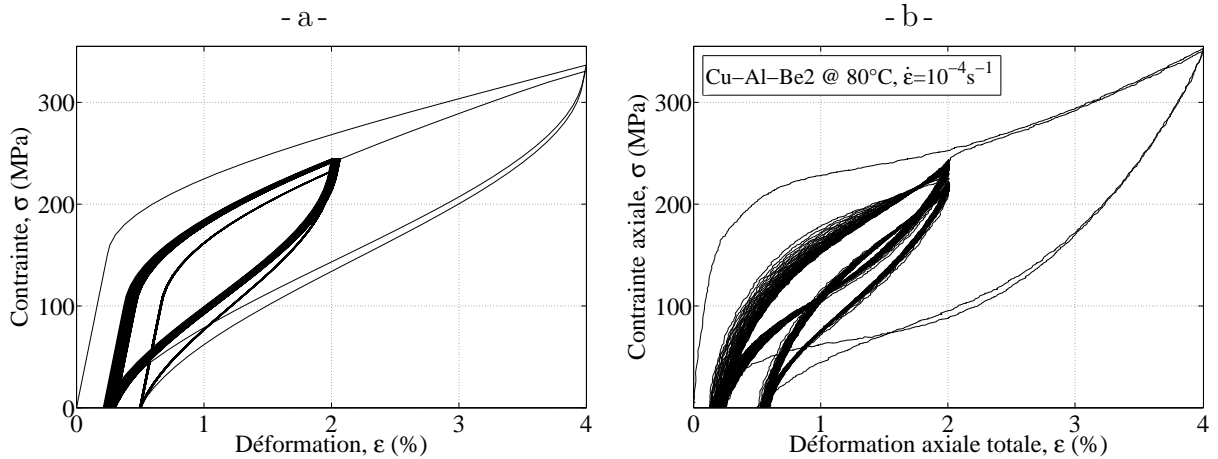


Figure 3.38 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées, et b) le résultat de l'essai correspondant.

La figure 3.39 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage de cette simulation, comparée à celle de l'essai correspondant. On peut remarquer que l'évolution de la déformation résiduelle au cours des cycles à 2 % d'amplitude de déformation et que le saut de déformation résiduelle réalisé au cours du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, correspondent relativement bien avec ceux observés lors de l'essai.

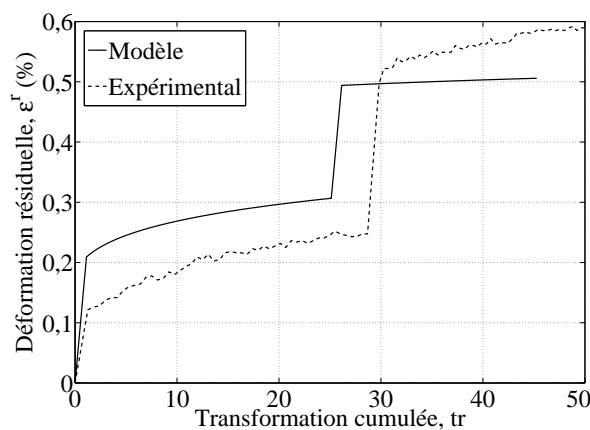


Figure 3.39 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante.

La forme des courbes contrainte-déformation obtenue lors des simulations correspond bien à celle observée lors des essais. L'évolution de la déformation résiduelle aussi concorde bien avec celle des résultats expérimentaux. L'identification est donc correcte et le modèle doit ensuite être validé en comparant ses prédictions avec les résultats d'autres essais.

### 3.3.2 Validation du comportement

Une fois les paramètres dépendant du matériau identifiés avec les quelques essais nécessaires, les autres essais réalisés ont été utilisés afin de valider quantitativement le modèle en dehors du cadre de l'identification notamment pour des chargements d'effet mémoire assisté avec points mémoire ou cyclique. Ensuite, les résultats d'autres simulations ont été comparés à des résultats d'essais donnés dans la littérature afin de valider qualitativement le comportement du modèle pour des chargements plus complexes que de la traction simple, tels que la traction-compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

#### 3.3.2.1 Validation quantitative

Les simulations présentées dans cette partie permettent de comparer les valeurs obtenues lors de la simulation d'essais avec les résultats des essais réalisés sur le même matériau que celui utilisé lors de l'identification. Ils permettent donc de réaliser une validation quantitative du modèle et de l'identification des paramètres dépendant du matériau.

##### 3.3.2.1.1 Chargement cyclique « complexe »

Nous avons donc aussi simulé l'autre chargement cyclique « complexe » réalisé lors des essais (partie 3.1.3.3) et qui n'a pas été utilisé lors de l'identification. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation du chargement à chaque cycle. Le résultat de la simulation concorde bien avec celui de l'essai correspondant (figure 3.40).

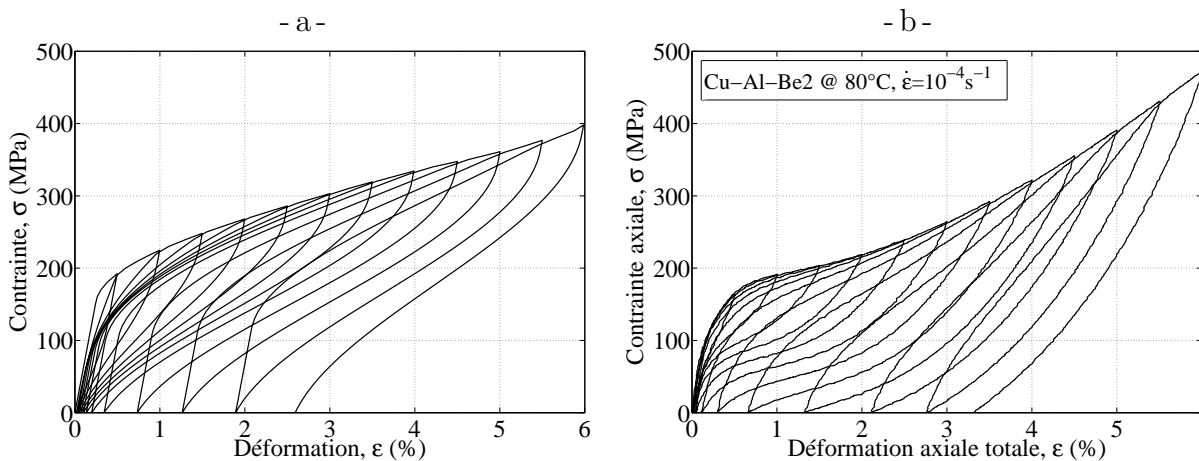


Figure 3.40 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante, et b) le résultat de l'essai correspondant.

La figure 3.41 montre que l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation concorde bien avec celle observée lors des essais malgré la particularité de cet essai. En effet, pour cet essai la déformation résiduelle ne sature pas car l'amplitude augmente à chaque cycle et ce comportement se retrouve aussi lors de la simulation.

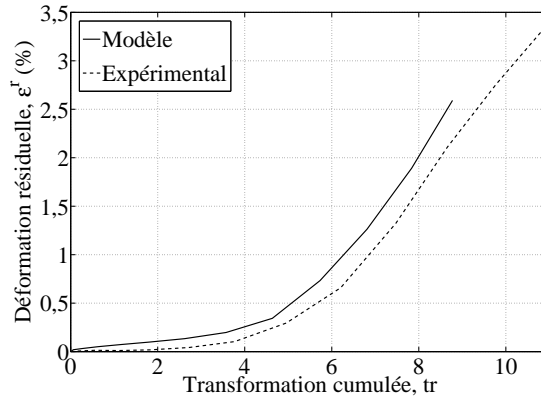


Figure 3.41 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante.

#### 3.3.2.1.2 Chargement thermo-mécanique avec points mémoire

Nous avons vérifié que l'effet point mémoire est également respecté lors de la simulation d'essais d'effet mémoire assisté. La figure 3.42 montre la comparaison entre le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté présenté dans la partie 3.1.4.2 avec celui de la simulation du chargement correspondant. On observe que l'effet point mémoire est bien respecté.

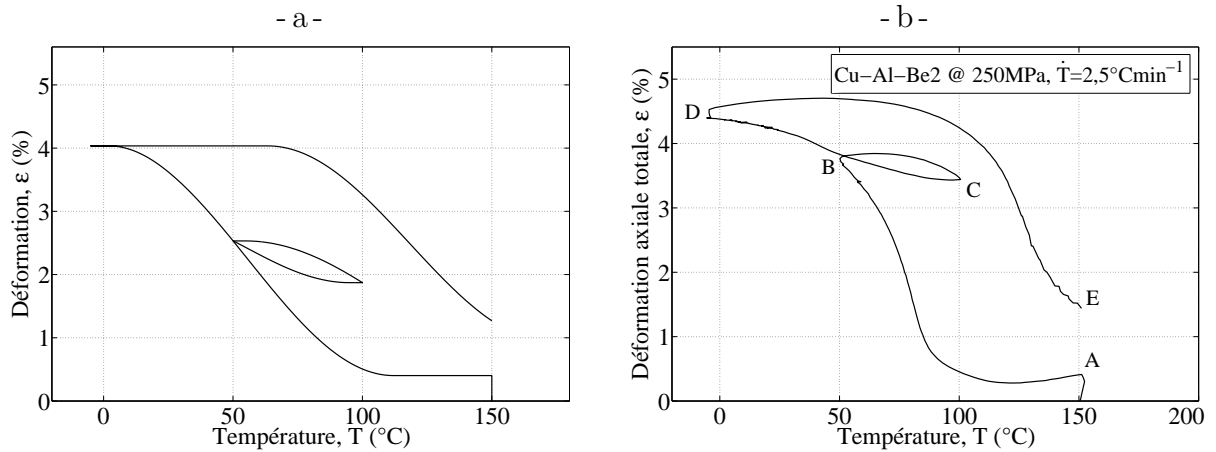


Figure 3.42 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement d'effet mémoire assisté avec point mémoire, et b) le résultat de l'essai correspondant.

### 3.3.2.1.3 Chargement thermo-mécanique cyclique

Nous avons ensuite simulé l'essai d'effet mémoire assisté cyclique réalisé dans la partie 3.1.4.3. La figure 3.43 montre la comparaison entre le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique avec celui de la simulation du chargement correspondant. On observe que l'apparition de la déformation résiduelle se produit aussi bien à haute qu'à basse température, alors qu'il n'y a pas d'ingrédient spécifique prévu pour cela dans la modélisation. La déformation résiduelle à basse température, provient en effet uniquement du décalage des points mémoire avec l'apparition de la martensite bloquée.

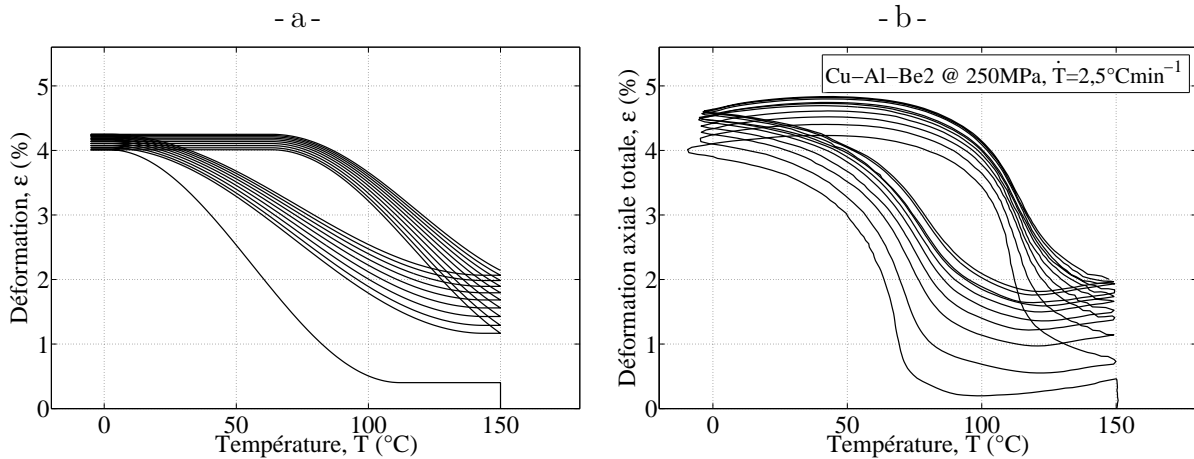


Figure 3.43 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement d'effet mémoire assisté cyclique, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 3.44 montre que l'évolution des déformations résiduelles à basse et à haute températures lors de la simulation concorde très bien avec celles observées lors des essais.

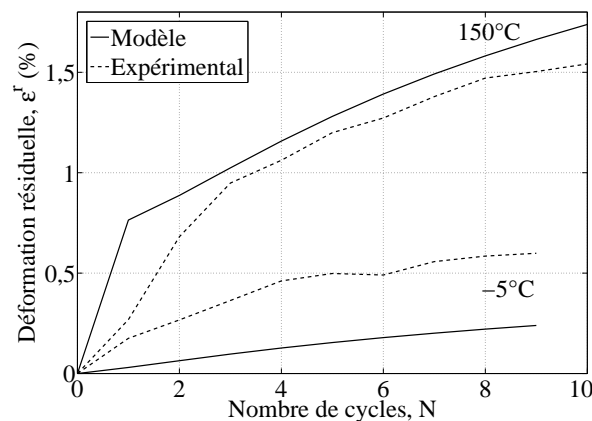


Figure 3.44 – Comparaison entre l'évolution des déformations résiduelles à basse et haute températures en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique et celles lors de la simulation correspondante.

### 3.3.2.2 Validation qualitative

Les essais réalisés étant uniquement des essais de traction ou d'effet mémoire assisté, ils ne permettent pas de vérifier tous les aspects du comportement du modèle qui a été écrit pour des chargements 3D. Dans cette partie, nous utilisons donc des résultats d'essais disponibles dans la littérature pour les comparer qualitativement avec les résultats de simulations de chargements similaires. Les chargements qui seront testés seront un chargement de traction-compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Enfin le comportement du modèle pour un jeu de paramètres matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti sera aussi simulé.

#### 3.3.2.2.1 Chargement de traction-compression

Nous avons tout d'abord simulé un chargement de traction-compression uniaxiale. La figure 3.45 montre le résultat de cette simulation qui peut être comparé au résultat de l'essai réalisé par Montecinos *et al.* (2006) (figure 3.46).

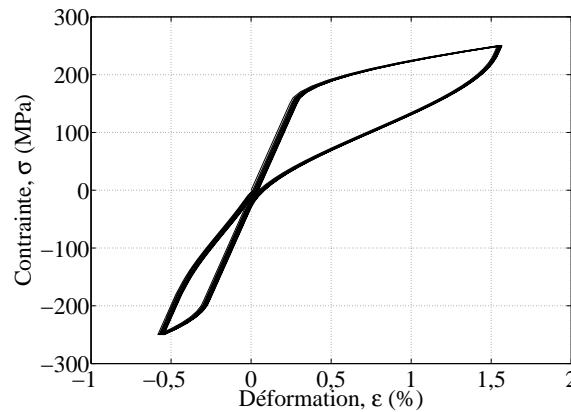


Figure 3.45 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.

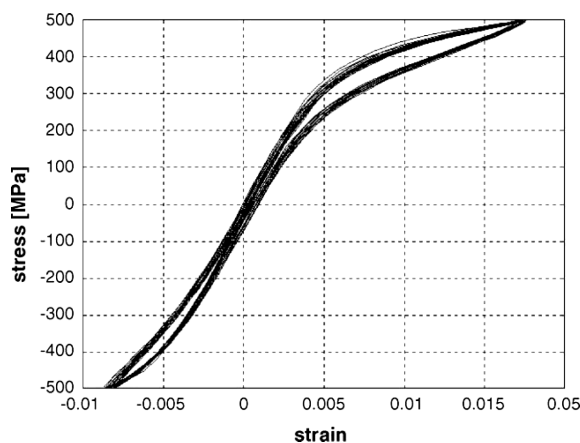


Figure 3.46 – Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos *et al.* (2006).

On observe que la forme des courbes est assez similaire pour les deux résultats : la dissymétrie traction-compression est respectée et l'effet du chargement cyclique n'influence pas beaucoup le comportement car la déformation résiduelle n'évolue presque pas au cours du chargement.

#### 3.3.2.2.2 Chargement multiaxial non-proportionnel

Pour élargir la validation, nous avons ensuite simulé le comportement de l'Alliage à Mémoire de Forme soumis à des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Le premier consiste à appliquer un trajet de chargement carré dans le plan des contraintes (figure 3.48a).

La figure 3.47 montre la taille et la position des critères de transformation au cours de la simulation de cet essai multiaxial non-proportionnel :

- Entre les points O et A, le matériau est purement austénitique, le comportement est donc l'élasticité de l'austénite.
- Entre les points A et B, la transformation directe se produit et les critères de transformation grossissent pour suivre la contrainte imposée.
- Entre les points B et C, à cause du changement de direction dans le chargement, la contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation. Le comportement est donc l'élasticité du matériau biphasé.
- Entre les points C et D puis D et E, les deux critères de transformation sont atteints simultanément. La réorientation de la martensite se produit et la position du centre du critère de transformation inverse (déterminé par la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ ) évolue alors.
- Entre les points E et F, la transformation inverse se produit et la taille des critères de transformation diminue.

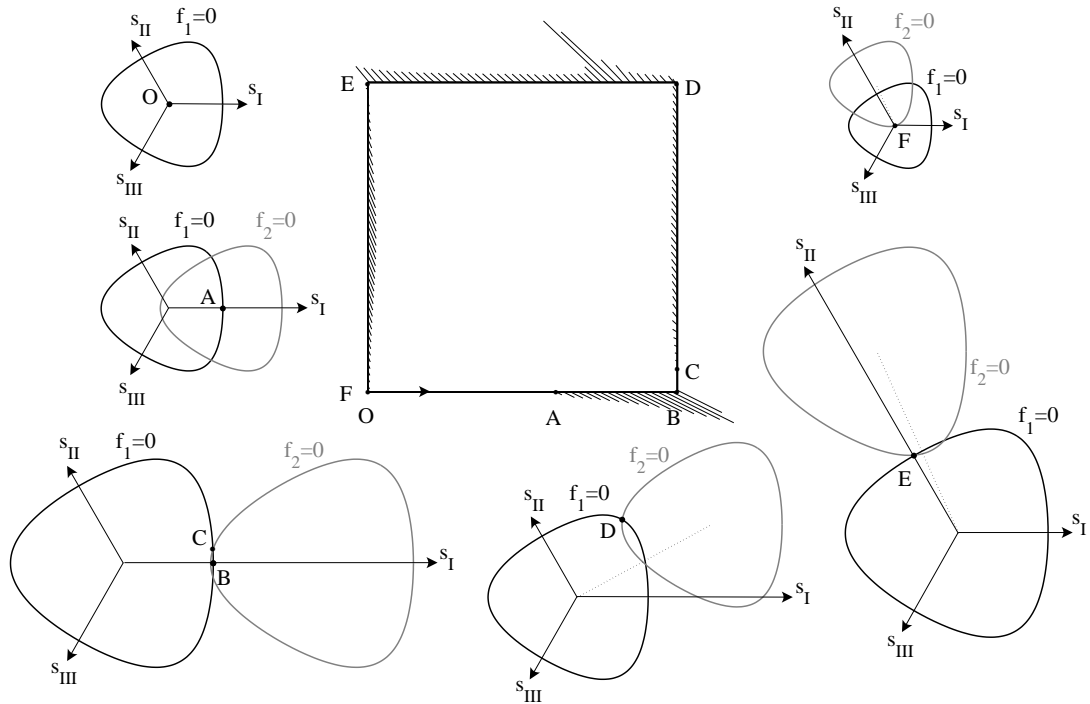


Figure 3.47 – Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré.

La figure 3.48 montre le résultat de la simulation de ce chargement réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 3.48b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 3.48c et 3.48d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figures 3.49 et 3.51). On observe une forte similarité dans les formes des courbes.

De la même manière, la figure 3.50 montre le résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel en forme de triangle réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 3.50b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 3.50c et 3.50d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figures 3.51 et 3.51). On observe, là aussi, une forte similarité dans les formes des courbes.

Le modèle permet donc de simuler correctement les chargements super-élastiques multiaxiaux non-proportionnels cycliques, mais il serait préférable de réaliser des essais multiaxiaux cycliques afin de pouvoir valider quantitativement le comportement du modèle pour ce type de chargement.



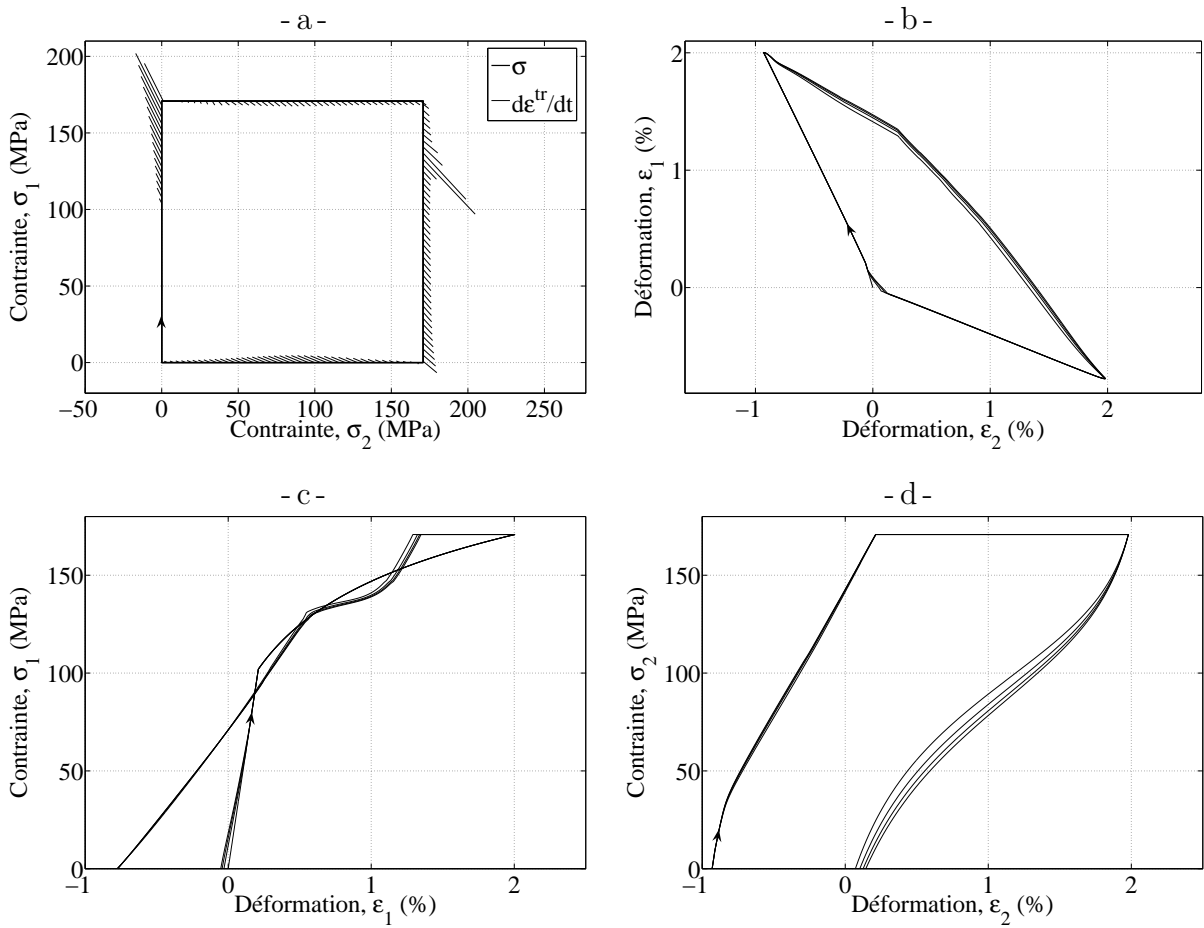


Figure 3.48 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

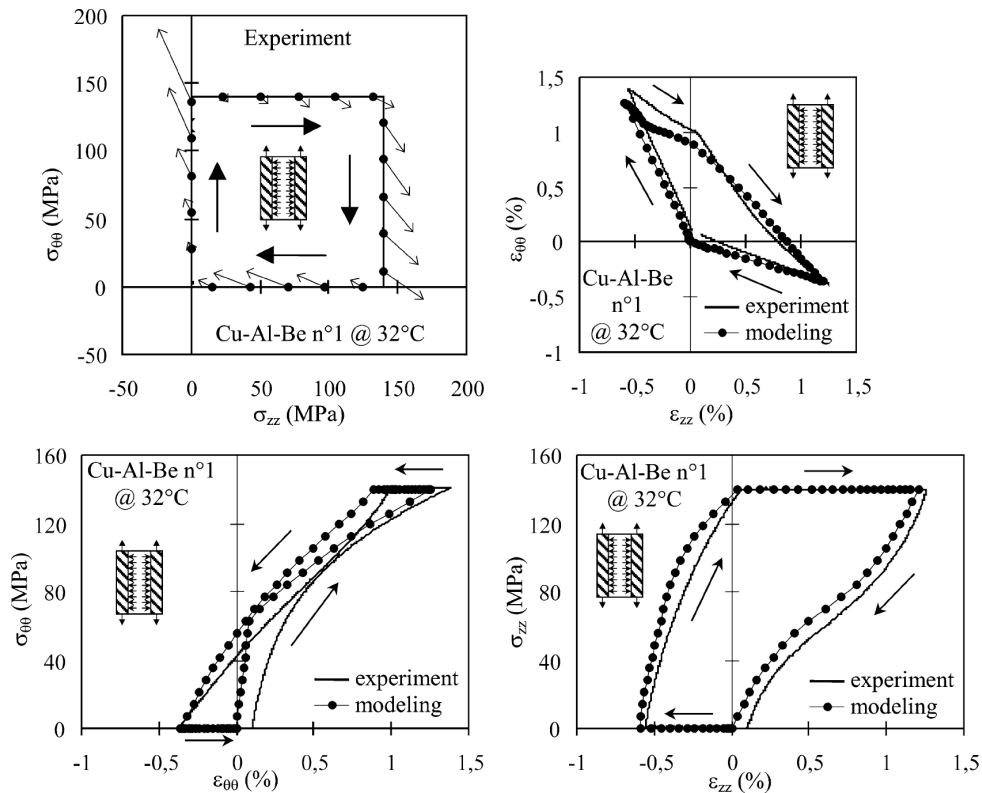


Figure 3.49 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet *et al.* (2002).

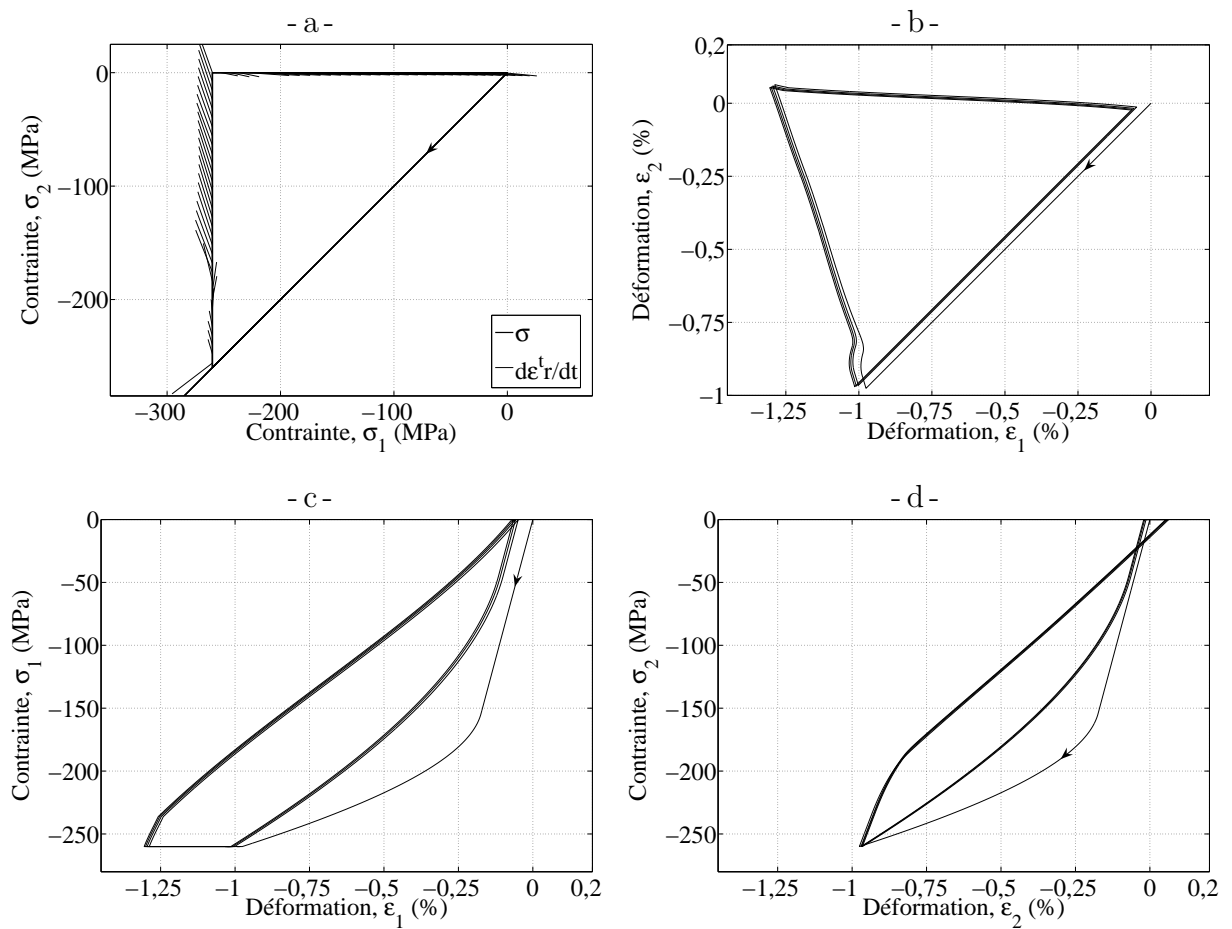


Figure 3.50 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

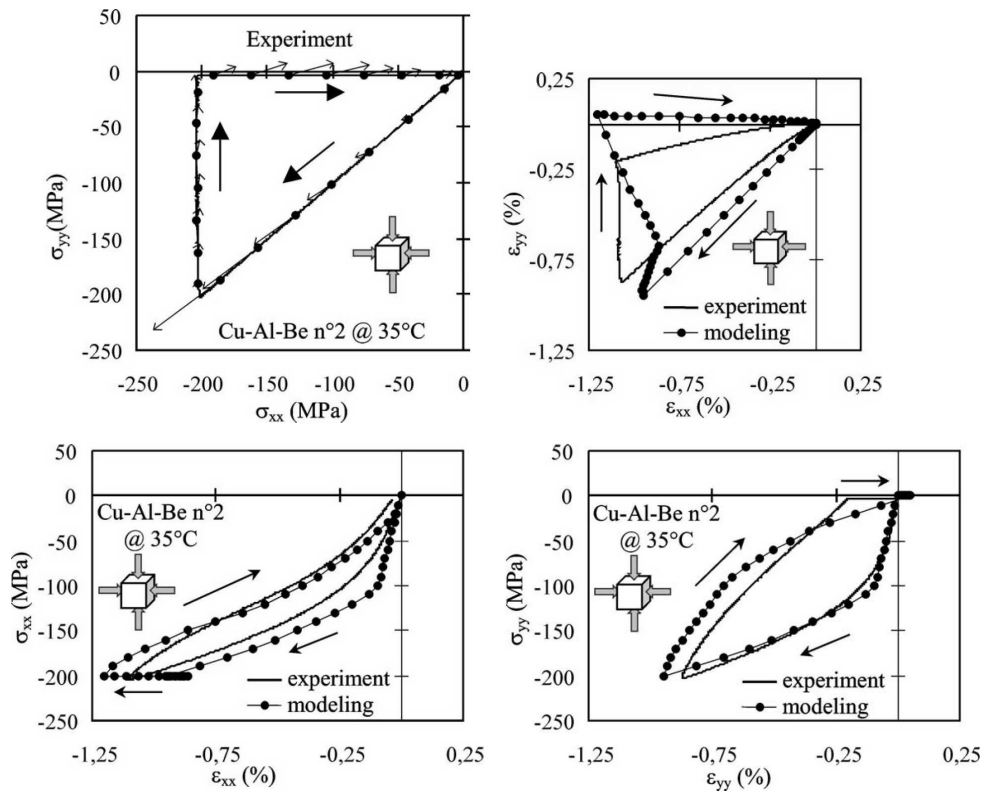


Figure 3.51 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet *et al.* (2002).

### 3.3.2.2.3 Chargement de traction cyclique sur Ni-Ti

Afin de vérifier que le modèle peut être adapté aux différents types d'Alliage à Mémoire de Forme, nous avons simulé un chargement de traction cyclique avec des paramètres dépendant du matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti. La figure 3.52 montre le résultat de la simulation que l'on peut comparer avec le résultat d'un essai réalisé par Lagoudas et Entchev (2004) (figure 3.53). On remarque que la baisse de la contrainte seuil de transformation n'est pas simulée lorsque la transformation inverse est complète. Les paramètres matériaux utilisés pour cette simulation sont donnés dans le tableau 3.4.

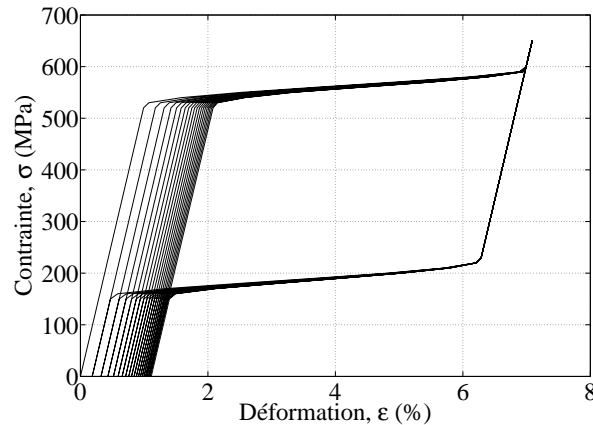


Figure 3.52 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique avec des paramètres dépendant du matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti.

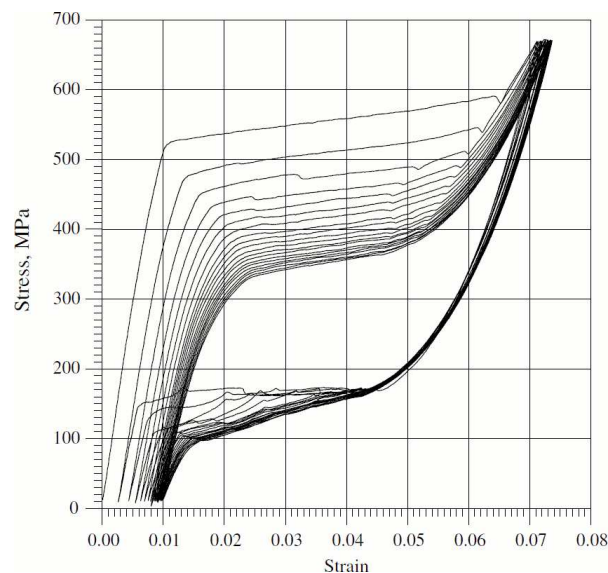


Figure 3.53 – Résultat d'un essai de traction cyclique sur un Ni-Ti par Lagoudas et Entchev (2004).

$E$	$\mu$	$T_0$	$a$	$\gamma$	$p$	$\delta_1^{max}$
52,5 GPa	7 MPa.°C <sup>-1</sup>	-95 °C	0,7	0,0585	10 <sup>-15</sup>	375 MPa
$\delta_0$	$R_1^{max}$	$A$	$B$	$C$	$tr_0$	
375 MPa	75 MPa	0,0007	5,02	0,0637	1,047	

Tableau 3.4 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité utilisés pour simuler un chargement sur un alliage de Ni-Ti.

### 3.4 Conclusion

En conclusion, nous avons construit une large base d'essais de traction cyclique complétée par des essais d'effet mémoire assisté. Elle permet de montrer les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour les chargements de traction cyclique, telles que l'effet point mémoire, l'apparition de la déformation résiduelle dont l'évolution dépend de l'amplitude du chargement mais aussi de la variation de cette amplitude, la baisse de la pente à la recharge et la baisse de la contrainte seuil de transformation. Mais également les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour les chargements d'effet mémoire assisté cyclique dans lesquelles on retrouve l'effet point mémoire et l'apparition de la déformation résiduelle à basse et haute températures.

Puisque l'hypothèse prise pour simuler l'apparition de la déformation résiduelle lors de chargements cycliques pour le modèle présenté dans le chapitre 2 ne permet pas de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement d'effet mémoire assisté cyclique, nous avons donc adopté une nouvelle stratégie basée sur l'apparition de martensite bloquée.

Le modèle se base donc sur celui développé précédemment sans la prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques. Il a d'abord été modifié afin de permettre la simulation des chargements d'effet mémoire assisté en introduisant l'influence de la température sur la contrainte seuil de transformation. Puis des modifications sur la cinétique d'évolution de la taille des surfaces seuils,  $R(z)$ , et l'évolution de la taille du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , ont été apportées afin de mieux simuler les comportements sous chargement d'effet mémoire assisté. Enfin la martensite bloquée a été introduite dans le modèle. Elle permet de faire apparaître une déformation résiduelle qui évolue en fonction de l'amplitude du chargement et de la transformation cumulée,  $tr$ , à la fois pour les chargements de super-élasticité et pour ceux d'effet mémoire assisté.

Finalement, les paramètres du modèle ont été identifiés à l'aide d'une partie des essais réalisés. Le reste des essais et certains essais donnés dans la littérature ont été utilisés pour valider quantitativement et qualitativement le comportement du modèle pour différents types de chargement dont des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques et un chargement de super-élasticité cyclique sur un alliage en Ni-Ti.

Ce modèle présente des avantages par rapport aux modèles proposés dans la littérature qui ont été présentés dans la partie 1.2 et dont un résumé est donné dans le tableau 3.5 :

- Prise en compte de la dissymétrie traction-compression.
- Prise en compte de l'effet point mémoire.
- Prise en compte de la baisse de la contrainte seuil de transformation.
- Modèle permettant la simulation de chargements de super-élasticité et d'effet mémoire assisté cycliques.
- Modèle développé en 3D et permettant de simuler la réorientation de la martensite lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.
- Prise en compte de l'effet de cyclage dû à de la martensite bloquée comme l'ont montré les résultats expérimentaux.
- Treize paramètres dépendant du matériau dont seulement quatre nécessitent une identification à partir d'essais cycliques.
- Nombre de variables internes relativement faible.

Nous allons donc par la suite expliquer l'intégration numérique du modèle qui a été réalisée dans le code de calcul par éléments finis Cast3M et donner les résultats de simulations de chargements de super-élasticité et d'effet mémoire assisté cycliques sur des structures en Alliage à Mémoire de Forme.

Modèle	Lagoudas	Auricchio	Zaki & Moumni	Excellent	Modèle proposé
Matériaux	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al	Cu-Al-Be, Ni-Ti
Chargement de super-élasticité	oui	oui	oui	oui	oui
Chargement thermo-mécanique	oui	non	oui	oui	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui	oui	oui	oui	non
Dissymétrie traction-compression	non	non	non	non	oui
Chargement multiaxial non-proportionnel	non	oui	oui	non	oui
Effet point mémoire	oui	non	non	non	oui
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui	oui	oui	oui	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée	- déformation plastique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle	- fraction volumique cumulée - fraction volumique de martensite bloquée

Tableau 3.5 – Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.

# Chapitre 4

## Simulations de structures en Alliage à Mémoire de Forme sous chargement cyclique

*La science ne sert guère qu'à nous donner une idée de l'étendue de notre ignorance.*

Félicité de Lamennais (1782–1854)

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Intégration numérique du modèle proposé . . . . .</b>	<b>150</b>
4.1.1	Comportement global du modèle . . . . .	150
4.1.2	Transformation directe . . . . .	152
4.1.3	Transformation inverse . . . . .	154
4.1.4	Mécanisme de réorientation . . . . .	154
4.1.5	Méthode du <i>return-mapping</i> . . . . .	156
<b>4.2</b>	<b>Validation de l'intégration numérique . . . . .</b>	<b>159</b>
4.2.1	Sur un point d'intégration . . . . .	159
4.2.2	Sur un élément de volume . . . . .	165
<b>4.3</b>	<b>Simulation de chargements sur structures . . . . .</b>	<b>168</b>
4.3.1	Chargements super-élastiques . . . . .	169
4.3.1.1	Ressort hélicoïdal . . . . .	169
4.3.1.2	Instrument endodontique . . . . .	173
4.3.2	Chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal . . . .	176
4.3.3	Actionneurs à ressorts antagonistes . . . . .	180
<b>4.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>187</b>

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter la mise en place d'un outil permettant de réaliser des calculs et du dimensionnement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements cycliques.

Dans la première partie, nous commencerons donc par décrire la méthode d'intégration numérique utilisée pour résoudre les équations du modèle présenté dans le chapitre précédent (partie 3.2). Dans la seconde partie, nous présenterons les résultats de l'implantation sous Matlab, dans le but de valider et de montrer les performances de l'intégration numérique. Ensuite, nous présenterons les résultats de l'implantation dans le logiciel de calcul par éléments finis Cast3M (Kichenin et Charras (2003)) afin de valider l'implantation qui sera utilisée lors des calculs. Enfin dans la dernière partie, nous montrerons les résultats des calculs sur des structures en Alliages à Mémoire de Forme.

## 4.1 Intégration numérique du modèle proposé

La présentation de l'intégration numérique se présente en cinq sections. Les quatre premières expliquent les méthodes utilisées pour décrire respectivement le comportement global, la transformation directe, la transformation inverse et la réorientation. Dans la cinquième partie, nous expliquons les détails du schéma d'intégration numérique utilisé : le *return-mapping*.

### 4.1.1 Comportement global du modèle

Pour chaque pas de calcul, le code de calcul par éléments finis Cast3M traduit les conditions aux limites et les conditions de chargement appliquées à la structure en incréments de déformation totale,  $\Delta\epsilon$ , au niveau de chaque point de Gauss des éléments. Le modèle utilisé en déduit la contrainte qui en découle, Cast3M corrige les incréments de déformation afin de vérifier l'équilibre de la structure et une autre itération du pas de calcul est alors réalisée.

En entrée du modèle, les données connues au début du pas sont donc le tenseur des contraintes,  $\sigma_0$ , la température imposée,  $T$ , et les valeurs des variables internes : le tenseur des déformations de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , le tenseur des déformations bloquées,  $\epsilon^b$ , les fractions volumiques de martensite totale,  $z$ , et bloquée,  $z^b$ , les fractions volumiques de martensite de chaque point mémoire,  $z_i^{max}$  ou  $z_i^{min}$ , le nombre de boucles ouvertes,  $n$ , et la transformation cumulée,  $tr$ .

La résolution des équations du modèle est décrite sur l'organigramme de la figure 4.1 :

1. Une prédiction élastique à partir de la contrainte en début de pas,  $\sigma_0$  et de l'incrément de déformation totale,  $\Delta\epsilon$ , imposé donne la contrainte supposée en fin de pas.
2. Les valeurs des critères de transformation directe et inverse sont calculées à partir de cette contrainte prédite.
3. Quatre cas peuvent alors se produire :



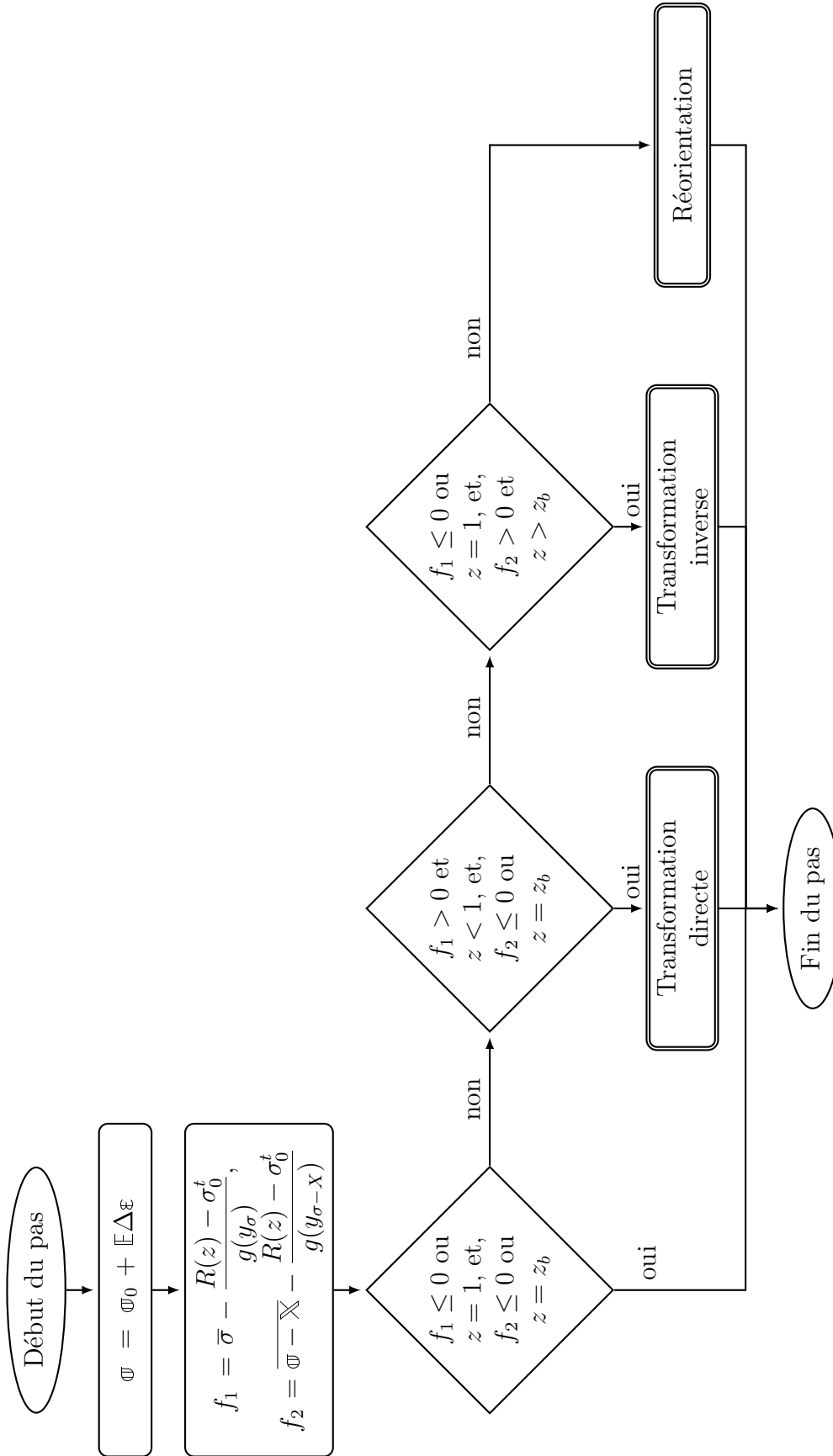


Figure 4.1 – Organigramme global de la méthode d'intégration numérique du modèle.

- (a) Si la contrainte est telle qu'aucun critère de transformation n'est positif, alors le comportement est bien élastique et le pas de calcul se termine.
- (b) Si seul le critère de transformation directe est dépassé et la fraction volumique de martensite inférieure à 1, la transformation directe se produit.
- (c) Si seul le critère de transformation inverse est dépassé et la fraction volumique de martensite supérieure à la fraction volumique de martensite bloquée, la transformation inverse se produit.
- (d) Si les deux critères de transformation directe et inverse sont dépassés et que la fraction volumique de martensite est comprise entre la fraction volumique de martensite bloquée et 1, le mécanisme de réorientation apparaît.

### 4.1.2 Transformation directe

Lors de la transformation directe, de la martensite va apparaître et va entraîner de la déformation de transformation qui va s'ajouter à l'incrément de déformation élastique calculé précédemment. Il faut donc corriger cet incrément de déformation élastique pour que l'incrément de déformation totale corresponde à l'incrément de déformation,  $\Delta\epsilon$ , demandé. La figure 4.2 montre l'organigramme de l'intégration numérique de la transformation directe. Elle consiste à suivre les étapes suivantes :

1. Si la dernière transformation ayant eu lieu est la transformation inverse, il faut alors rajouter un point mémoire haut,  $z_{n+1}^{max}$ , et incrémenter le nombre de boucles ouvertes,  $n$ .
2. Il faut ensuite estimer l'incrément de fraction volumique de martensite,  $dz$ , nécessaire à compenser le dépassement du critère seuil et l'incrément de fraction volumique de martensite bloquée,  $dz_b$ , qui correspond. La méthode utilisée pour calculer cet incrément est le *return-mapping* introduit par Ortiz et Simo (1986) et dont les détails sont donnés dans la partie 4.1.5. Elle permet d'obtenir la variation de fraction volumique de martensite,  $dz$ , nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation directe,  $f_1$ . On peut en déduire la nouvelle valeur de transformation cumulée,  $tr$ , et l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée,  $dz_b$ .
3. Il faut alors incrémenter la déformation de transformation,  $\epsilon^{tr}$ , et la déformation de transformation bloquée,  $\epsilon^b$ , en fonction des incréments de fraction volumique de martensite correspondant. Il faut aussi soustraire de la contrainte,  $\sigma$ , la partie de la déformation élastique qui est remplacée par de la déformation de transformation, puis re-calculer les valeurs de la taille caractéristique du domaine élastique,  $\delta(z)$ , et de la pseudo-variable d'écrouissage,  $R(z)$ .
4. Une fois l'incrément terminé, il reste à calculer la nouvelle valeur du critère de transformation directe,  $f_1$ .
5. Mais le calcul de la variation de fraction volumique de martensite,  $dz$ , lors du *return-mapping* est une estimation faite à partir d'un développement limité. La valeur du critère de transformation directe après correction n'est donc pas nulle. Il faut donc recommencer l'opération à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que la valeur absolue du critère de transformation directe,  $f_1$ , soit inférieure à une précision donnée, ou bien que toute l'austénite soit transformée en martensite ( $z = 1$ ).

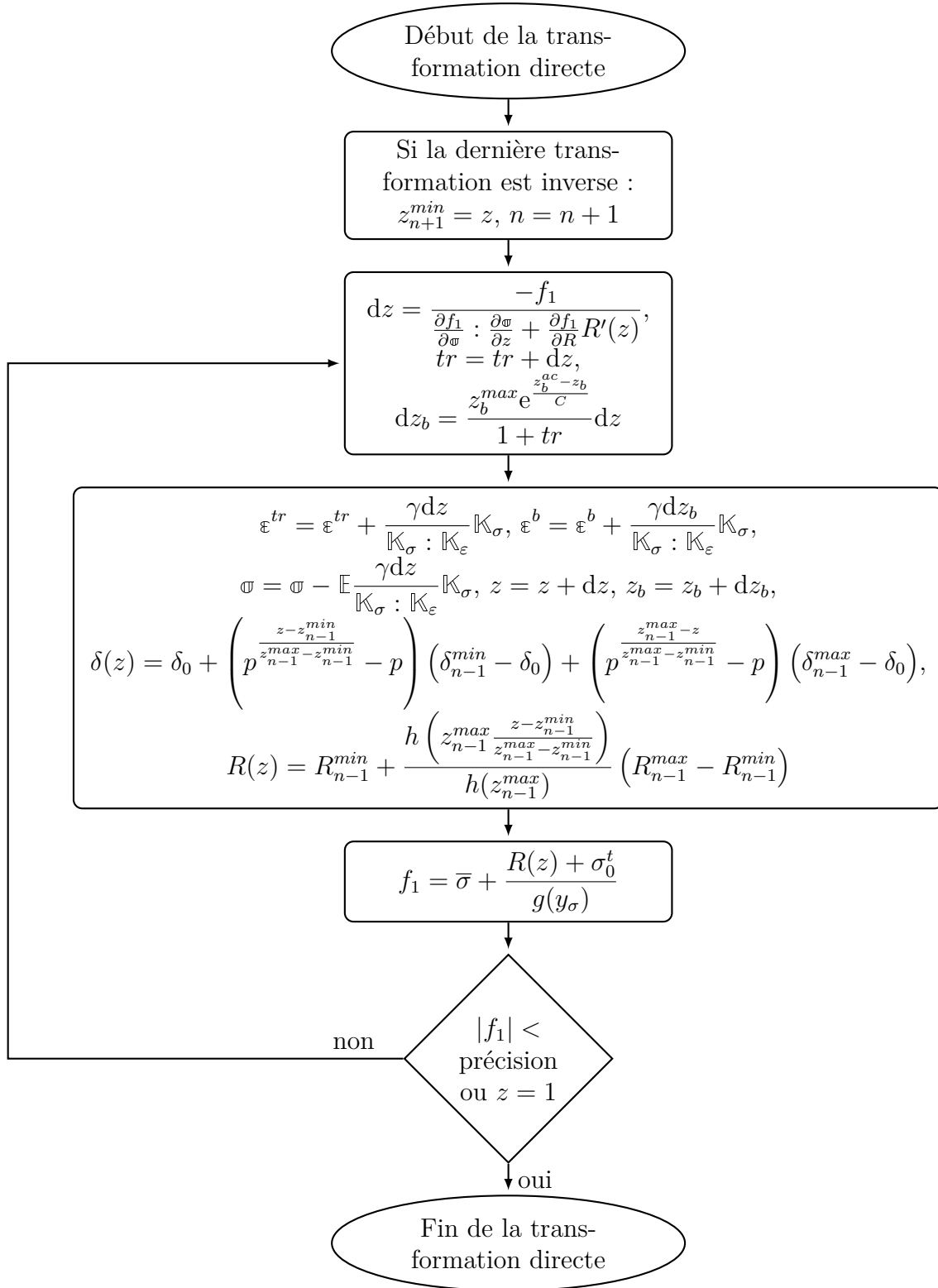


Figure 4.2 – Organigramme de l'intégration numérique de la transformation directe.

### 4.1.3 Transformation inverse

L'organigramme de l'intégration pour la transformation inverse est globalement identique à celui de la transformation directe (figure 4.3), mais quelques petites différences interviennent :

1. De la même manière qu'en transformation directe, si la dernière transformation ayant eu lieu est la transformation directe, il faut alors rajouter un point mémoire bas,  $z_{n+1}^{min}$ , mais il est inutile d'incrémenter le nombre de boucles ouvertes,  $n$ .
2. On utilise aussi le *return-mapping* pour estimer l'incrément de fraction volumique de martensite,  $dz$  (voir partie 4.1.5). Il permet d'obtenir la variation de fraction volumique de martensite,  $dz$ , nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation inverse,  $f_2$ . On peut en déduire la nouvelle valeur de transformation cumulée,  $tr$ . Lors de la transformation inverse, il n'y a pas de création de martensite bloquée, la fraction volumique de martensite bloquée,  $dz_b$ , n'évolue donc pas.
3. On diminue alors la déformation de transformation,  $\varepsilon^{tr}$  en fonction de l'incrément de fraction volumique de martensite,  $dz$ , calculé. Il faut aussi rajouter à la contrainte,  $\varpi$ , la partie de la déformation élastique qui remplace la déformation de transformation, puis re-calculer les valeurs de la pseudo-variable d'écrouissage,  $R(z)$ , et de la taille caractéristique du domaine élastique,  $\delta(z)$ .
4. Une fois l'incrément terminé, il reste à calculer la nouvelle valeur du critère de transformation inverse,  $f_2$ .
5. Enfin il faut recommencer l'opération à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que la valeur absolue du critère de transformation,  $f_2$ , soit inférieure à une précision donnée, ou bien que toute la martensite non bloquée soit re-transformée en austénite ( $z = z_b$ ).

### 4.1.4 Mécanisme de réorientation

La réorientation se produit lorsque les deux critères de transformation sont atteints en même temps. Ce cas se produit lors des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Pendant la réorientation, la direction de la déformation de transformation évolue mais la fraction volumique de martensite reste à peu près constante. Une méthode simple pour simuler ce comportement consiste à alterner transformation directe et transformation inverse : les variations de fraction volumique de martensite se compensent mais la direction de la déformation de transformation change. La figure 4.4 montre l'organigramme décrivant la procédure utilisée pour réaliser la réorientation :

1. On commence par vérifier quel est le critère de transformation le plus grand.
2. Puis on effectue alors la transformation qui correspond, afin d'annuler ce critère.
3. Enfin il faut recommencer l'opération à partir de l'étape 1 jusqu'à ce que les valeurs absolues des critères de transformation soient inférieures à une précision donnée.

Ce schéma d'intégration permet de réaliser la réorientation simplement. Mais le fait d'alterner successivement la transformation directe et la transformation inverse afin de converger vers la bonne solution engendre de nombreux points mémoire. Ceux-ci sont temporaires car ils disparaissent généralement le pas suivant, mais ils génèrent tout de même

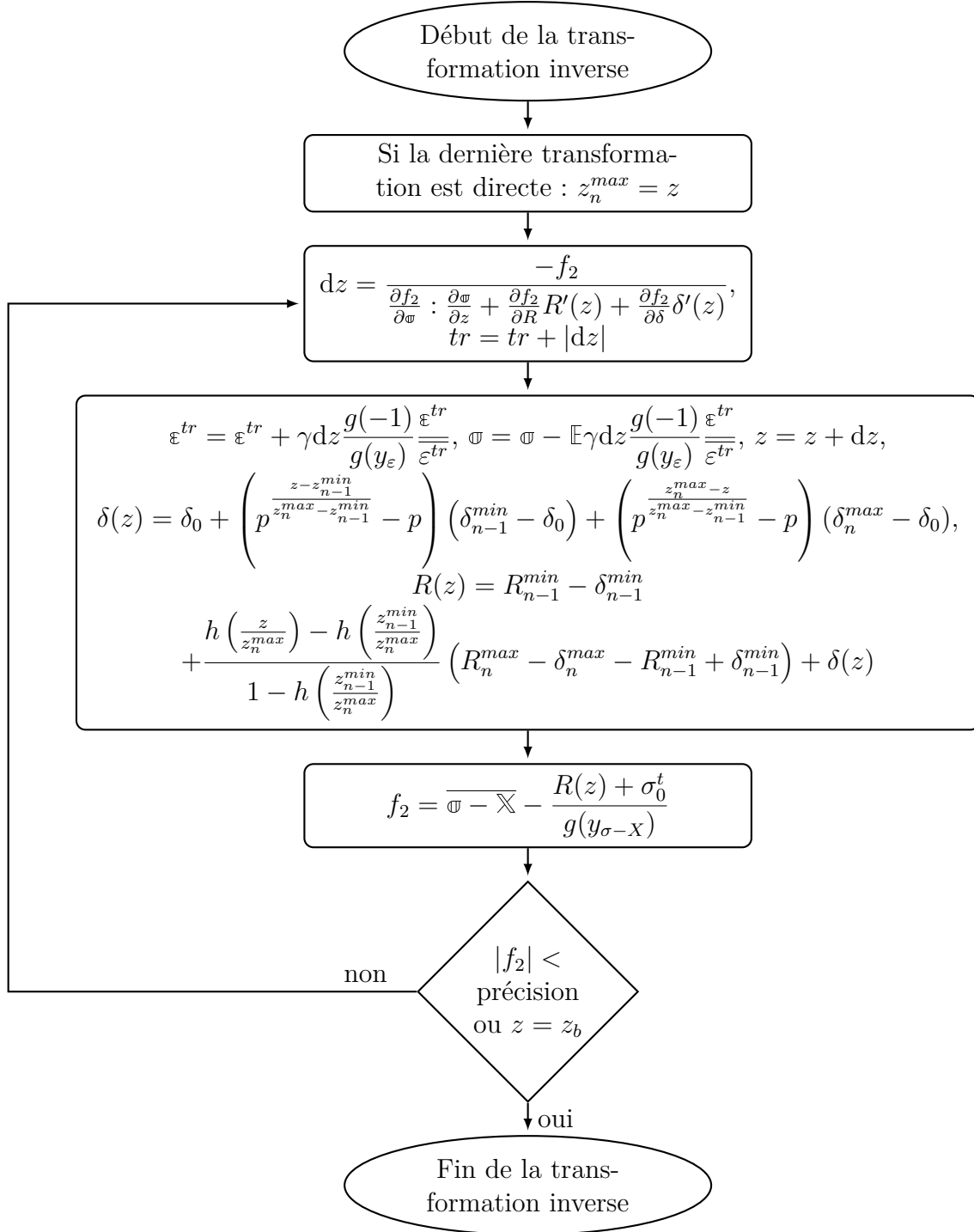


Figure 4.3 – Organigramme de l'intégration numérique de la transformation inverse.

une consommation de mémoire importante. On peut donc limiter le nombre d'itérations de réorientation, même si cela entraîne que les critères seuils ne seront pas forcément tous les deux inférieurs à la précision à la fin du pas.

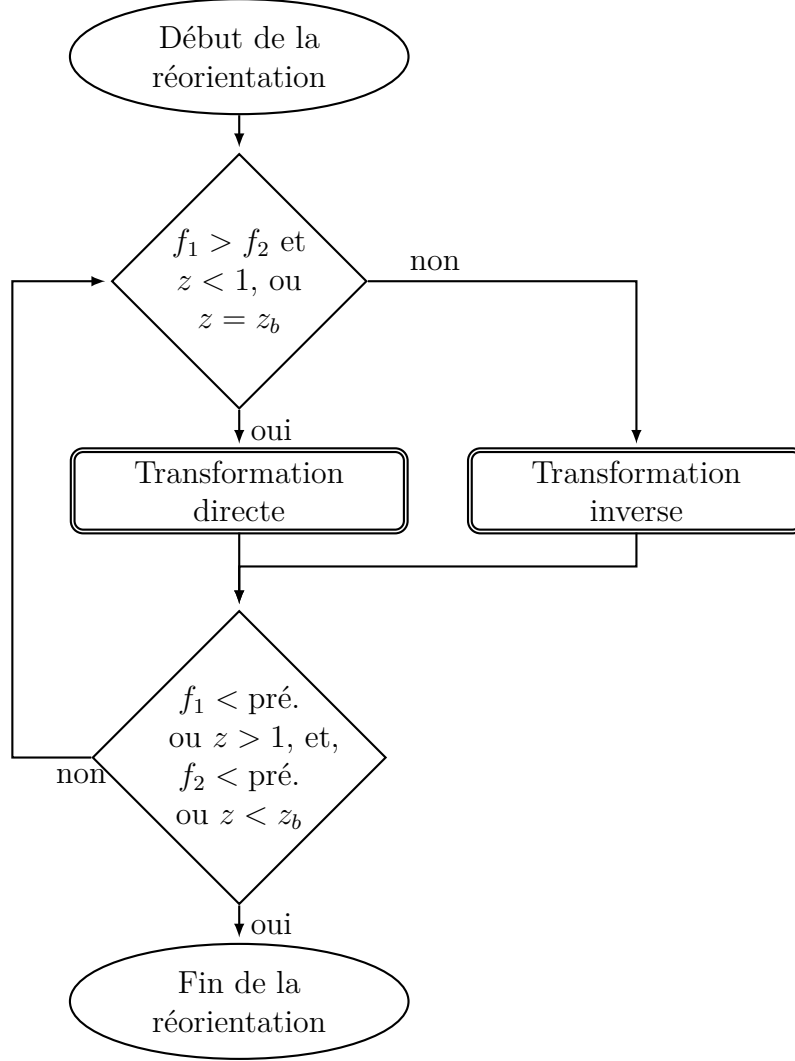


Figure 4.4 – Organigramme de l'intégration numérique du mécanisme de réorientation.

#### 4.1.5 Méthode du *return-mapping*

Le *return-mapping* est une méthode d'intégration numérique introduite par Ortiz et Simo (1986). Elle consiste à déterminer l'incrément de fraction volumique de martensite,  $dz$ , qu'il faut introduire grâce à un développement limité du critère de transformation au voisinage de la contrainte,  $\varpi$ , à l'itération  $j + 1$  :

$$\begin{aligned}
 f_1^{j+1} &= f_1^j + \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : (\varpi^{j+1} - \varpi^j) + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} (R^{j+1} - R^j) & (\dot{z} > 0) \\
 f_2^{j+1} &= f_2^j + \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : (\varpi^{j+1} - \varpi^j) + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} (R^{j+1} - R^j) + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} (\delta^{j+1} - \delta^j) & (\dot{z} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Que l'on peut aussi écrire sous la forme :

$$\begin{aligned}
 df_1 &= \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : d\varpi + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} dR & (\dot{z} > 0) \\
 df_2 &= \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : d\varpi + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} dR + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} d\delta & (\dot{z} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Le but étant d'avoir la contrainte qui soit sur la surface seuil de transformation directe, on va chercher à annuler la valeur du critère de transformation à l'itération suivante,  $f_i^{j+1}$ . On a donc :

$$\begin{aligned} df_1 &= -f_1^j & (\dot{z} > 0) \\ df_2 &= -f_2^j & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

L'équation 4.2 s'exprime alors en fonction de la variation de fraction volumique de martensite,  $dz$  :

$$\begin{aligned} f_1^j + \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} dz + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial z} dz &= 0 & (\dot{z} > 0) \\ f_2^j + \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} dz + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial z} dz + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial z} dz &= 0 & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.4)$$

On peut donc en déduire la variation de fraction volumique de martensite nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation directe :

$$\begin{aligned} dz &= \frac{-f_1^j}{\frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} R'(z)} & (\dot{z} > 0) \\ dz &= \frac{-f_2^j}{\frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} R'(z) + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} \delta'(z)} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Avec le premier terme des dénominateurs qui correspond à la dérivée des critères de transformation par rapport au tenseur des contraintes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} + (R(z) + \sigma_0^t) \frac{g'(y_\sigma)}{g^2(y_\sigma)} \frac{\partial y_\sigma}{\partial \varpi} & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} &= \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{S} - \mathbb{X}} + (R(z) + \sigma_0^t) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial \varpi} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Où  $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} = \frac{3\mathbb{S}}{2\bar{\sigma}}$  et  $\frac{\partial y_\sigma}{\partial \varpi} = \frac{9}{2\bar{\sigma}} \left( 3 \left( \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} \right)^2 - y_\sigma \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right)$  (voir annexe A).

Le second terme du dénominateur est identique en transformations directe et inverse et correspond à la dérivée du tenseur des contraintes par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\frac{\partial \varpi}{\partial z} = \frac{\partial \varpi}{\partial \mathbb{E}^e} \frac{\partial \mathbb{E}^e}{\partial \mathbb{E}^{tr}} \frac{\partial \mathbb{E}^{tr}}{\partial z} \quad (4.7)$$

Où  $\frac{\partial \varpi}{\partial \mathbb{E}^e} = \mathbb{E}$  défini le tenseur d'élasticité,  $\frac{\partial \mathbb{E}^e}{\partial \mathbb{E}^{tr}} = -\mathbb{I}_d$  car l'incrément de déformation totale est fixé donc  $\mathbb{E}^e + \mathbb{E}^{tr} = Cste$ ,  $\frac{\partial \mathbb{E}^{tr}}{\partial z} = \frac{\gamma \mathbb{K}_\sigma}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma}$  en transformation directe pour respecter la loi de normalité et  $\frac{\partial \mathbb{E}^{tr}}{\partial z} = \frac{\gamma g(-1) \mathbb{E}^{tr}}{g(-y_\varepsilon) \mathbb{E}^{tr}}$  en transformation inverse. On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varpi}{\partial z} &= -\frac{\gamma}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \mathbb{E} \mathbb{K}_\sigma & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial \varpi}{\partial z} &= -\frac{\gamma g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \mathbb{E} \frac{\mathbb{E}^{tr}}{\mathbb{E}^{tr}} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le troisième terme du dénominateur est la dérivée des critères de transformation par rapport à leur taille,  $R(z)$  :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1^j}{\partial R} &= -\frac{1}{g(y_\sigma)} & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial f_2^j}{\partial R} &= \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{W} - \mathbb{X}} : \frac{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})}{R(z)} - \frac{1}{g(y_{\sigma-X})} \dots & (\dot{z} < 0) \\ &+ (R(z) + \sigma_0) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})} : \frac{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})}{R(z)}\end{aligned}\quad (4.9)$$

Le quatrième terme du dénominateur correspond à la dérivée de la taille des critères de transformation,  $R(z)$ , par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\begin{aligned}R'(z) &= \frac{z_{n-1}^{max} - z_{dir}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \frac{h' \left( \frac{z(z_{n-1}^{max} - z_{dir}) + z_{n-1}^{max}(z_{dir} - z_{n-1}^{min})}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \right)}{h(z_{n-1}^{max}) - h(z_{dir})} (R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R'(z) &= \frac{1 - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \frac{h' \left( \frac{z(1 - z_{n-1}^{min}) + z_{n-1}^{min}(z_n^{max} - 1)}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \right)}{1 - h(z_{n-1}^{min})} \dots & (\dot{z} < 0) \\ &\dots (R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta'(z)\end{aligned}\quad (4.10)$$

Et enfin les termes restants du dénominateur lors de la transformation inverse correspondent à la dérivée du critère de transformation inverse par rapport à la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé,  $\delta(z)$ , et à sa dérivée,  $\delta'(z)$ , par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} = \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{W} - \mathbb{X}} : \frac{\mathbb{E}^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2}\mathbb{E}^{tr} : \mathbb{E}^{tr}}} + (R(z) + \sigma_0) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})} : \frac{\mathbb{E}^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2}\mathbb{E}^{tr} : \mathbb{E}^{tr}}} \quad (4.11)$$

$$\delta'(z) = \frac{\ln(p)}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \left( p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}}} (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) - p^{\frac{z_n^{max} - z}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}}} (\delta_n^{max} - \delta_0) \right) \quad (4.12)$$

Le *return-mapping* permet donc de calculer la variation de fraction volumique nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation.

La figure 4.5 montre le schéma de l'évolution de la contrainte au cours d'un pas de l'intégration numérique :

- Une première estimation élastique à partir de la contrainte obtenue au pas précédent,  $\sigma_n$ , donne la contrainte  $\sigma^0$ .
- Si un critère de transformation est violé, on calcule alors l'incrément de fraction volumique nécessaire pour annuler le critère seuil comme expliqué précédemment. On peut en déduire l'évolution de la contrainte correspondante grâce à la loi d'écoulement de la transformation.
- Tant que la valeur du critère de transformation n'est pas inférieure à une certaine précision, il faut recommencer le calcul de l'incrément de fraction volumique et faire ainsi évoluer la contrainte à chaque itération,  $\sigma^i$ .
- Lorsque la valeur du critère de transformation est inférieure à la précision, la contrainte calculée est la contrainte finale du pas,  $\sigma_{n+1}$ .



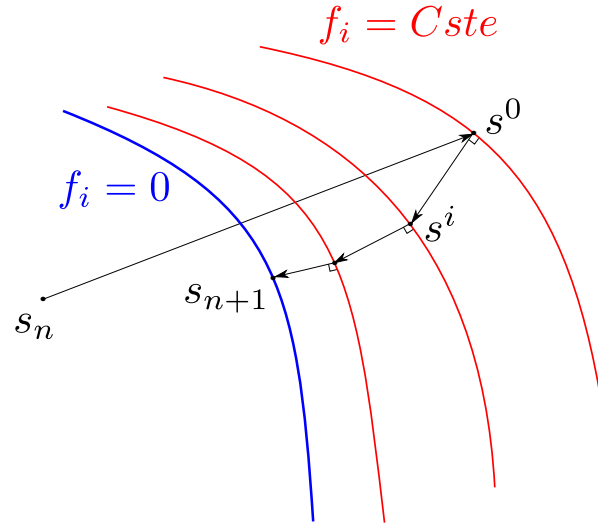


Figure 4.5 – Schéma de l'évolution de la contrainte au cours d'un pas de l'intégration numérique par la méthode du *return-mapping* dans l'espace déviatorique.

## 4.2 Validation de l'intégration numérique

L'algorithme de l'intégration numérique décrit dans la partie précédente a donc été intégré sous Matlab et le code de calcul par éléments finis Cast3M. En effet, avant de passer aux calculs sur structures nous avons validé l'intégration numérique de deux façons différentes : sur un seul point d'intégration sous Matlab et sur un élément de volume sous Cast3M. La première permet de réaliser des simulations rapides afin de valider la méthode utilisée pour l'intégration numérique et de montrer les performances de celle-ci. La seconde est celle utilisée pour les calculs sur structures et doit donc être validée. Les paramètres matériau utilisés lors de ces validations sont ceux identifiés dans la partie 3.3.1 et donnés dans les tableaux 3.2 et 3.3.

Afin de ne pas surcharger cette partie, certaines figures ont été placées dans l'annexe B.

### 4.2.1 Sur un point d'intégration

Les chargements réalisés étant limités en contrainte en fin de décharge lors des essais, nous avons intégré le modèle sous Matlab avec un pilotage en contrainte afin de faciliter le retour à contrainte nulle. Nous avons alors simulé différents chargements et observé la réponse en contrainte en fonction de la déformation et la réponse en contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de ces chargements. L'évolution du nombre d'itérations à convergence lors des transformations directe et inverse est représentée avec celle de la valeur des critères de transformation au cours des simulations.

Pour valider le comportement global du modèle implanté, nous avons simulé cinq types de chargements simples mais permettant de balayer l'ensemble du modèle. Les chargements sont des chargements de traction avec effet point mémoire en utilisant deux pas de calcul ( $p = 1$  MPa et  $p = 10$  MPa) et deux précisions pour la convergence des critères

de transformation ( $e = 0,01$  MPa et  $e = 1$  MPa) et des chargements de cisaillement, de compression, de traction-cisaillement non-proportionnel et d'effet mémoire assisté. Ces derniers sont réalisés avec un pas de calcul  $p = 1$  MPa et une précision  $e = 0,01$  MPa. Le pas de calcul,  $p$ , correspond à l'incrément de contrainte imposé entre deux étapes du chargement. La précision,  $e$ , est l'écart maximal par rapport au zéro, autorisé sur la valeur des critères de transformation lors des itérations de l'intégration numérique présentée dans la partie précédente.

La figure 4.6a montre l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour les deux simulations du chargement de traction réalisées avec une précision  $e = 0,01$  MPa.

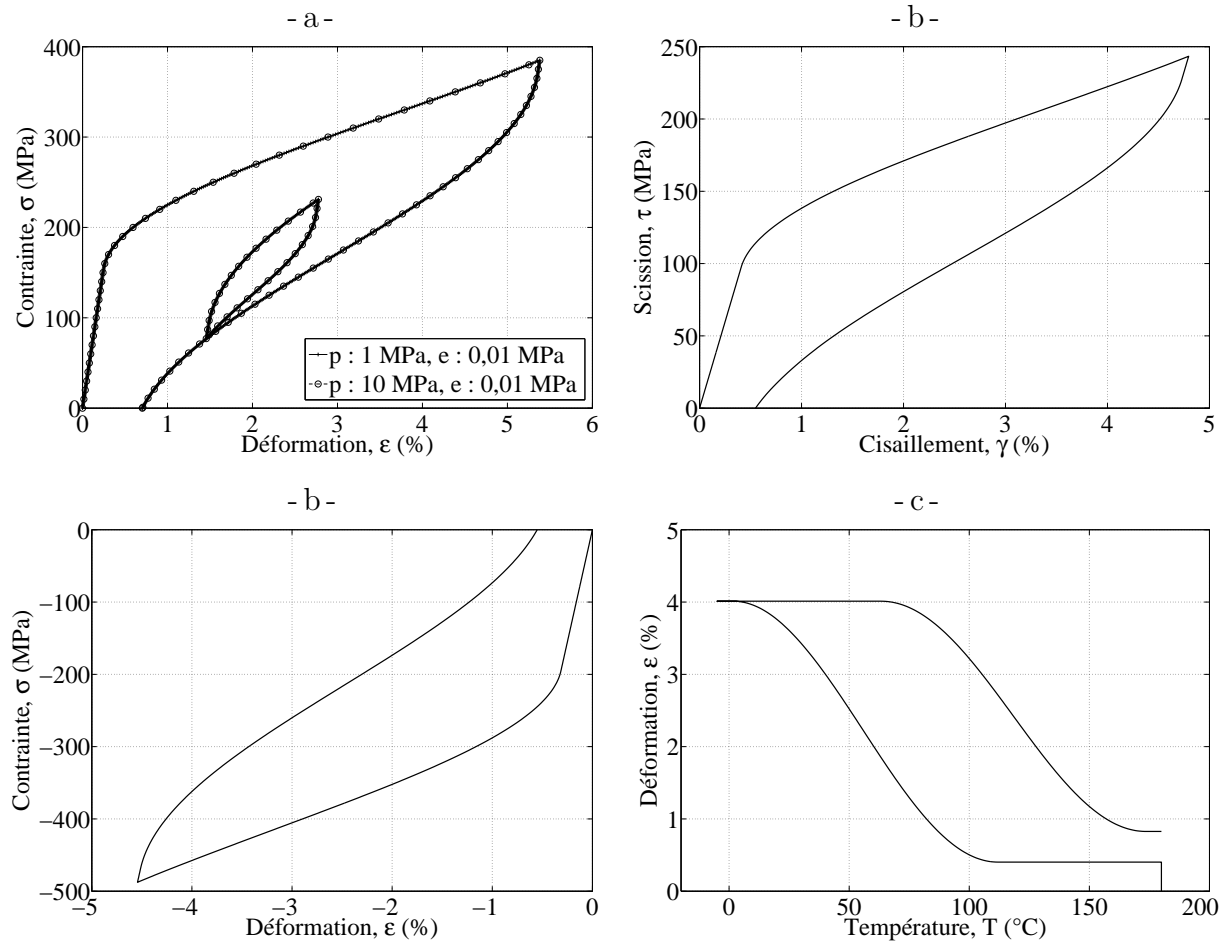


Figure 4.6 – Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Matlab de chargements de : a) traction avec points mémoire et deux pas de calculs différents, b) de cisaillement, c) de compression, et d) l'évolution de la déformation en fonction de la température lors de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté.

On observe que l'influence du pas de calcul sur la réponse du modèle est négligeable, que l'effet point mémoire est correctement simulé car la boucle interne se referme là où elle a été ouverte et qu'il y a bien apparition d'une déformation résiduelle à la fin de la décharge. Les figures 4.6b, 4.6c et 4.6d montrent respectivement l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour les simulations des chargements de cisaillement et de

compression et l'évolution de la déformation en fonction de la température pour la simulation du chargement d'effet mémoire assisté. On observe aussi pour ces trois chargements une déformation résiduelle qui apparaît à la fin du cycle.

Comme expliqué dans la partie 4.1.4, la réorientation consiste à alterner transformation directe et transformation inverse. Cela entraîne donc une alternance entre augmentation et diminution de la fraction volumique de martensite et provoque l'apparition de points mémoire (figure 4.7). Afin de limiter la mémoire utilisée lors des calculs, nous avons donc limité la valeur maximale du nombre d'itérations de réorientation,  $co_{max}$ .

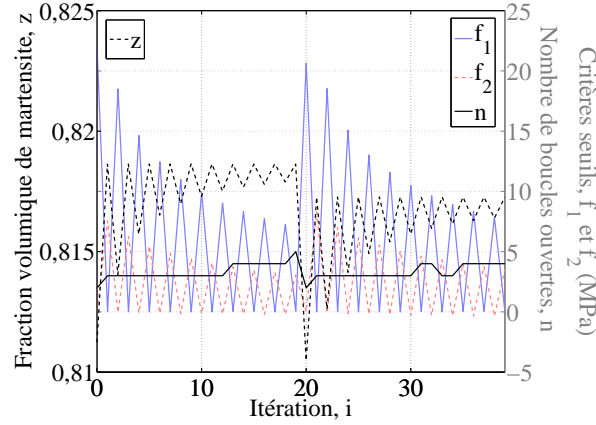


Figure 4.7 – Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite pendant la réorientation.

La figure 4.8a montre le trajet de chargement réalisé lors de la simulation des chargements de traction-cisaillement non proportionnels qui consistent en un chargement carré dans le plan des contraintes de traction et de cisaillement, avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation ( $co_{max} = 20$  et  $co_{max} = 40$ ). La figure 4.8b montre l'évolution des déformations au cours de la simulation et les courbes contrainte-déformation suivant les directions de traction et de cisaillement sont représentées sur les figures 4.8c et 4.8d. On observe une très faible différence entre les résultats, alors que le temps de calcul est quasiment le double pour  $co_{max} = 40$ . Nous garderons donc  $co_{max}$  à 20 pour la suite.

La figure 4.9a montre l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors des essais de traction. Elle est identique à la précision,  $e$ , près pour les quatre simulations. L'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite pour les chargements de cisaillement et de compression montrée sur les figures B.2a et B.2b (dans l'annexe B) est aussi identique mais sans la boucle interne.

La figure 4.9b est un zoom réalisé sur la courbe d'évolution de la contrainte en fonction de la déformation au niveau du point mémoire bas de la boucle interne avec les quatre simulations. On observe un décalage de 1 MPa de la courbe lorsque la précision pour la convergence des critères de transformation est justement  $e = 1$  MPa. Sur la courbe de la simulation avec une précision égale au pas de calcul ( $e = p = 1$  MPa), on observe

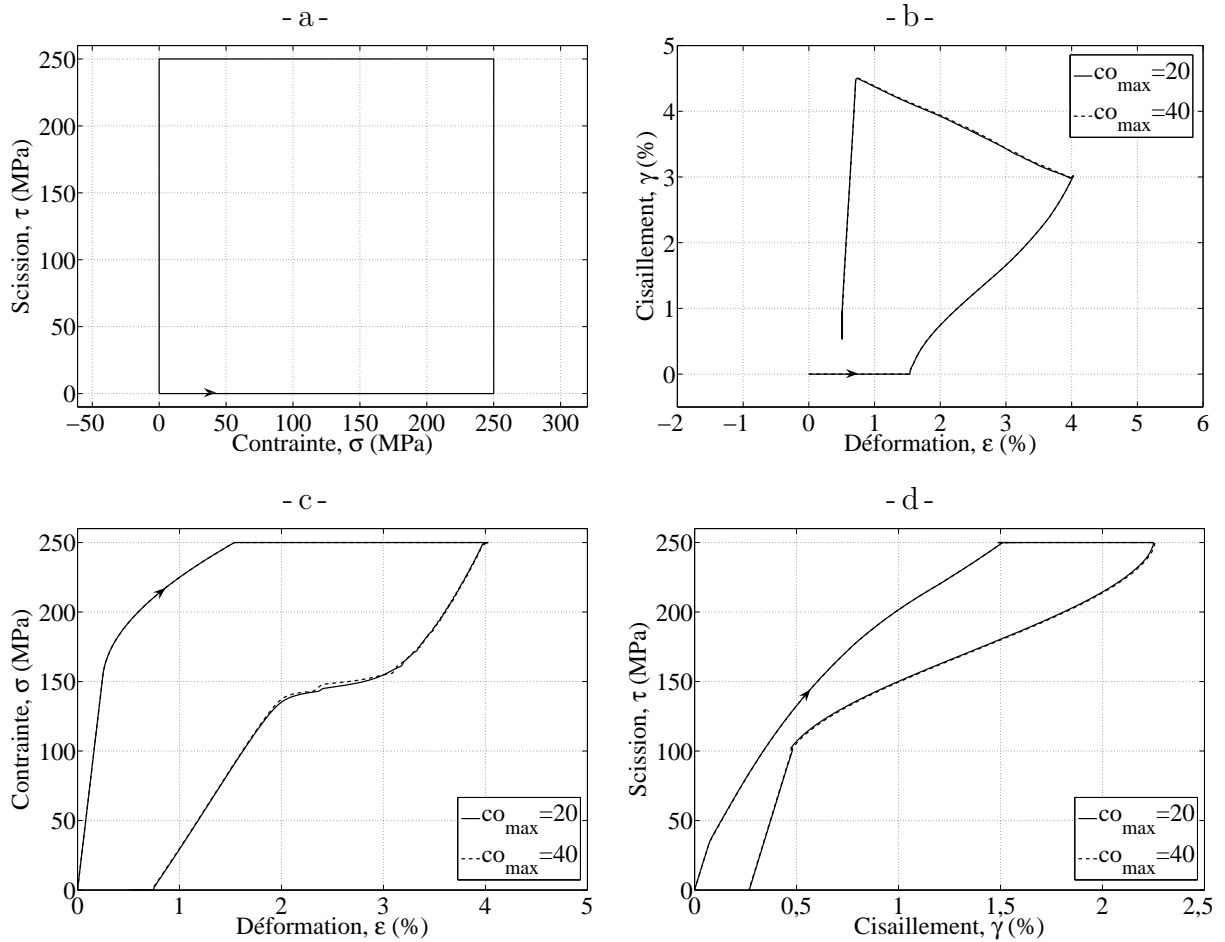


Figure 4.8 – Résultats de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation,  $co_{max}$  : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

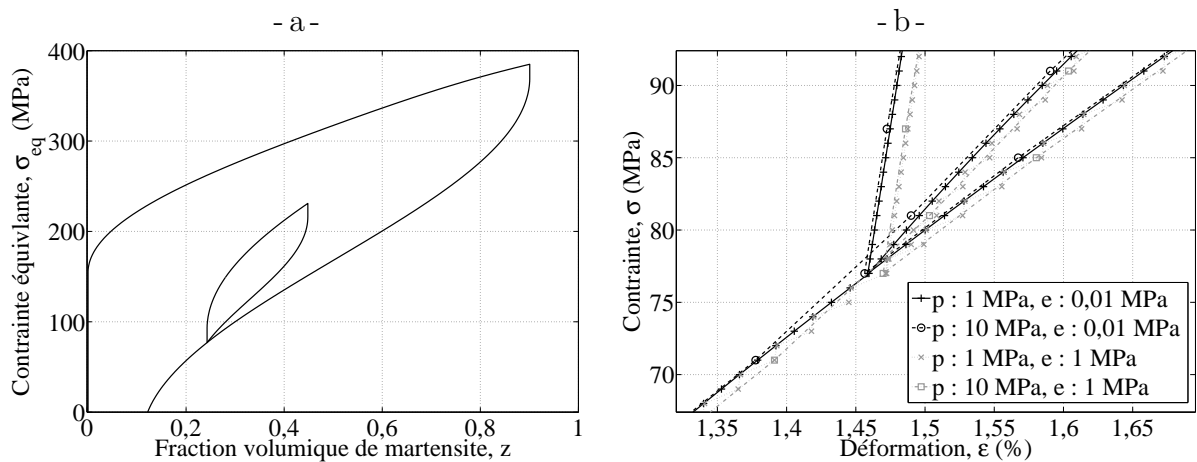


Figure 4.9 – Évolutions lors des simulations sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de : a) la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite, et b) pour deux pas,  $p$ , et deux précisions,  $e$ , différents, de la contrainte en fonction de la déformation au niveau du point mémoire bas de la boucle interne.

naturellement un phénomène d'escalier par endroits. Pour éviter ce phénomène, il est en effet nécessaire de prendre une précision inférieure à la moitié du pas. Ces résultats permettent aussi de vérifier que la différence entre les courbes des simulations réalisées avec un pas  $p = 1$  MPa et un pas  $p = 10$  MPa est très faible.

Les figures 4.10a, 4.10b, 4.10c et 4.10d montrent l'évolution au cours de la simulation des chargements de traction de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , et du nombre d'itérations en transformation directe,  $co_1$  et en transformation inverse,  $co_2$ , avec les deux pas de calcul et les deux précisions de convergence différents.

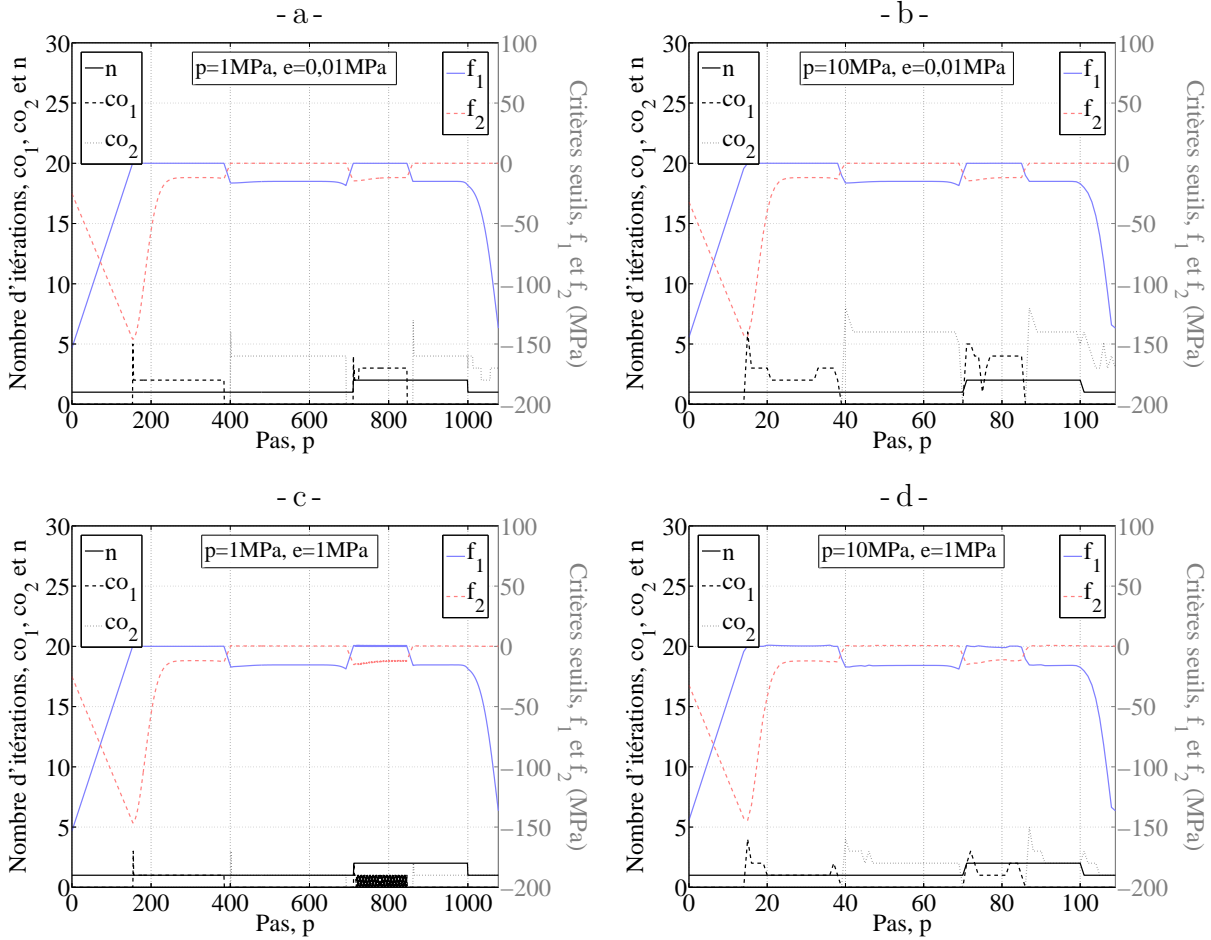


Figure 4.10 – Évolution lors des simulations avec deux pas et deux précisions différents sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse.

On observe que les valeurs des critères de transformation directe,  $f_1$ , et de transformation inverse,  $f_2$ , restent négatives lorsque l'on est en élasticité et s'annulent respectivement lors des transformations directe et inverse. On peut remarquer le nombre de boucles ouvertes,  $n$ , qui vaut 1 au début du chargement car on entame la création de la boucle externe, puis il passe à 2 lorsque l'on ouvre la boucle interne et retourne à 1 lors de la

fermeture de cette boucle interne. On observe aussi, que pour un pas de calcul  $p = 1$  MPa et une précision  $e = 0,01$  MPa, le nombre d'itérations à convergence en transformations directe et inverse,  $co_1$  et  $co_2$ , varient entre 1 et 4, sauf en début de transformation où un léger pic est visible. L'origine de cette légère augmentation est la fonction de forme  $h(z)$  choisie dans le modèle (équation 3.21) qui présente des tangentes verticales en début et fin de transformation. La dérivée de cette fonction intervient dans l'intégration numérique (équation 4.10). Nous avons donc limité la valeur de cette dérivée, ce qui explique les itérations supplémentaires. Les résultats pour un pas de calcul  $p = 10$  MPa sont similaires bien que le nombre d'itérations soit logiquement légèrement supérieur.

Pour les simulations avec une précision  $e = 1$  MPa, un à deux pas de calcul suffisent à la convergence. Là aussi, on observe un pic du nombre d'itérations en début de transformation dû à la fonction de forme choisie. On peut remarquer par endroit sur la figure 4.10c, l'alternance entre transformation et élasticité qui correspond au phénomène de marche d'escalier observé sur la figure 4.9b lorsque le pas est identique à la précision.

De même les figures B.1a, B.1b et B.1c montrent l'évolution au cours des simulations des chargements respectivement de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté, de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , et du nombre d'itérations en transformation directe,  $co_1$  et en transformation inverse,  $co_2$ . On observe, là aussi, un nombre d'itérations compris entre 1 et 4, avec des pics en début et en fin de transformation.

Les figures 4.11a et 4.11b montrent l'évolution au cours des simulations du chargement de traction-cisaillement non proportionnel avec les deux valeurs de  $co_{max}$ , de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , du nombre d'itérations de réorientation,  $co$ , et de la fraction volumique de martensite,  $z$ . On observe que le critère de transformation directe s'annule lors de la charge en traction pure, puis les deux critères peu après le début de la charge de cisaillement. On peut remarquer qu'à ce moment la réorientation se produit car le compteur d'itérations de réorientation dépasse 1.

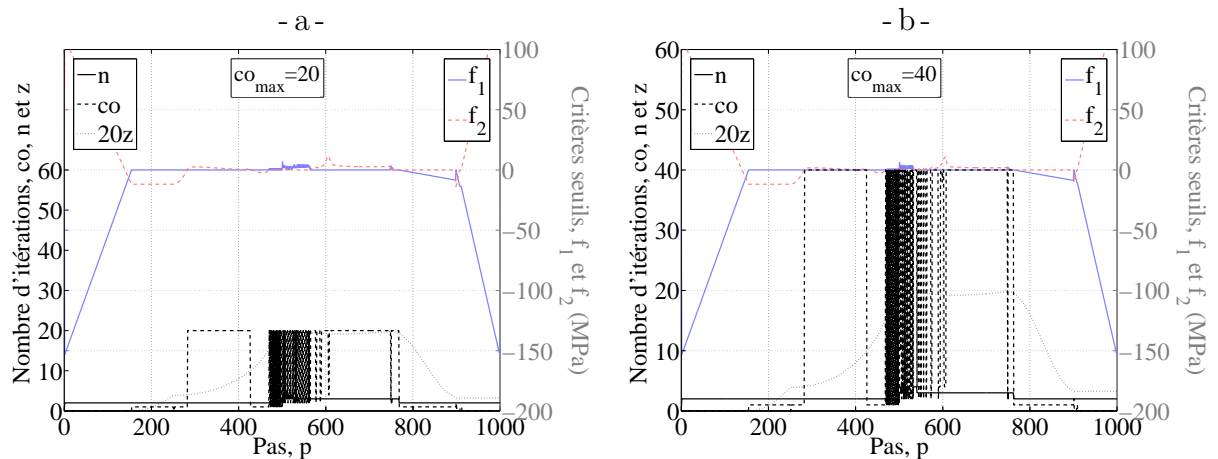


Figure 4.11 – Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite lors de la réorientation, avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation,  $co_{max}$ , égales à : a) 20, et b) 40.

L'intégration numérique est donc assez performante puisqu'elle permet la convergence en seulement une à quatre itérations. On peut cependant remarquer que le choix de la fonction de forme  $h(z)$  utilisée dans le modèle (équation 3.21) peut influencer légèrement le nombre d'itérations en début et en fin de transformation.

### 4.2.2 Sur un élément de volume

Nous avons alors implanté le modèle dans le code de calcul par éléments finis Cast3M pour pouvoir simuler des chargements sur des structures. Mais avant cela, nous avons vérifié que l'implantation a été correctement réalisée.

Nous avons alors effectué la même démarche que lors de la validation sur un point d'intégration présentée dans la partie précédente, en observant la réponse du modèle, le nombre d'itérations à convergence et l'évolution de la valeur des critères de transformation au cours des différentes simulations. L'élément de volume utilisé pour la validation est un cube composé de huit éléments CUB8 (élément cubique solide avec 8 nœuds par éléments).

Le pas utilisé est  $p = 1$  MPa et la précision  $e = 0,01$  MPa.

Les figures 4.12a, 4.12b, 4.13a et 4.13b montrent l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour un chargement de traction, de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté. On observe que l'effet point mémoire est correctement simulé lors du chargement de traction car la boucle interne se referme là où elle a été ouverte. Pour chacun des chargements de super-élasticité, il y a bien apparition d'une déformation résiduelle lorsque l'on atteint la contrainte nulle. Sous Cast3M, le modèle doit être implanté avec un pilotage en déformation comme décrit dans la partie 4.1. Le pilotage de la simulation est donc aussi réalisé en déformation, ce qui entraîne que ces chargements se terminent par de la compression jusqu'à une déformation totale nulle. Ces quatre courbes sont identiques à celles observées lors des simulations sur un seul point d'intégration (figure 4.6), avec en plus la partie correspondant à la compression en fin de chargement.

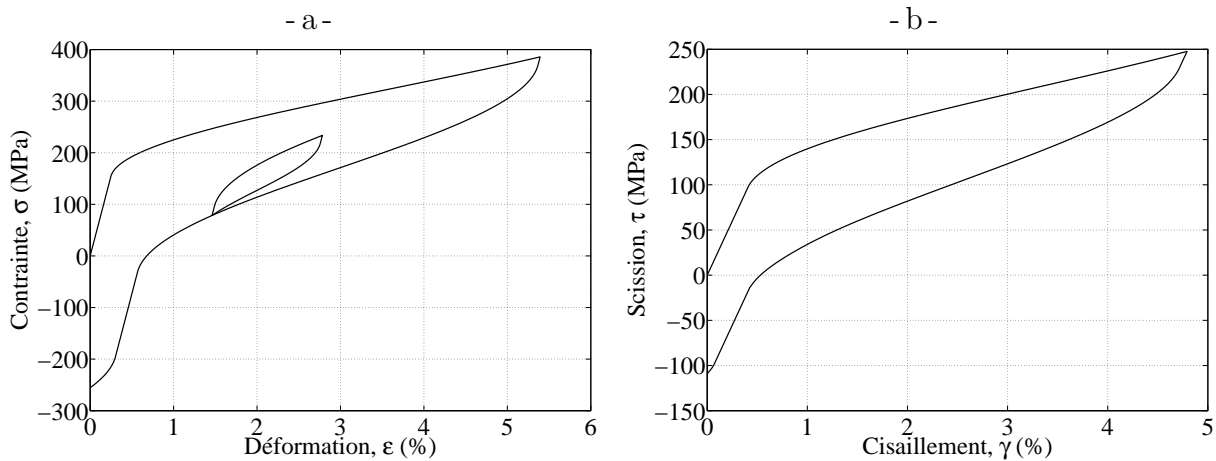


Figure 4.12 – Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Cast3M de chargements de : a) traction avec points mémoire, et b) de cisaillement.

La figure 4.14b montre le trajet de chargement réalisé, qui consiste en un chargement rectangulaire dans le plan des déformations de traction et de cisaillement. La figure 4.14a

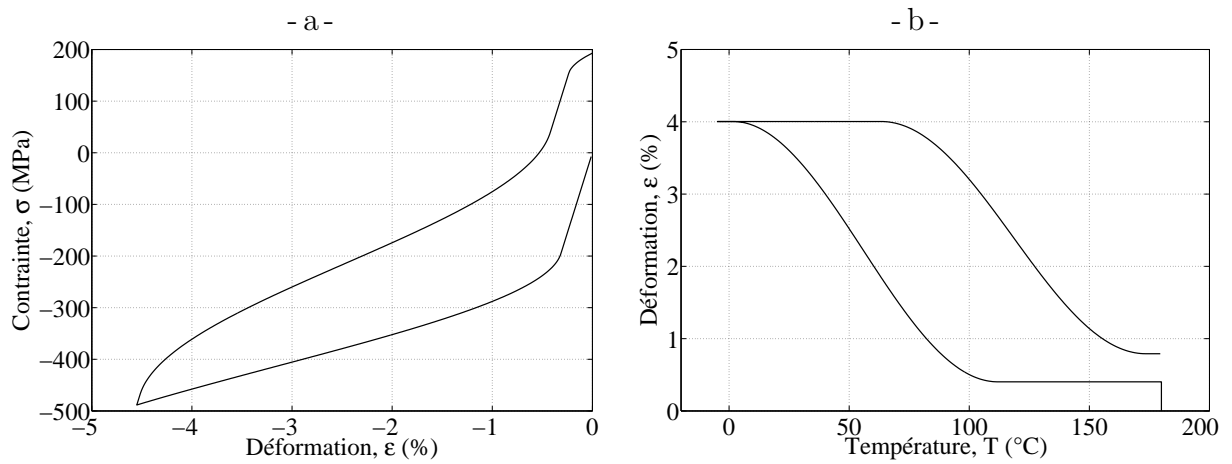


Figure 4.13 – Évolutions respectivement de la contrainte en fonction de la déformation et de la déformation en fonction de la température lors des simulations sous Cast3M de chargements : a) de compression, et b) d'effet mémoire assisté.

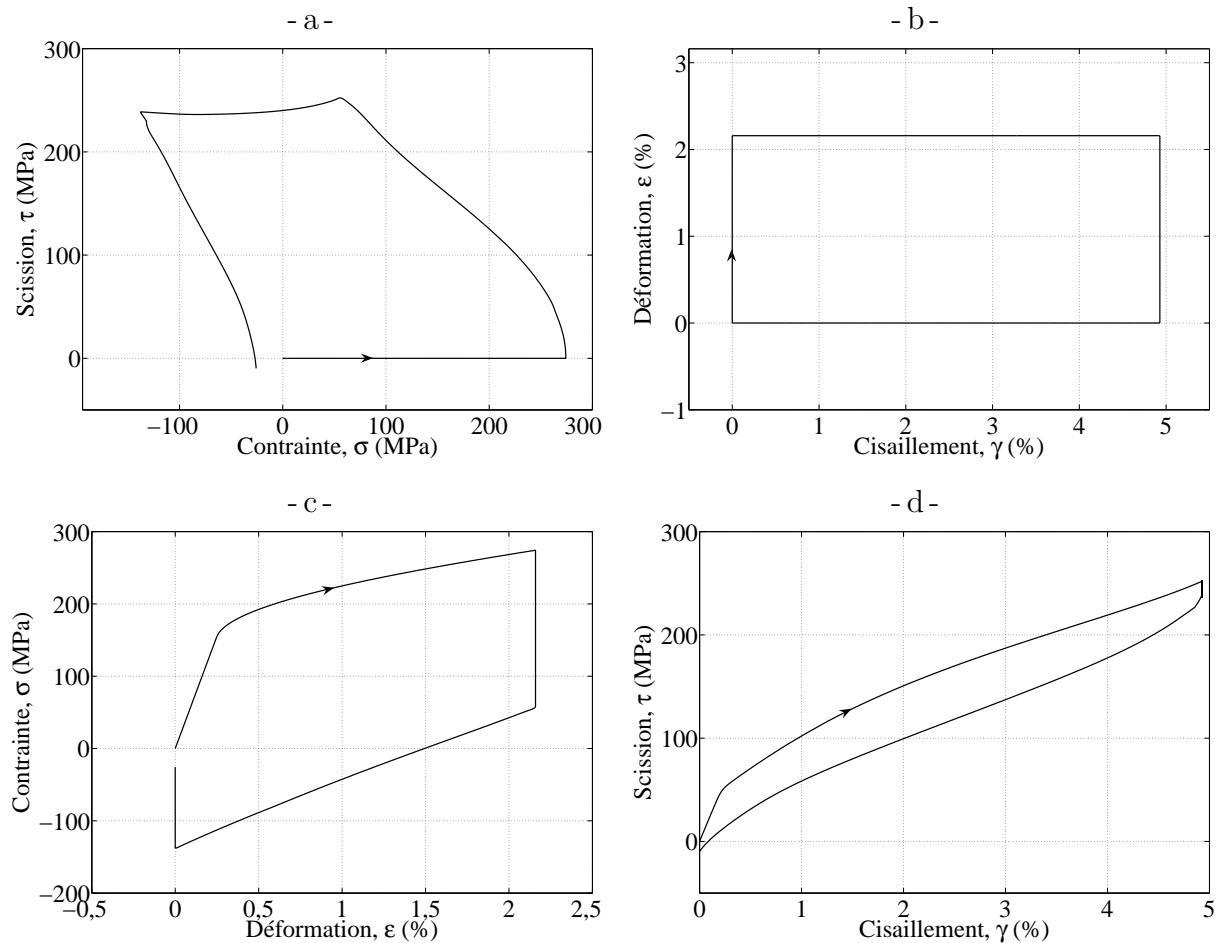


Figure 4.14 – Résultats de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré : b) trajet de chargement, a) résultat en contrainte, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.



montre l'évolution des contraintes au cours de la simulation et les courbes contrainte-déformation suivant les directions de traction et de cisaillement sont représentées sur les figures 4.14c et 4.14d.

La figure 4.15a montre l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation de l'essai de traction. Elle est identique à celles observées pour les quatre simulations de traction sur un point d'intégration (figure 4.9a), avec en plus la partie correspondant à la compression en fin de chargement. L'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite pour les chargements de cisaillement et de compression montrée sur les figures B.4a et B.4b est aussi identique, mais sans la boucle interne.

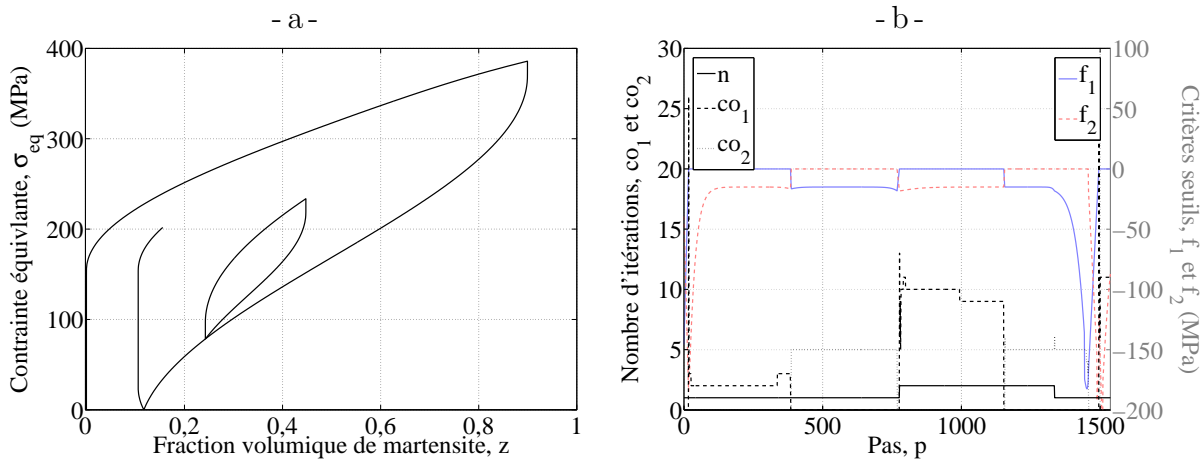


Figure 4.15 – Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction avec points mémoire de : a) la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite, et b) de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse.

La figure 4.15b montre l'évolution au cours de la simulation du chargement de traction, de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , et du nombre d'itérations en transformation directe,  $co_1$  et en transformation inverse,  $co_2$ . On observe que les valeurs des critères de transformation directe,  $f_1$ , et de transformation inverse,  $f_2$ , restent négatives lorsque l'on est en élasticité et s'annulent respectivement lors des transformations directe et inverse. On peut remarquer le nombre de boucles ouvertes,  $n$ , qui vaut 1 au début du chargement car on entame la création de la boucle externe, puis il passe à 2 lorsque l'on ouvre la boucle interne et retourne à 1 lors de la fermeture de cette boucle interne. On observe aussi que le nombre d'itérations à convergence en transformations directe et inverse,  $co_1$  et  $co_2$ , varient entre 1 et 10, sauf au début de la transformation directe où il peut atteindre une valeur de 25.

De même, les figures B.3a, B.3b et B.3c montrent l'évolution au cours des simulations des chargements respectivement de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté, de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , et du nombre d'itérations en transformation directe,  $co_1$  et en transformation inverse,  $co_2$ . On observe, là aussi, un nombre d'itérations compris entre 1 et 10, avec des pics en début de transformation directe.

La figure 4.16 montre l'évolution au cours de la simulation du chargement de traction-cisaillement non proportionnel, de la valeur des critères de transformation,  $f_1$  et  $f_2$ , du nombre de boucles ouvertes,  $n$ , du nombre d'itérations de réorientation,  $co$ , et de la fraction volumique de martensite,  $z$ . On observe que le critère de transformation directe s'annule lors de la charge en traction pure, puis les deux critères peu après le début de la charge de cisaillement. On peut remarquer qu'à ce moment la réorientation se produit et que le nombre de boucles ouvertes,  $n$ , augmente fortement en début et en fin de réorientation.

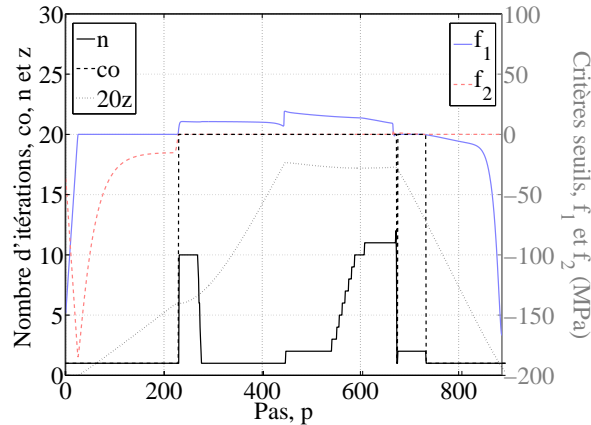


Figure 4.16 – Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes, du nombre d'itérations de réorientation et de la fraction volumique de martensite.

Ces résultats montrent que l'implantation du modèle dans le code de calcul par éléments finis Cast3M est donc réalisée correctement. Le modèle peut donc être utilisé afin de simuler le comportement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements thermo-mécaniques cycliques.

### 4.3 Simulation de chargements sur structures

L'implantation numérique étant validée, nous avons testé le modèle en simulant le chargement de différentes structures en Alliage à Mémoire de Forme. Les structures utilisées pour les calculs sont un ressort hélicoïdal, une mèche d'outil endodontique et des actionneurs à ressorts antagonistes. Nous avons choisi ces structures car elles correspondent à des applications courantes des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique (voir partie 1.1.2). Nous avons simulé les chargements que subissent usuellement ces structures : un chargement de super-élasticité sur les deux premières structures et un chargement d'effet mémoire assisté sur le ressort et les actionneurs.

Les chargements ont été réalisés en grands déplacements et petites déformations.

### 4.3.1 Chargements super-élastiques

Dans une première partie, nous montrerons les résultats des simulations de chargements super-élastiques réalisés sur les deux structures. Les résultats observés sont la déformée des structures, l'évolution de l'effort généré en fonction du déplacement appliqué, les répartitions de la contrainte équivalente et de la fraction volumique dans la structure, ainsi que l'évolution de la contrainte en fonction de la fraction volumique sur un point de Gauss.

#### 4.3.1.1 Ressort hélicoïdal

La figure 4.17 montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal. Il est constitué de quatre spires découpées en 30 sections chacune, une section contenant 48 éléments. On a donc un total de 5 760 éléments. Les éléments utilisés sont de type CUB20 (élément cubique solide avec 20 nœuds par élément), ce qui fait donc un total de 26 321 nœuds. Le diamètre du fil du ressort est de 3 mm, alors que le diamètre de la spire est de 10 mm. Le pas de l'hélice est de 4 mm.

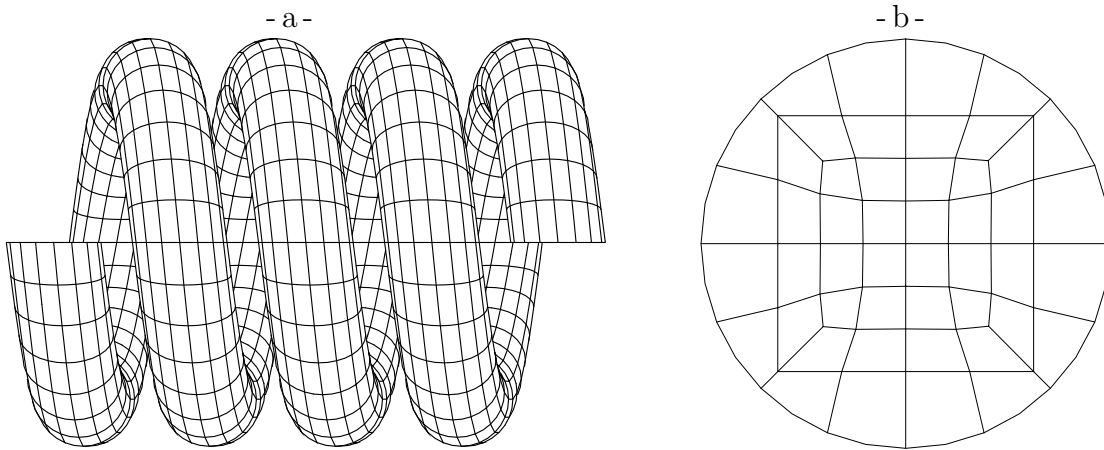


Figure 4.17 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme : a) maillage des spires, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour l'une des extrémités du ressort et un déplacement imposé suivant l'axe du ressort sur l'autre extrémité.

Les paramètres matériau utilisés sont ceux identifiés dans le chapitre 3 et donnés dans les tableaux 3.2 et 3.3. À part pour les valeurs de  $\delta_1^{max}$  et  $\delta_0$  qui ont été modifiées :  $\delta_1^{max} = \delta_0 = 80$  MPa.

La figure 4.18 montre l'évolution de l'effort résultant,  $F$ , sur le ressort par rapport à sa déflexion,  $d$ . Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) du ressort au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage non déformé en noir pour certains points du chargement.

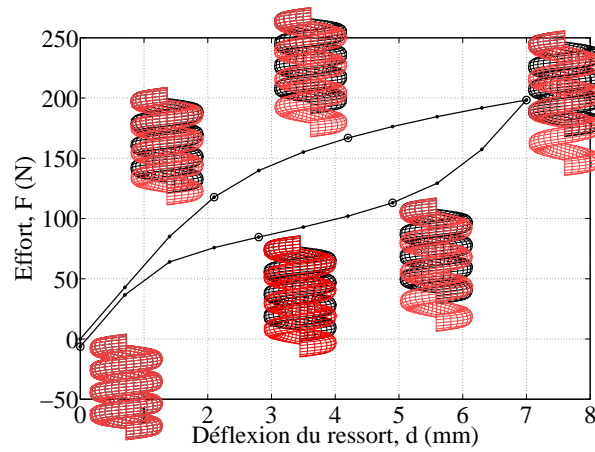


Figure 4.18 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.19b montre la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale du ressort lorsque le déplacement maximal est appliqué. On observe une dissymétrie de la répartition, due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. L'axe du ressort se situe au dessus de la section représentée (figure 4.19a).

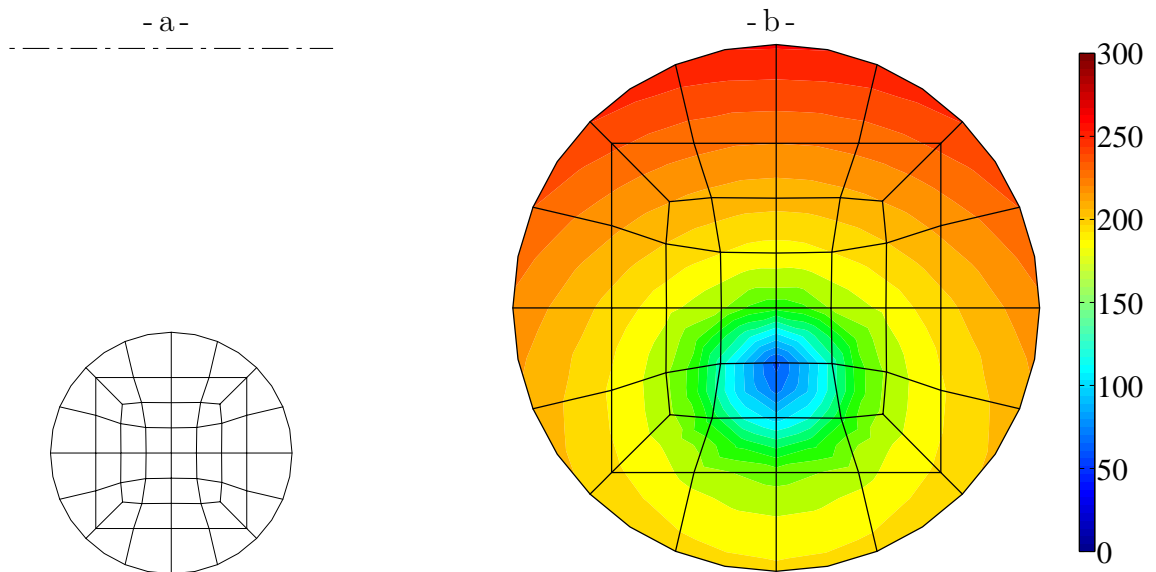


Figure 4.19 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

La figure 4.20 montre l'évolution sur un point de Gauss proche de l'axe et dans la section centrale du ressort, de la contrainte équivalente,  $\sigma_{eq}$ , en fonction de la fraction volumique de martensite,  $z$ . La répartition dans la section de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe que l'apparition progressive de la martensite n'est pas non plus symétrique et une déformation résiduelle à la fin de la décharge.

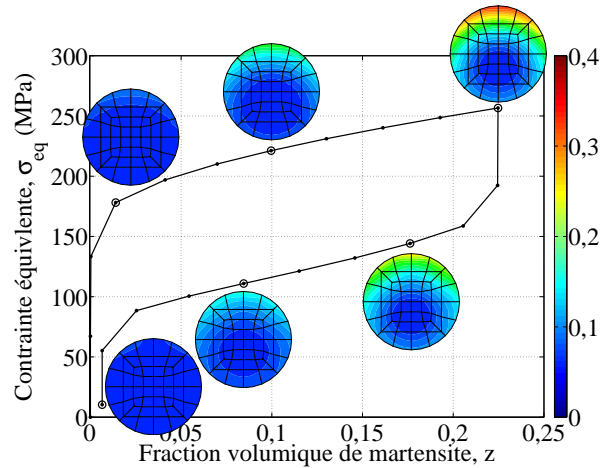


Figure 4.20 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.21 montre la répartition de la contrainte dans la section centrale du ressort lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente dépasse la contrainte seuil de transformation ( $\sigma_0 = 154$  MPa, figure 4.19).

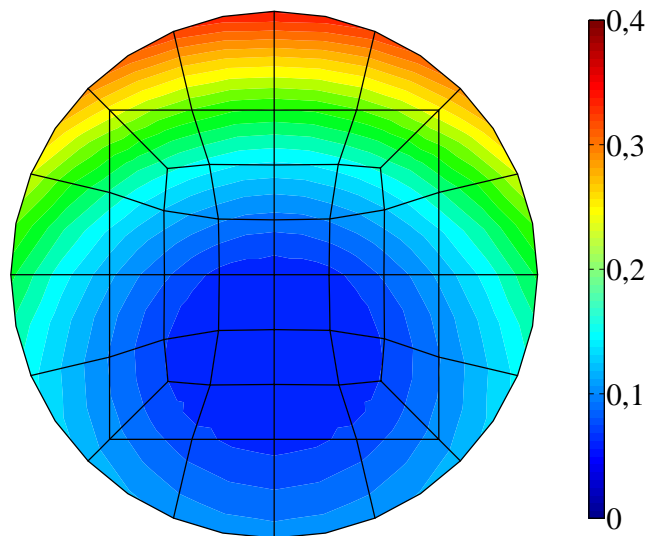


Figure 4.21 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.22 montre l'évolution de l'effort résultant en fonction de la déflexion imposée au ressort au cours de ces quatre cycles. On observe bien que la déformation résiduelle s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée, entraînant d'ailleurs un passage en compression à la fin de la décharge.

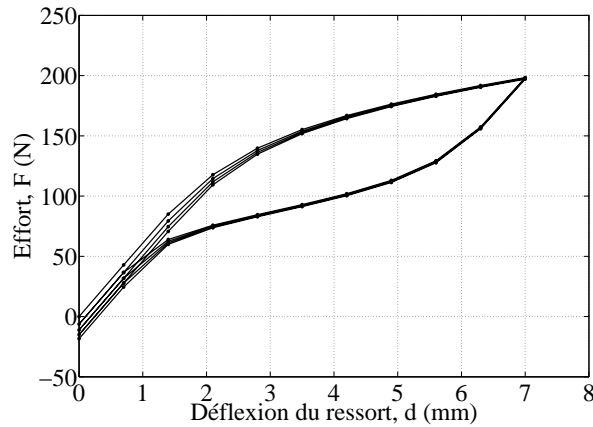


Figure 4.22 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion du ressort lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.23 montre la répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

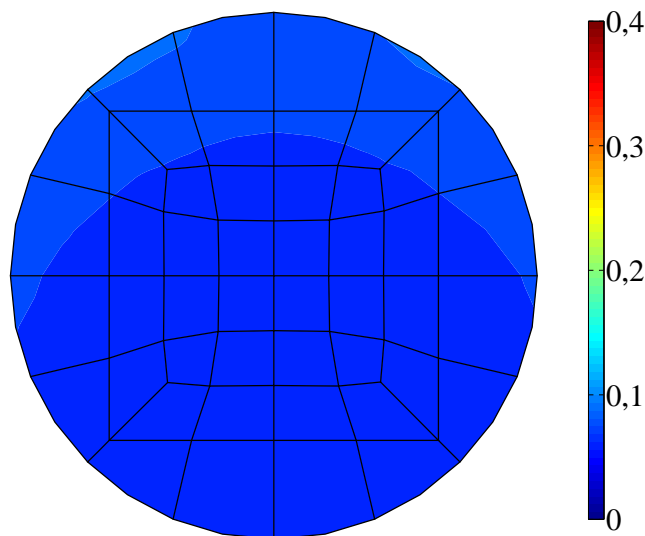


Figure 4.23 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique.

On remarque que la déformation résiduelle est assez faible comparée à celle observée lors des simulations de traction sur un point d'intégration ou sur un élément de volume. La première cause est la déformation qui reste localement faible, mais peut entraîner de grands déplacements. Il y a donc peu de transformation, d'où peu de déformation résiduelle. Le second point est l'accommodation des déformations. En effet, une déformation résiduelle locale peut être gommée par des déformations élastiques dans les zones avoisinantes et ne pas ou peu influencer la déformation globale.

#### 4.3.1.2 Instrument endodontique

La figure 4.24a montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement super-élastique sur une mèche d'outil endodontique servant à dévitaliser les dents. Il est constitué d'une hélice conique à pas variable, dont la section est donnée sur la figure 4.24b (Chevalier *et al.* (2007)). Il est constitué de 16 200 éléments et ceux-ci sont de type CUB20 (cubique avec 20 nœuds par élément), ce qui fait donc un total de 73 561 nœuds. L'outil a une longueur de 16 mm.

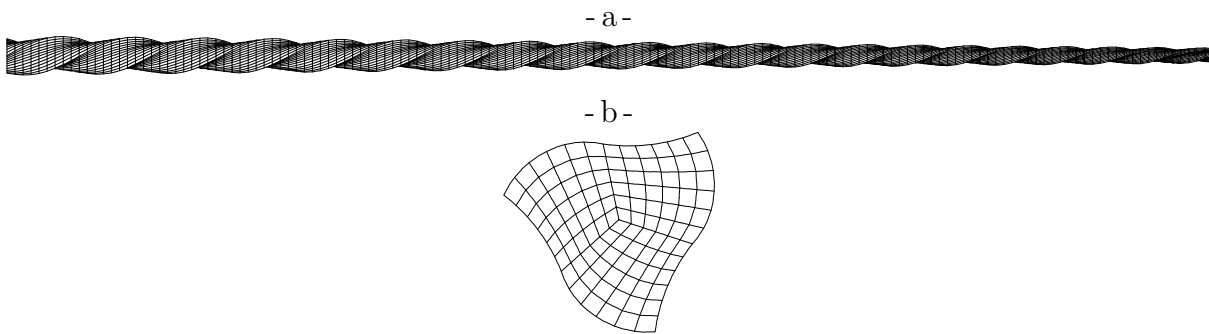


Figure 4.24 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme : a) maillage de l'hélice, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour la base de l'outil et un déplacement imposé perpendiculairement à l'axe de l'outil sur l'extrémité.

Les paramètres matériau sont identiques à ceux utilisés lors de la simulation du ressort sous chargement super-élastique vu dans la partie précédente.

La figure 4.25 montre l'évolution de l'effort résultant,  $F$ , sur l'outil par rapport à sa déflexion,  $d$ . Là aussi, seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) de l'outil au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage non déformé en noir pour certains points du chargement.

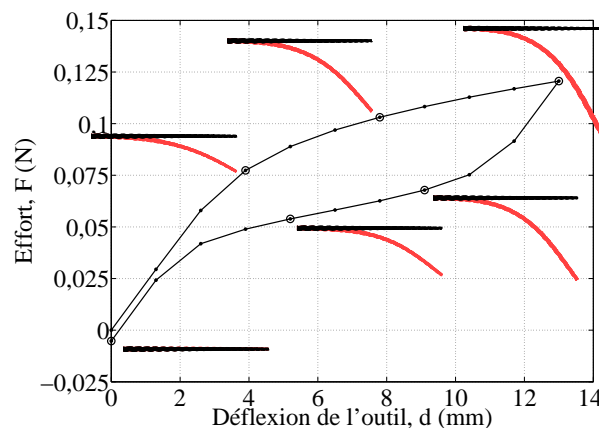


Figure 4.25 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.26 montre la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale de l'outil lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe une répartition proche de la répartition classique de la contrainte équivalente dans une poutre en flexion.

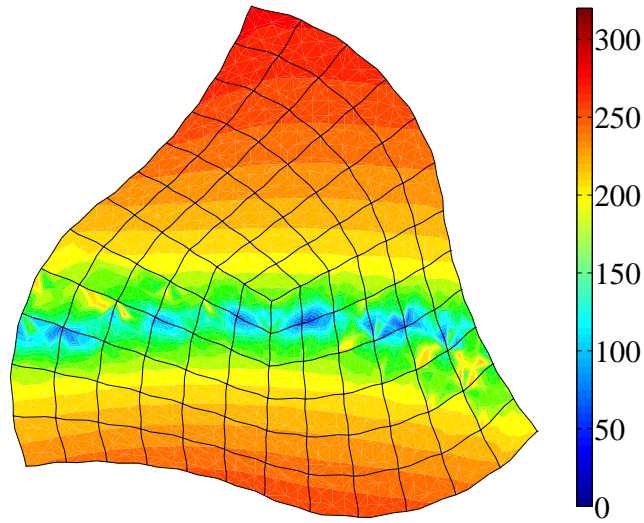


Figure 4.26 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

La figure 4.27 montre l'évolution sur un point de Gauss situé dans la section centrale de l'outil de la contrainte équivalente,  $\sigma_{eq}$ , en fonction de la fraction volumique de martensite,  $z$ . La répartition dans la section de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe l'apparition progressive de la martensite sur les zones les plus contraintes et de la martensite résiduelle à la fin de la décharge.

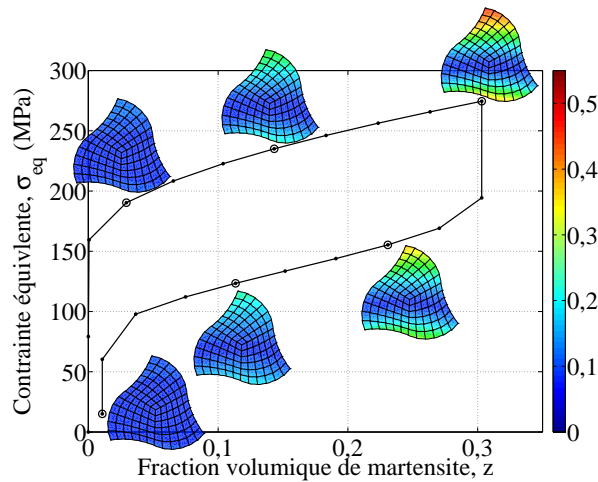


Figure 4.27 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.



La figure 4.28 montre la répartition de la contrainte dans la section centrale de l'outil lorsque le déplacement maximal est appliqué. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente dépasse la contrainte seuil de transformation ( $\sigma_0 = 154$  MPa, figure 4.26).

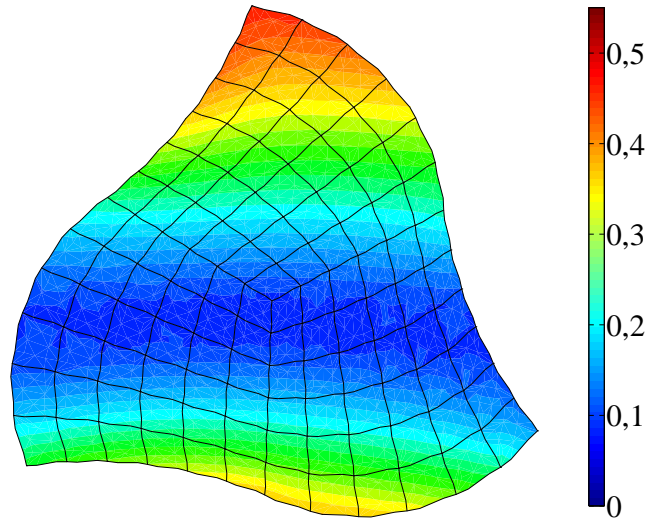


Figure 4.28 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.29 montre l'évolution de l'effort résultant en fonction de la déflexion imposée à l'outil au cours de ces quatre cycles. On observe bien la déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

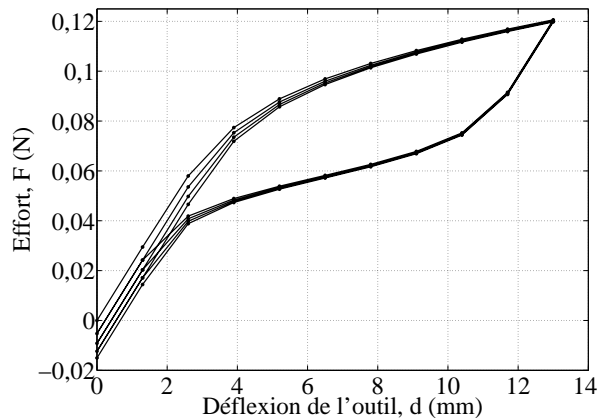


Figure 4.29 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion de l'outil endodontique lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.30 montre la répartition dans la section centrale de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

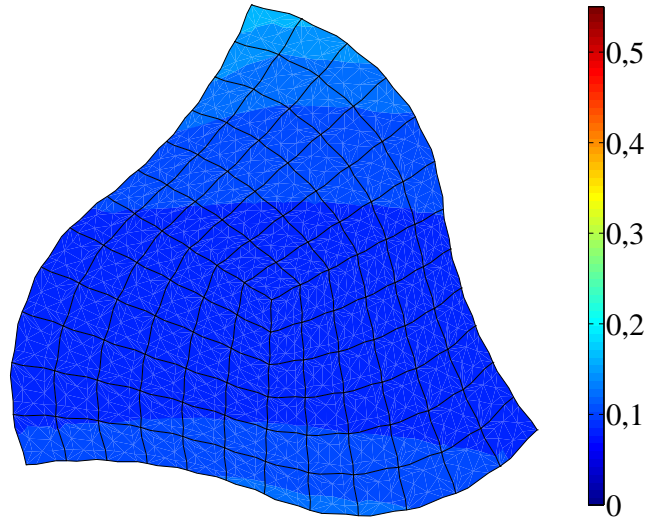


Figure 4.30 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique.

### 4.3.2 Chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal

Dans cette partie, nous montrerons les résultats de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté réalisé sur la structure du ressort.

La figure 4.31 montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal, après application d'une pré-contrainte. Il est similaire à celui utilisé lors du chargement de super-élasticité (partie 4.3.1.1), mais avec un diamètre de spire plus important (20 mm) par rapport au diamètre du fil (3 mm).

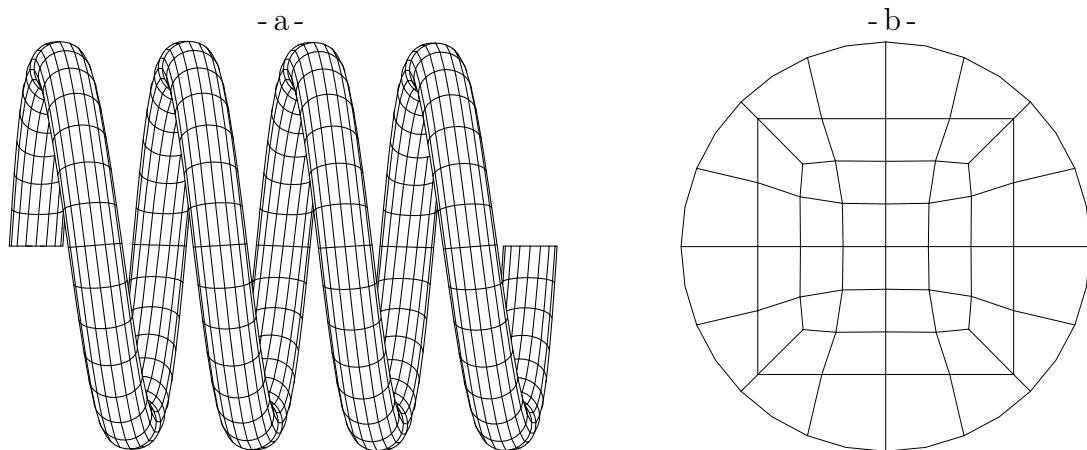


Figure 4.31 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme après pré-contrainte : a) maillage des spires, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour l'une des extrémités du ressort et un effort imposé suivant l'axe du ressort sur l'autre extrémité.

Les paramètres matériau utilisés sont identiques à ceux de la partie précédente.

Le chargement consiste à appliquer une pré-contrainte de 250 N à haute température (150°C) dans le domaine élastique de l'austénite. Puis on impose un cyclage thermique sur l'ensemble du ressort. Cela consiste à refroidir afin de passer dans le domaine martensitique de l'Alliage à Mémoire de Forme, puis à chauffer pour retourner dans le domaine austénitique.

La figure 4.32 montre l'évolution de la déflexion du ressort,  $d$ , par rapport à la température,  $T$ . Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) du ressort au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage déformé après l'application de la pré-contrainte, en noir pour certains points du chargement.

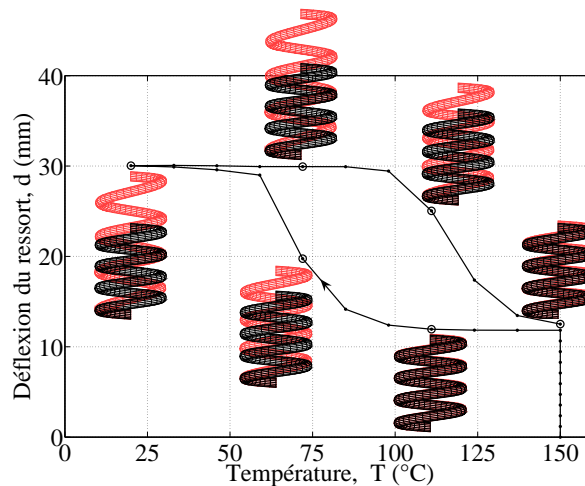


Figure 4.32 – Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température et représentation de la déformée lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

Les figures 4.33a et 4.33b montrent la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale du ressort respectivement avant et après le refroidissement. On observe aussi une dissymétrie de la répartition due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. Mais cette dissymétrie est plus faible que lors de la simulation du chargement super-élastique car le rayon de spire utilisé est plus important par rapport au diamètre du fil. L'axe du ressort se situe au dessus de la section représentée. On peut remarquer que lors du refroidissement il y a une redistribution des contraintes due à la transformation. En effet, la contrainte sur les bords de la section diminue à cause de la déformation de transformation qui apparaît. La contrainte dans la zone proche du centre de la section augmente alors pour compenser, afin de maintenir le couple de torsion constant.

La figure 4.34 montre l'évolution sur un point de Gauss dans la section centrale et

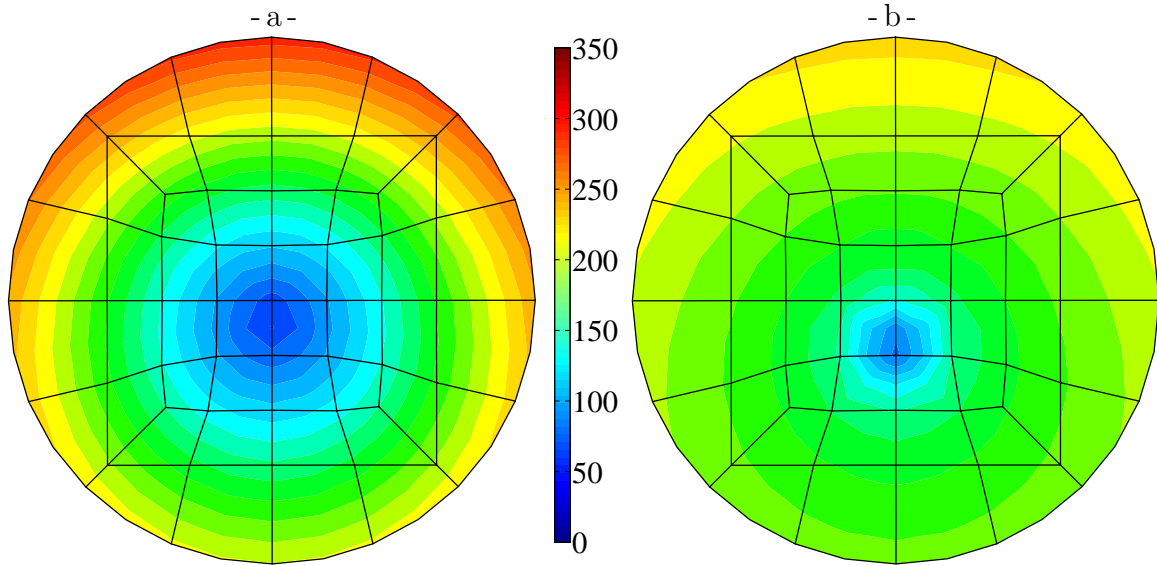


Figure 4.33 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté : a) à la fin de la pré-contrainte élastique, et b) après refroidissement.

proche de l'axe du ressort, de la fraction volumique de martensite,  $z$ , en fonction de la température,  $T$ . La répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe, au cours du chargement thermique, l'apparition et la disparition progressive de la martensite qui présente aussi une légère dissymétrie et une déformation résiduelle à la fin du chauffage.

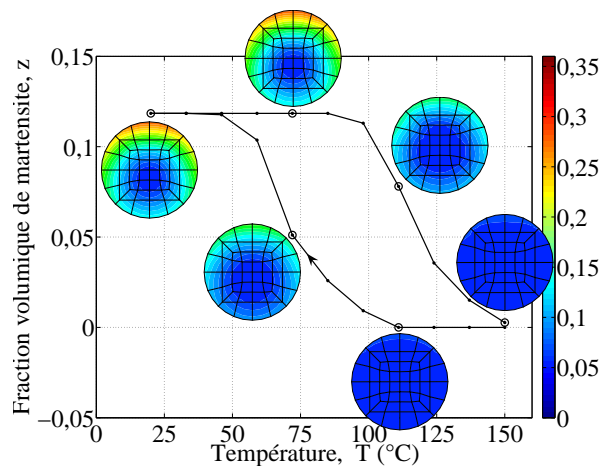


Figure 4.34 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.35 montre la répartition de la fraction volumique de martensite dans la section centrale du ressort lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente est la plus importante (figure 4.33).

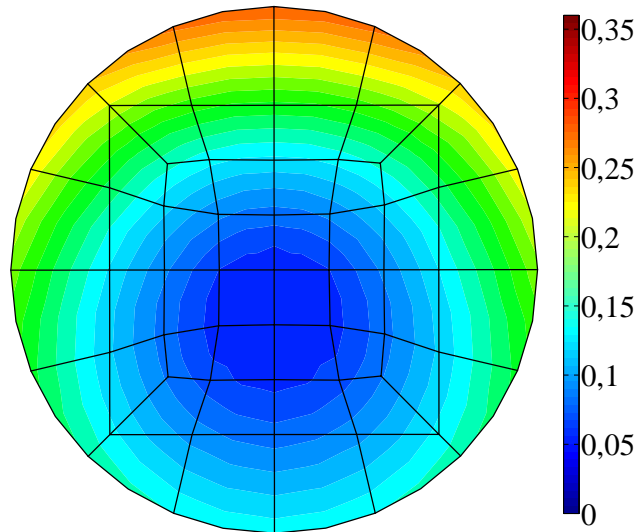


Figure 4.35 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.36 montre l'évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température imposée au cours de ces quatre cycles. On observe une légère déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

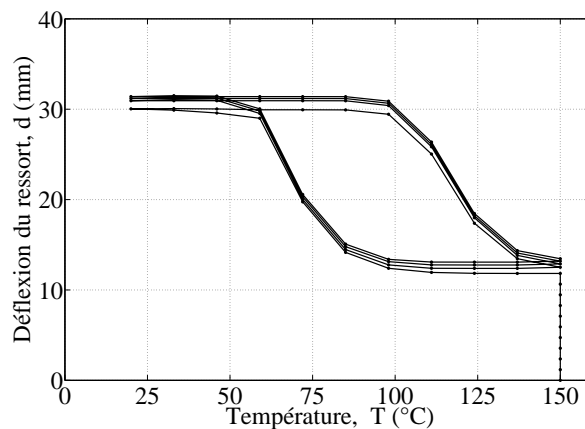


Figure 4.36 – Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température lors d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.37 montre la répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la

martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

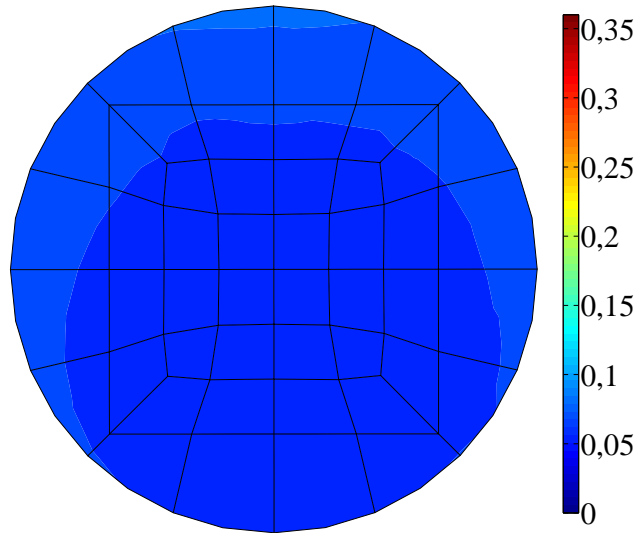


Figure 4.37 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique.

### 4.3.3 Actionneurs à ressorts antagonistes

Dans cette partie, nous montrerons les résultats des simulations du fonctionnement d'un actionneur basé sur l'utilisation de ressorts antagonistes. Nous avons réalisé deux simulations. Pour la première, nous avons utilisé un ressort élastique couplé avec un ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui travaillera donc en effet mémoire assisté. Nous appellerons donc ce montage un actionneur AMF/élastique. Dans la seconde simulation, nous avons remplacé le ressort élastique par un autre ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui reste à température ambiante et travaille donc en super-élasticité. Nous nommerons donc ce montage un actionneur AMF/AMF. Avant de réaliser le chargement thermique, une pré-contrainte est appliquée en imposant un déplacement à une extrémité de l'actionneur.

Les figures 4.38a et 4.38b montrent les maillages utilisés pour réaliser les simulations, une fois la pré-contrainte appliquée. Le maillage de chaque ressort est identique à celui utilisé lors du chargement d'effet mémoire assisté (partie 4.3.2). Les deux ressorts sont liés entre eux au niveau des sections centrales mais nous les représenterons avec un espacement entre les deux pour une meilleure visualisation.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement à l'une des extrémités du montage et un déplacement imposé suivant l'axe de l'actionneur sur l'autre extrémité. Le déplacement suivant l'axe de l'actionneur des extrémités centrales du montage est imposé identique sur chacun des ressorts et les autres déplacements de ces sections sont bloqués.

Le chargement consiste, dans un premier temps, à appliquer une pré-contrainte sur l'actionneur en imposant un déplacement à une extrémité de l'actionneur. Ce déplacement est pris de telle manière à ne pas dépasser une contrainte maximale de 430 MPa dans les ressorts et il est maintenu constant durant le reste du chargement. Ensuite, un cyclage

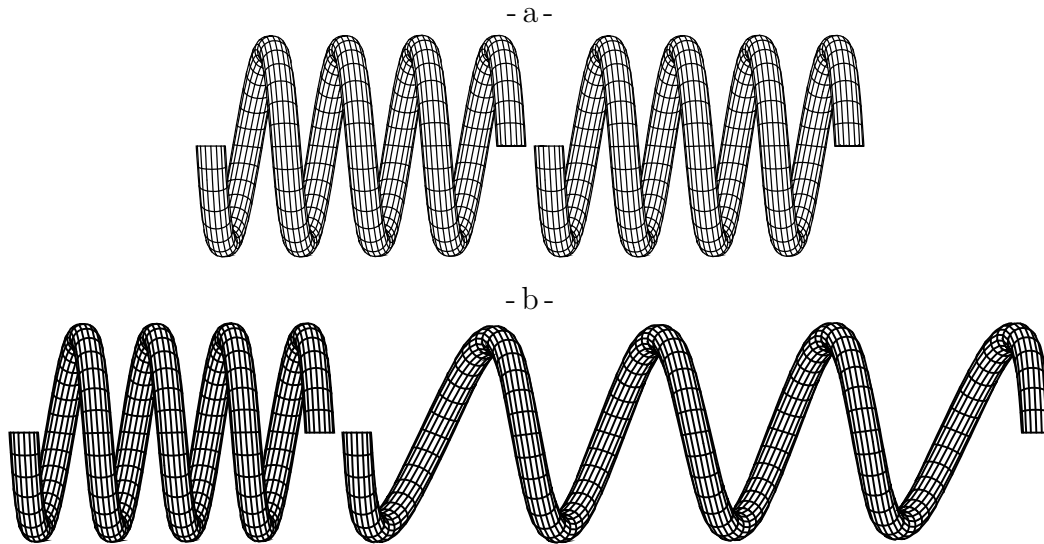


Figure 4.38 – Maillages utilisés pour la simulation d'un actionneur à ressorts antagonistes après pré-contrainte pour : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

thermique est imposé sur le/un ressort en Alliage à Mémoire de Forme, alors que l'autre ressort reste à température ambiante (20°C). La transformation de l'austénite entraîne alors un déplacement de la section centrale de l'actionneur.

Les paramètres matériau utilisés sont identiques à ceux de la partie précédente pour les ressorts en Alliage à Mémoire de Forme. Pour le ressort élastique, nous avons pris le même module d'Young et coefficient de Poisson que pour les autres ressorts.

Les figures 4.39a et 4.39b montrent l'évolution du déplacement,  $d$ , de la section centrale en fonction de la température,  $T$ , pour les deux types de montage. Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) des actionneurs au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage déformé après la

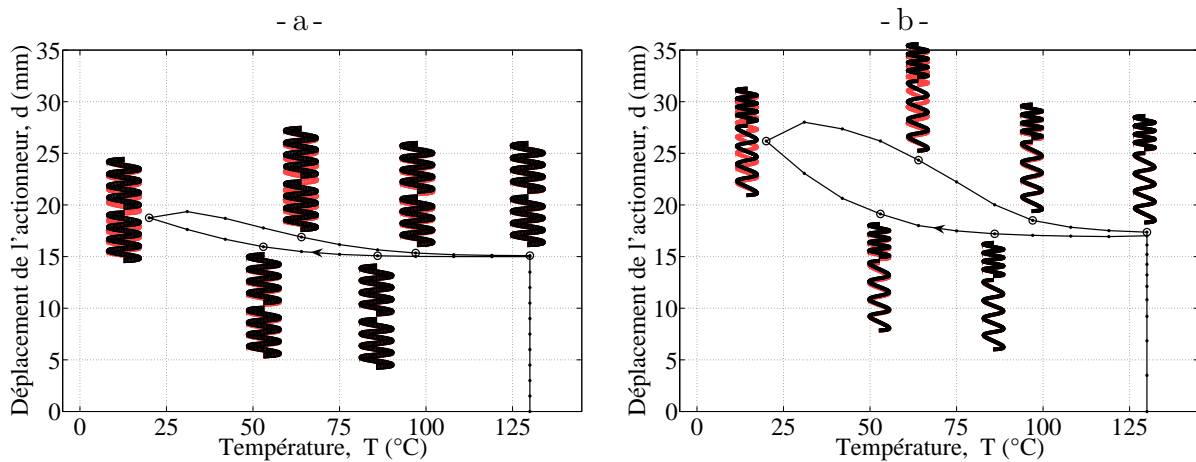


Figure 4.39 – Évolution du déplacement d'un actionneur en fonction de la température et représentation de la déformée des ressorts pour : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.



charge élastique en noir, pour certains points du chargement. On observe que le déplacement généré lors du cyclage thermique de l'actionneur AMF/AMF est plus important que celui de l'actionneur AMF/élastique.

Les figures 4.40a et 4.40b montrent la répartition de la contrainte équivalente dans les sections centrales des ressorts de l'actionneur AMF/élastique après l'application de la pré-contrainte. Pour les ressorts en Alliages à Mémoire de Forme, c'est la contrainte équivalente donnée par l'équation 3.7 qui est utilisée. Pour le ressort élastique, c'est la contrainte équivalente de von Mises. Les figures 4.41, 4.42 et 4.43 montrent le même résul-

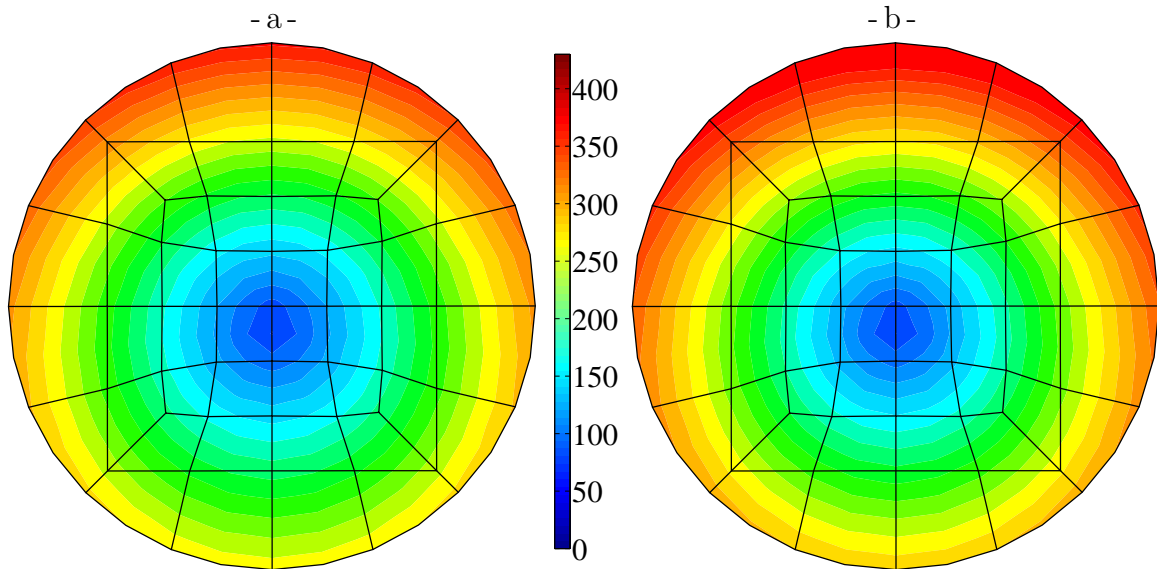


Figure 4.40 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux de l'actionneur AMF/élastique après pré-contrainte : a) dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme, et b) dans le ressort élastique (contrainte de von Mises).

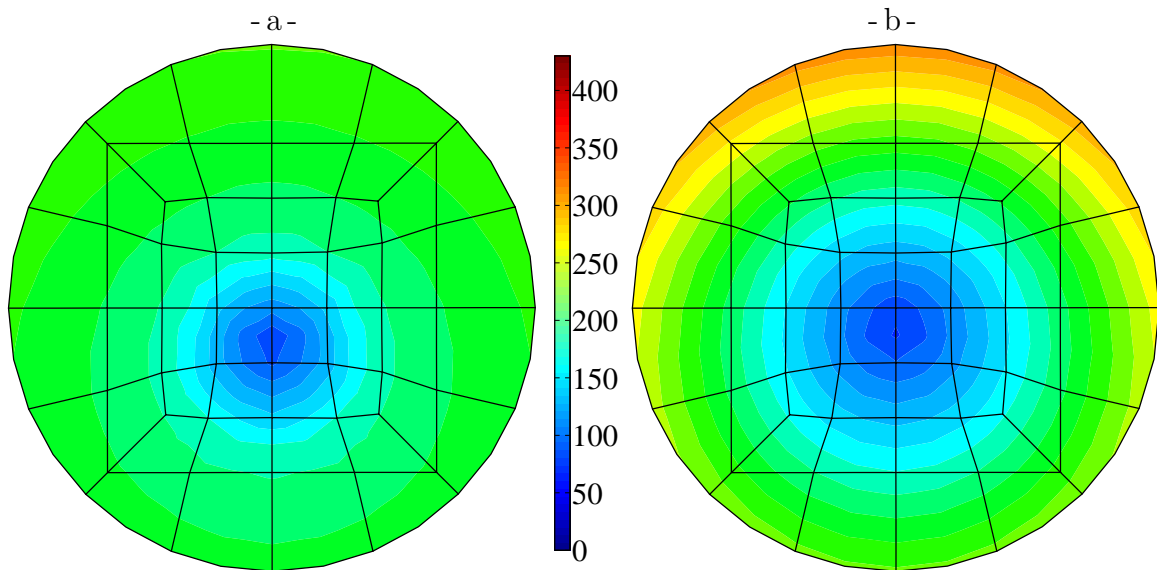


Figure 4.41 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/élastique après refroidissement : a) dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme, et b) dans le ressort élastique (contrainte de von Mises).



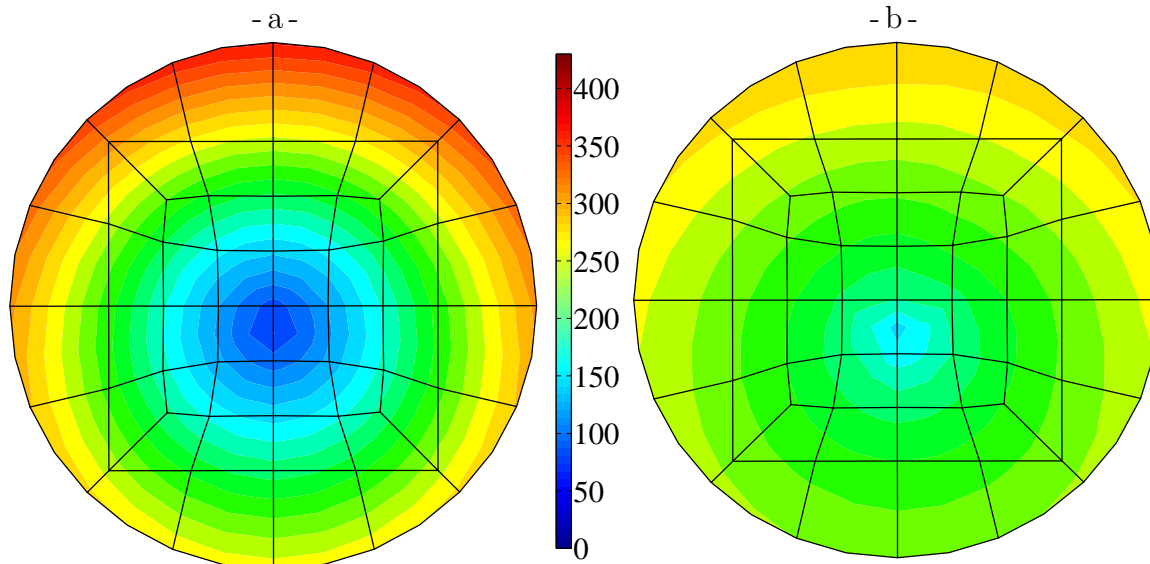


Figure 4.42 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après pré-contrainte : a) dans le ressort soumis au chargement thermique, et b) dans le ressort à température constante.

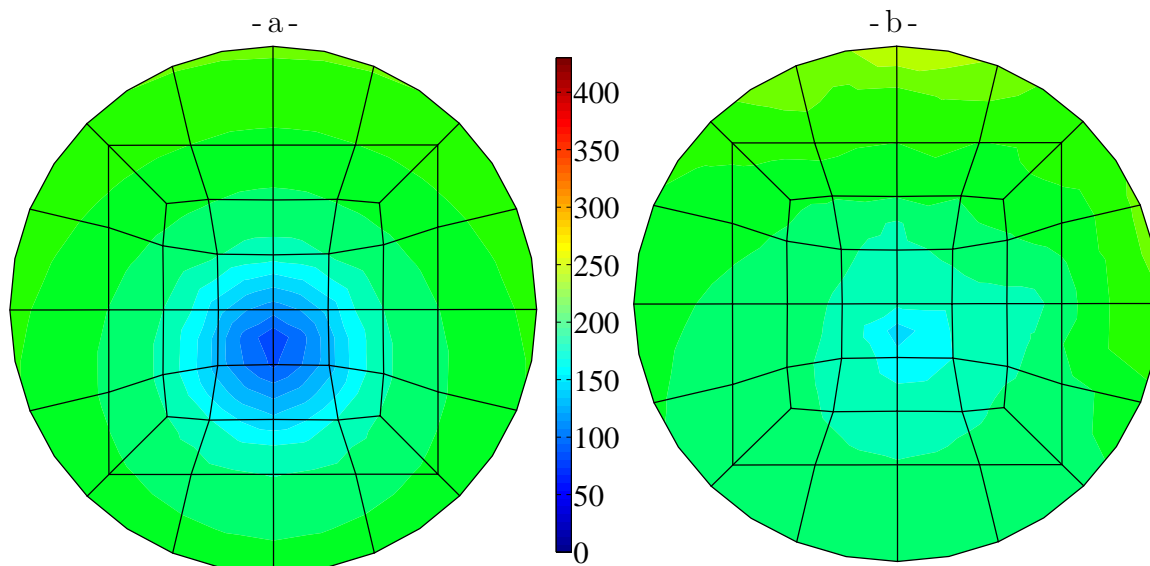


Figure 4.43 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après refroidissement : a) dans le ressort soumis au chargement thermique, et b) dans le ressort à température constante.

tat pour les ressorts de l'actionneur AMF/élastique après refroidissement et les ressorts de l'actionneur AMF/AMF après l'application de la pré-contrainte et après refroidissement. On observe encore une légère dissymétrie de la répartition, due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. L'axe du ressort se situe au dessus des sections représentées.

Sur l'actionneur AMF/élastique, on peut remarquer qu'après application de la pré-contrainte, la répartition des contraintes dans les deux ressorts est quasiment identique,

ce qui est normal vu qu'ils restent en élasticité tous les deux. Après refroidissement, la déformation qui apparaît dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme pendant la transformation entraîne une redistribution des contraintes dans ce ressort et une diminution de la contrainte dans le ressort élastique.

Sur l'actionneur AMF/AMF, la contrainte dans le ressort subissant le cyclage thermique après application de la contrainte est identique à celle observée sur l'actionneur AMF/élastique. Par contre, elle est plus faible dans le second ressort à cause de la redistribution des contraintes dans la section due à la déformation de transformation. Lors du refroidissement, on observe, là aussi, une redistribution des contraintes dans le premier ressort et une diminution de la contrainte dans le ressort à température constante.

La figure 4.44 montre l'évolution sur un point de Gauss dans la section centrale et proche de l'axe du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique, de la fraction volumique de martensite,  $z$ , en fonction de la température,  $T$ . La répartition

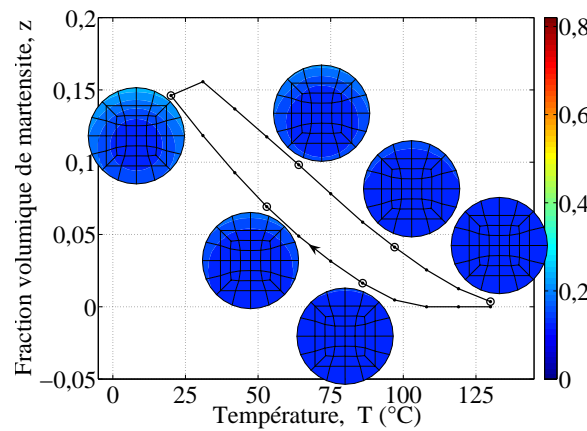


Figure 4.44 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique.

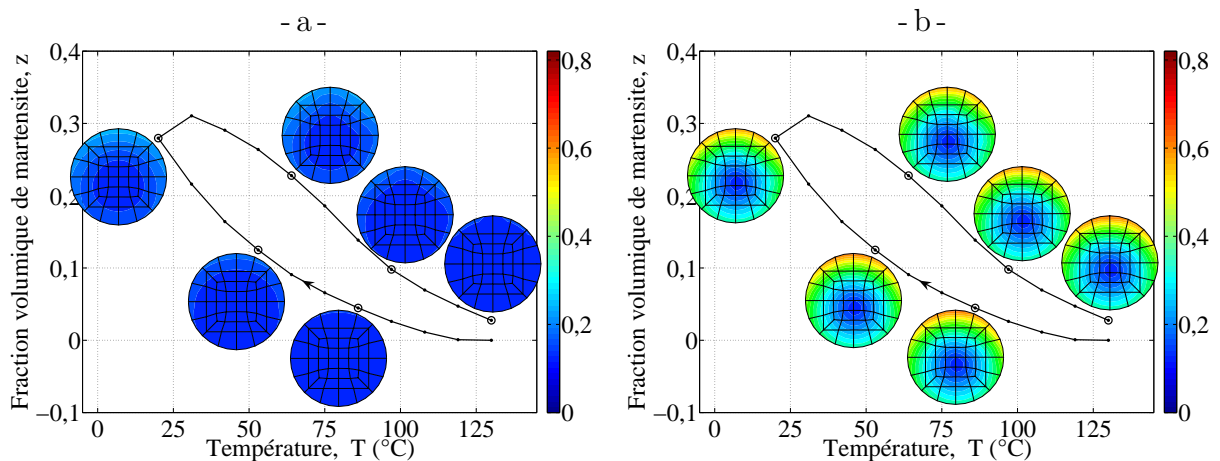


Figure 4.45 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF.

dans la section centrale des ressorts, de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. Les figures 4.45a et 4.45b montrent les mêmes résultats pour les ressorts de l'actionneur AMF/AMF. On observe l'apparition et la disparition progressive de la martensite au cours du chargement thermique et de la martensite résiduelle à la fin du chauffage.

Les figures 4.46, 4.47a et 4.47b montrent la répartition de la fraction volumique dans la section centrale des ressorts des actionneurs AMF/élastique et AMF/AMF lorsque l'on atteint la température minimale. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente est la plus importante.

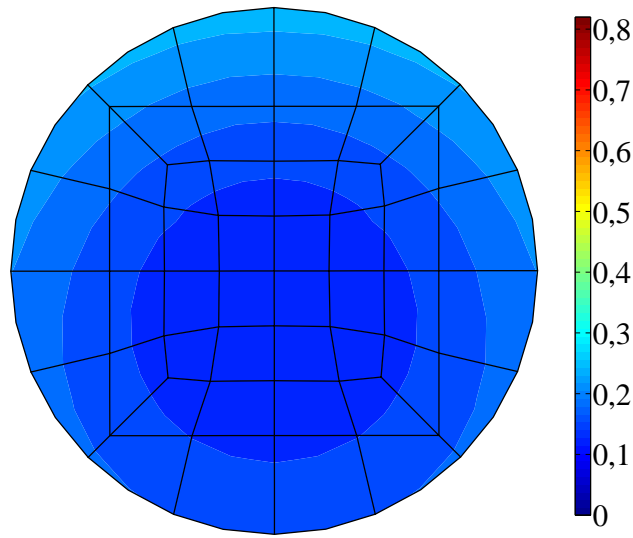


Figure 4.46 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique.

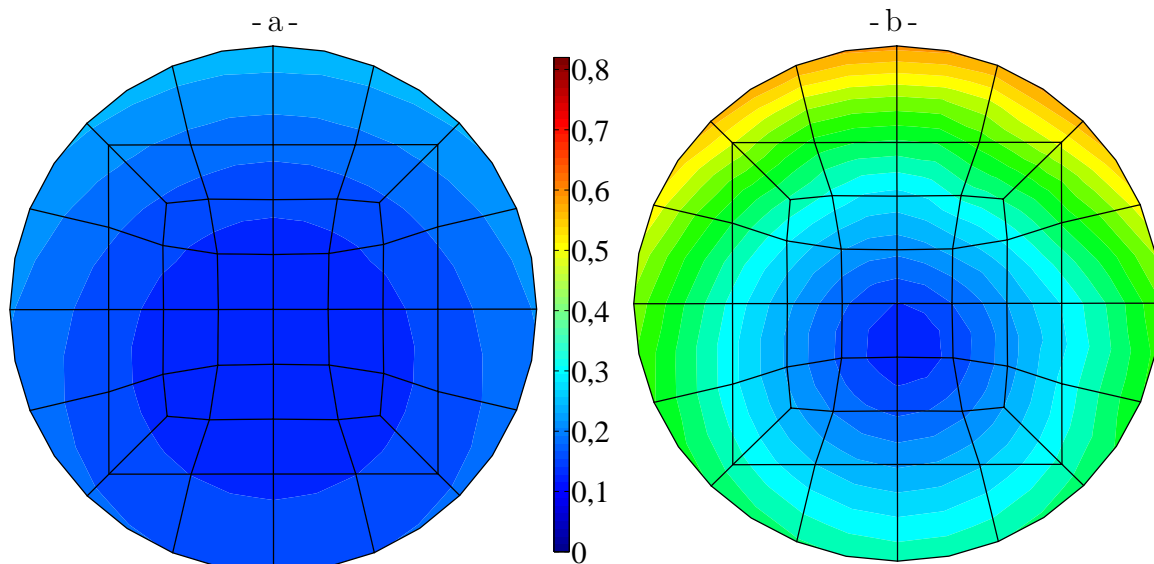


Figure 4.47 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés sur l'actionneur AMF/élastique et trois cycles sur l'actionneur AMF/AMF. Les figures 4.36a et 4.36b montrent l'évolution du déplacement,  $d$ , de la section centrale en fonction de la température,  $T$ , au cours de ces cycles. On observe une légère déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

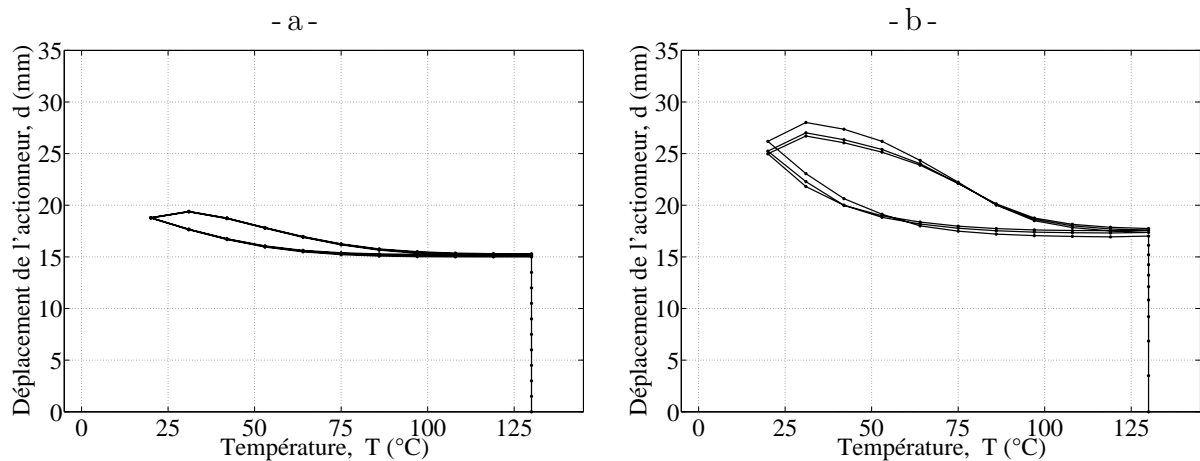


Figure 4.48 – Évolution en fonction de la température, du déplacement de la zone centrale de : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

L'évolution de la force appliquée sur l'actionneur pour maintenir le déplacement imposé constant tout au long du chargement thermique est donnée pour les deux actionneurs sur les figures 4.49a et 4.49b. On observe une diminution logique de l'effort lors du refroidissement. En effet, la transformation induite par l'évolution de la température entraîne un allongement du ressort subissant le chargement thermique, ce qui implique une baisse de l'effort dans l'actionneur. La diminution est légèrement plus faible pour le l'actionneur AMF/AMF à cause du léger comportement à plateau du ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui autorise une variation de la déformation pour un effort quasiment constant.

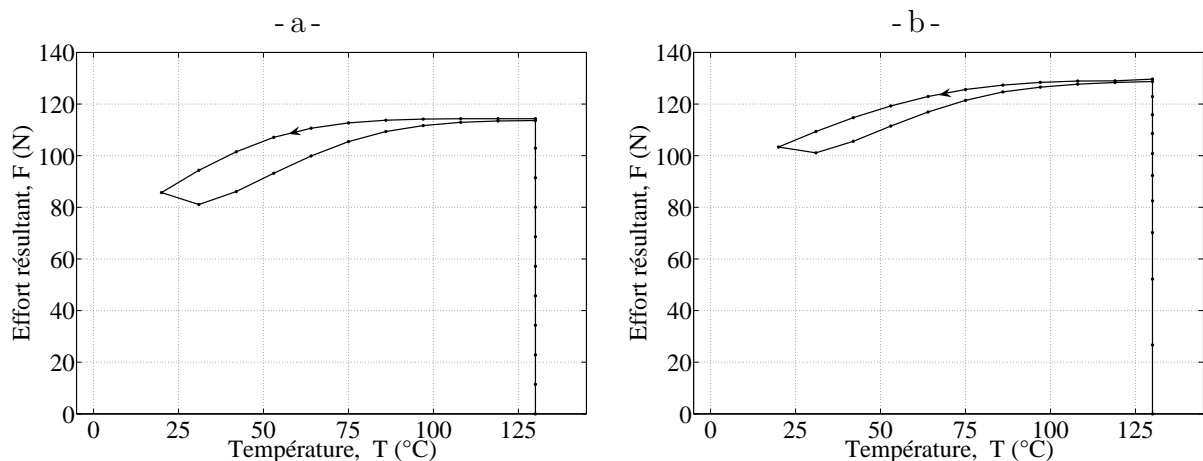


Figure 4.49 – Évolution en fonction de la température de l'effort résultant appliqué sur : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

Les figures 4.50a et 4.50b montrent la répartition, dans la section centrale des ressorts subissant le chargement thermique, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du troisième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation. Elle est légèrement inférieure pour le ressort de l'actionneur AMF/élastique car il y a eu moins de transformation pour ce montage.

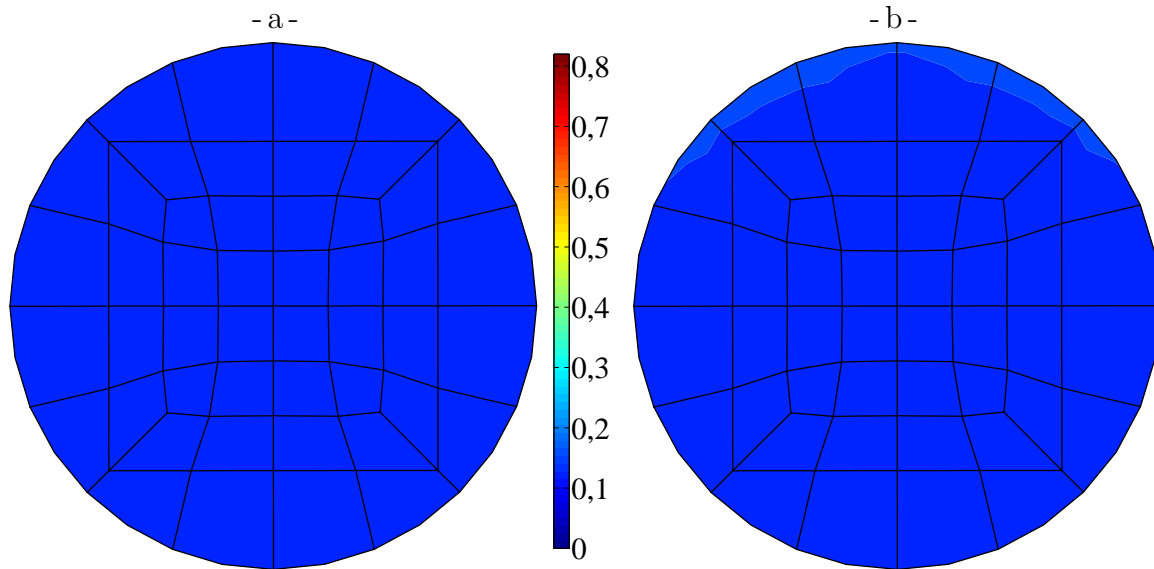


Figure 4.50 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section du ressort sur lequel est appliqué le chargement d'effet mémoire assisté cyclique de : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

## 4.4 Conclusion

La méthode du *retrun-mapping* a été utilisée pour réaliser l'intégration numérique du modèle. Comme les résultats des validations l'ont montré sur un point d'intégration ainsi que sur un élément de volume, cette méthode permet une convergence rapide. La réorientation a été prise en compte par une alternance entre transformations directe et inverse, permettant l'évolution de la direction de la déformation de transformation tout en ayant une fraction volumique de martensite constante.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements thermo-mécaniques cycliques. On observe naturellement que la transformation se produit dans les zones les plus contraintes des structures. La martensite résiduelle apparaît alors dans ces mêmes zones, mais elle influence assez peu le comportement global de la structure. En effet, la déformation résiduelle engendrée est accommodée par des déformations élastiques des zones voisines.



# Conclusion

L'objectif de cette étude était de modéliser le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargements cycliques. En effet, ceux-ci affectent sensiblement leur comportement. Cependant, peu de modèles présents dans la littérature permettent de décrire ce comportement et certaines propriétés des Alliages à Mémoire de Forme ne sont pas prises en compte dans ces modèles.

Le développement s'est réalisé en deux étapes. La première a permis de prendre en compte le comportement sous chargement super-élastique cyclique. Pour cela, nous avons donc réalisé différents essais de traction cycliques afin de cerner au mieux le comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour ce type de chargements. Nous avons donc observé que l'apparition de la déformation résiduelle dépend de l'amplitude du chargement, mais aussi de l'histoire du chargement. L'effet point mémoire a été vérifié, ainsi que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente grâce à des mesures de résistivité. L'origine de la déformation résiduelle a été déterminée à l'aide d'un flash thermique appliqué à la fin des chargements cycliques. Celui-ci entraîne une forte diminution de la déformation résiduelle, ce qui montre qu'elle provient en majeure partie de martensite résiduelle.

À partir de ces observations, nous avons proposé un modèle basé sur celui développé par Bouvet *et al.* (2004). Le modèle développé dans ce chapitre prend en compte les particularités observées pour des chargements cycliques et nous avons utilisé une écriture 3D afin de pouvoir simuler des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Les paramètres du modèle ont été identifiés à partir de certains des essais réalisés et le modèle a été validé sur l'ensemble des autres essais effectués et des essais provenant de la littérature.

La seconde étape a permis d'ajouter le comportement d'effet mémoire assisté. Nous avons donc réalisé des essais d'effet mémoire assisté permettant de montrer le comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour un chargement thermique cyclique. Nous avons observé l'apparition d'une déformation résiduelle à basse et haute températures lors de chargements d'effet mémoire assisté cycliques. L'effet point mémoire a aussi été vérifié pour ce type de chargements.

Ces observations ont permis de proposer des modifications à la première version du modèle afin de simuler aussi les chargements d'effet mémoire assisté cycliques. La déformation résiduelle provient alors de martensite bloquée qui s'accumule au cours des cycles. Les paramètres de cette nouvelle version du modèle sont, là aussi, identifiés à partir de certains des essais réalisés. Le modèle a été validé sur l'ensemble des autres essais effectués et des essais provenant de la littérature.

Finalement, le modèle a été implanté dans le logiciel de calcul par éléments finis Cast3M. La méthode d'intégration utilisée est le *return-mapping* qui permet une convergence rapide. La réorientation est simulée en alternant transformation directe et transformation inverse. L'intégration numérique a été validée par des simulations de divers chargements sur un point d'intégration ainsi que sur un élément de volume. Nous avons ensuite réalisé des simulations de chargements cycliques sur différentes structures en Alliage à Mémoire de Forme subissant des chargements de super-élasticité et d'effet mémoire assisté cycliques.

Le modèle permet donc de simuler le comportement macroscopique de structures soumises à des chargements thermo-mécaniques multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Il prend en compte les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme qui sont : la dissymétrie traction-compression, l'effet point mémoire, la réorientation de la martensite et l'apparition de martensite bloquée.

Cependant certains points restent encore à étudier.

Pour compléter la base d'essais, il serait intéressant de réaliser des essais pour d'autres alliages que le Cu-Al-Be afin de valider quantitativement le comportement du modèle pour différents types d'alliages. En effet la validation qualitative du comportement super-élastique du modèle pour un alliage de Ni-Ti réalisée n'est pas suffisante pour valider le bon fonctionnement du modèle pour différents alliages.

De même, aucun essai ne nous a permis de valider quantitativement le comportement du modèle lors de la réorientation. Il serait donc préférable de réaliser des essais multiaxiaux non-proportionnels afin de compléter la validation du modèle pour ce type de chargements.

Au niveau du modèle quelques points sont aussi à ajouter.

En effet, le modèle ne prend pas en compte la présence de la martensite auto-accommodée. Or celle-ci intervient lors de chargements thermiques sous de faibles contraintes, lors de chargements de pseudo-plasticité ou des chargements d'effet retour contraint qui sont aussi souvent utilisés dans les applications. La martensite auto-accommodée peut par exemple être modélisée par une fraction volumique dont la somme avec la fraction volumique de martensite orientée ne peut dépasser 1. La transformation de l'austénite en martensite auto-accommodée peut être pilotée par un critère de transformation en température, et la transformation de la martensite auto-accommodée en martensite orientée par un critère de transformation en contrainte.

De plus, il serait aussi intéressant d'écrire le cadre thermodynamique du modèle afin de vérifier qu'il respecte bien les principes de la thermodynamique.

Enfin, une démarche possible serait de développer un modèle micro-macro avec prise en compte de l'apparition de la martensite résiduelle lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Cela permettrait, en effet, de comparer les résultats avec les comportements choisis pour décrire l'apparition de la martensite bloquée ou la réorientation dans le modèle actuel.



À plus long terme, le modèle peut permettre à l'aide d'une étude du comportement des Alliages à Mémoire de Forme jusqu'à rupture, d'étudier l'influence de la martensite résiduelle sur la fatigue de ces matériaux. En effet, il serait intéressant de comparer par exemple la transformation cumulée au moment de la rupture par fatigue lors de différents essais cycliques.



# Annexe A

## Calcul du terme $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi}$

Le tenseur de la dérivée partielle de la contrainte équivalente de von Mises,  $\bar{\sigma}$ , par rapport au tenseur des contraintes,  $\varpi$ , peut s'exprimer simplement en fonction du tenseur des contraintes déviatoriques,  $\mathbb{s}$ , et de la contrainte équivalente de von Mises.

Pour cela, il faut d'abord décomposer la dérivée par rapport au tenseur des contraintes déviatoriques :

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \mathbb{s}} \frac{\partial \mathbb{s}}{\partial \varpi} \quad (\text{A.13})$$

Or  $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbb{s} : \mathbb{s}}$ , on a donc :

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \mathbb{s}} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} 2 \mathbb{s} \right)}{\bar{\sigma}} \quad (\text{A.14})$$

En réinjectant dans l'équation A.13 on obtient :

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} = \frac{3}{2} \frac{\mathbb{s}}{\bar{\sigma}} \frac{\partial \mathbb{s}}{\partial \varpi} \quad (\text{A.15})$$

On peut aussi l'écrire en utilisant la notation indicielle :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\bar{\sigma}} \frac{\partial s_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\bar{\sigma}} \frac{\partial \left( \sigma_{kl} - \frac{1}{3} \sigma_{mm} \delta_{kl} \right)}{\partial \sigma_{ij}} \\ &= \frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\bar{\sigma}} \left( \delta_{ki} \delta_{lj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Or  $\delta_{ki} \delta_{lj}$  correspond à la matrice identité, et  $s_{kl} \delta_{kl} = 0$  car  $\mathbb{s}$  est déviatorique. On a donc :

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} = \frac{3}{2} \frac{\mathbb{s}}{\bar{\sigma}} \quad (\text{A.17})$$

## Calcul du terme $\frac{\partial y_\sigma}{\partial \mathbb{S}}$

On cherche à exprimer la dérivée de  $y_\sigma$  par rapport au tenseur des contraintes, avec :

$$y_\sigma = \frac{27 \det(s)}{2 \bar{\sigma}^3} \quad (\text{A.18})$$

On peut montrer que :

$$\text{tr}(\mathbb{S}^3) = 3 \det(\mathbb{S}) \quad (\text{A.19})$$

En effet, on a :

$$\mathbb{S}^2 = \begin{bmatrix} s_{11}^2 + s_{12}^2 + s_{13}^2 & s_{11}s_{12} + s_{12}s_{22} + s_{13}s_{23} & s_{11}s_{13} + s_{12}s_{23} + s_{13}s_{33} \\ \cdots & s_{12}^2 + s_{22}^2 + s_{23}^2 & s_{12}s_{13} + s_{22}s_{23} + s_{23}s_{33} \\ \cdots & \cdots & s_{13}^2 + s_{23}^2 + s_{33}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Donc :

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbb{S}^3) &= (s_{11}^2 + s_{12}^2 + s_{13}^2)s_{11} + (s_{11}s_{12} + s_{12}s_{22} + s_{13}s_{23})s_{12} \cdots \\ &\quad + (s_{11}s_{13} + s_{12}s_{23} + s_{13}s_{33})s_{13} + (s_{11}s_{12} + s_{12}s_{22} + s_{13}s_{23})s_{12} \cdots \\ &\quad + (s_{12}^2 + s_{22}^2 + s_{23}^2)s_{22} + (s_{12}s_{13} + s_{22}s_{23} + s_{23}s_{33})s_{23} \cdots \\ &\quad + (s_{11}s_{13} + s_{12}s_{23} + s_{13}s_{33})s_{13} + (s_{12}s_{13} + s_{22}s_{23} + s_{23}s_{33})s_{23} \cdots \\ &\quad + (s_{13}^2 + s_{23}^2 + s_{33}^2)s_{33} \\ &= s_{11}^3 + s_{22}^3 + s_{33}^3 + 6s_{12}s_{13}s_{23} \cdots \\ &\quad + s_{12}^2(3s_{11} + 3s_{22}) + s_{13}^2(3s_{11} + 3s_{33}) + s_{23}^2(3s_{22} + 3s_{33}) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Or par définition  $s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0$ , on a alors :

$$\text{tr}(\mathbb{S}^3) = s_{11}^3 + s_{22}^3 + s_{33}^3 - 3s_{12}^2s_{33} - 3s_{13}^2s_{22} - 3s_{23}^2s_{11} + 6s_{12}s_{13}s_{23} \quad (\text{A.22})$$

Mais aussi :

$$\begin{aligned} s_{11}^3 + s_{22}^3 + s_{33}^3 &= -(s_{22} + s_{33})^3 + s_{22}^3 + s_{33}^3 \\ &= -(s_{22}^3 + 3s_{22}^2s_{33} + 3s_{22}s_{33}^2 + s_{33}^3) + s_{22}^3 + s_{33}^3 \\ &= -3(s_{22} + s_{33})s_{22}s_{33} \\ &= 3s_{11}s_{22}s_{33} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Donc en remplaçant dans l'équation A.22 :

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbb{S}^3) &= 3(s_{11}s_{22}s_{33} - s_{12}^2s_{33} - s_{13}^2s_{22} - s_{23}^2s_{11} + 2s_{12}s_{13}s_{23}) \\ &= 3 \det(\mathbb{S}) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Il faut alors calculer  $\frac{\partial \text{tr}(\mathbb{S}^3)}{\partial \mathbb{S}}$  :

$$\text{tr}(\mathbb{S}^3) = s_{ij}s_{jk}s_{ki} \quad (\text{A.25})$$

Donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{tr}(\mathbb{S}^3)}{\partial \mathbb{S}} &= \frac{\partial s_{ij}s_{jk}s_{ki}}{\partial s_{mn}} \\
 &= \delta_{mi}\delta_{nj}s_{jk}s_{ki} + \delta_{mj}\delta_{nk}s_{ki}s_{ij} + \delta_{mk}\delta_{ni}s_{ij}s_{jk} \\
 &= s_{mk}s_{kn} + s_{mi}s_{in} + s_{mj}s_{jn} \\
 &= 3\mathbb{S}^2
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

On a alors la relation suivante :

$$\frac{\partial y_\sigma}{\partial \mathbb{S}} = \frac{27}{2} \frac{\partial \frac{\text{tr}(\mathbb{S}^3)}{3\bar{\sigma}^3}}{\partial \mathbb{S}} = \frac{27}{2\bar{\sigma}} \left( \left( \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} \right)^2 - 3y_\sigma \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} \right) \tag{A.27}$$

Or comme on l'a vu dans les équations A.16 et A.17 :

$$\mathbb{S} \frac{\partial \mathbb{S}}{\partial \mathbb{W}} = \mathbb{S} \tag{A.28}$$

On a aussi :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{S}^2 \frac{\partial \mathbb{S}}{\partial \mathbb{W}} &= s_{im}s_{mj} \left( \delta_{ki}\delta_{lj} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \right) \\
 &= s_{km}s_{ml} - \frac{1}{3}\delta_{ij}s_{im}s_{mj}\delta_{kl} \\
 &= \mathbb{S}^2 - \frac{1}{3}\text{tr}(s^2) \mathbb{I}_d \\
 &= \mathbb{S}^2 - \frac{2}{9}\bar{\sigma}^2 \mathbb{I}_d
 \end{aligned} \tag{A.29}$$

On obtient alors l'expression de  $\frac{\partial y_\sigma}{\partial \mathbb{W}}$  :

$$\frac{\partial y_\sigma}{\partial \mathbb{W}} = \frac{9}{2\bar{\sigma}} \left( 3 \left( \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} \right)^2 - y_\sigma \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right) \tag{A.30}$$



# Annexe B

Cet annexe regroupe les figures de la partie 4.2 qui n'ont pas été insérées dans le texte.

## Validation sur un point d'intégration

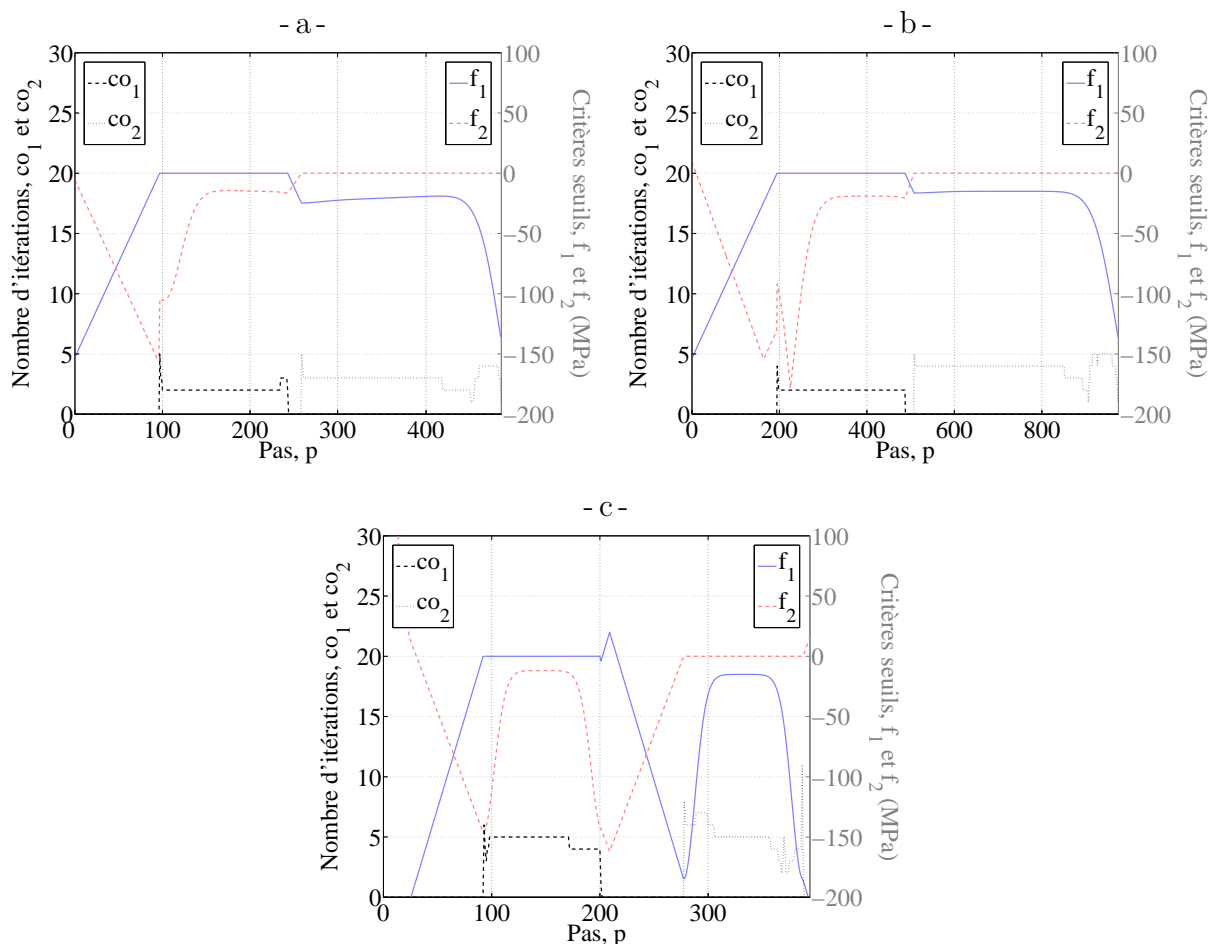


Figure B.1 – Évolution de la valeur des critères de transformation et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de : a) cisaillement, b) compression, et c) effet mémoire assisté.

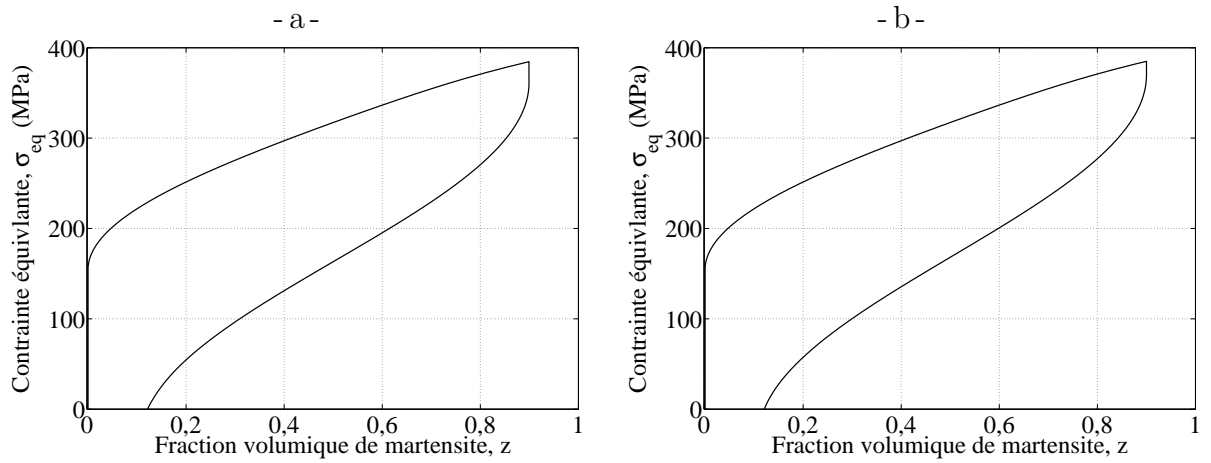


Figure B.2 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de : a) cisaillement, et b) compression.

## Validation sur un élément de volume

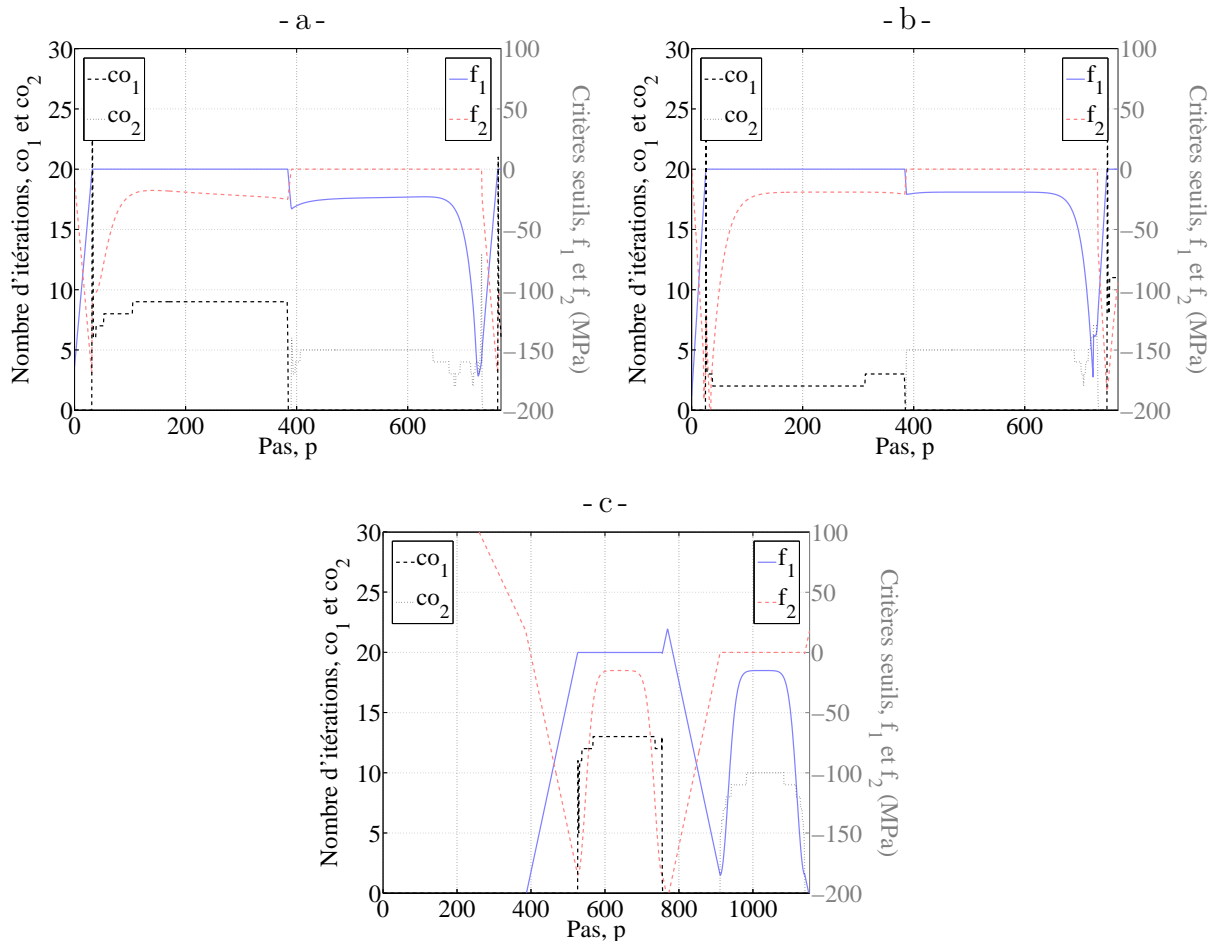


Figure B.3 – Évolution de la valeur des critères de transformation et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de : a) cisaillement, b) compression, et c) effet mémoire assisté.



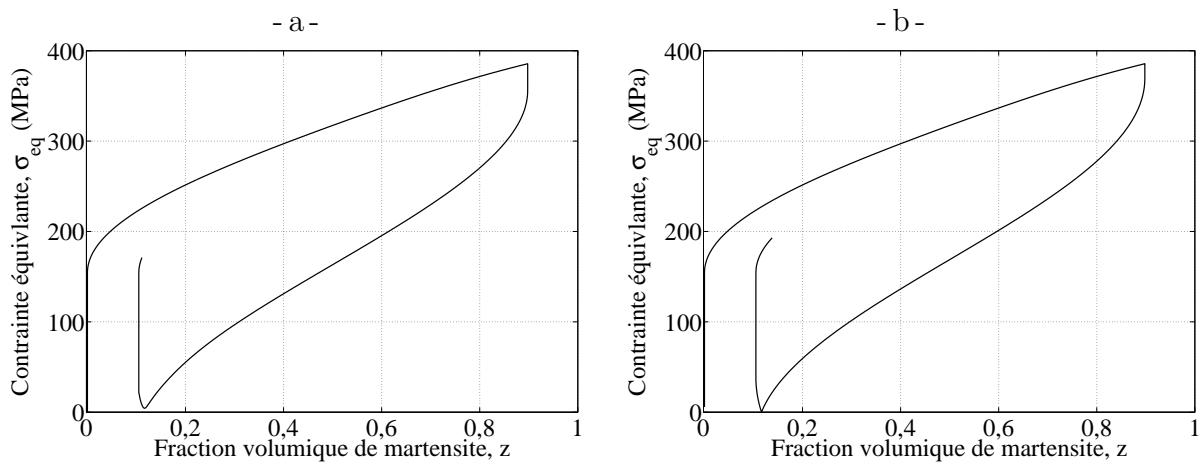


Figure B.4 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de : a) cisaillement, et b) compression.



# Bibliographie

- A. ARNAU, éd. *Piezoelectric transducers and application*. Springer, 2003.
- M. ARRIGONI, F. AURICCHIO, V. CACCIAFESTA, L. PETRINI et R. PIETRABISSA : Mechanical characterisation of orthodontic superelastic Ni-Ti wires. *Journal de Physique IV*, 11 : 577–582, 2001.
- T. ATANACKOVIC et I. MÜLLER : A new form of the coherency energy in pseudoelasticity. *Meccanica*, 30 : 467–474, 1995.
- F. AURICCHIO et E. SACCO : Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape-memory wire under cyclic stretching-bending loadings. *International Journal of Solids and Structures*, 38 : 6123–6145, 2001.
- F. AURICCHIO et L. PETRINI : A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations : Solution algorithm and boundary value problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61 (6) : 807–836, 2004.
- F. AURICCHIO, A. REALI et U. STEFANELLI : A three dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity. *International Journal of Plasticity*, 23 : 207–226, 2007.
- J. BALL et R. JAMES : Fine phase mixtures as minimizers of energy. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 100 : 13–52, 1987.
- J. BALL et R. JAMES : Proposed experimental tests of a theory of fine microstructure and the two-well problem. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 338 : 389–450, 1992.
- A. BEKKER et L. C. BRINSON : Temperature-induced phase transformation in a shape memory alloy : Phase diagram based kinetics approach. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45 (6) : 949–988, 1997.
- Y. BELLOUARD : Shape memory alloys for microsystems : A review from a material research perspective. *Materials Science and Engineering A*, 481–482 : 582–589, 2008.
- M. BERVEILLER et F. D. FISCHER : *Mechanics of Solids with Phase Changes*. Springer, Wien, 1997.
- D. BIGONI et A. PICCOLROAZ : Yield criteria for quasibrittle and frictional materials. *International Journal of Solids and Structures*, 41 (11–12) : 2855–2878, 2004.
- R. BILLARDON et L. HIRSINGER : Magnetostriction and so-called form effect. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 140–144 (3) : 2199–2200, 1995.

- Z. BO et D. C. LAGOUDAS : Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part I : theoretical derivations. *International Journal of Engineering Science*, 37 : 1089–1140, 1999a.
- Z. BO et D. C. LAGOUDAS : Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part IV : modeling of minor hysteresis loops. *International Journal of Engineering Science*, 37 : 1205–1249, 1999b.
- C. BOUVET, S. CALLOCH et C. LEXCELLENT : Mechanical behavior of a Cu-Al-Be shape memory alloy under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124 : 112–124, 2002.
- C. BOUVET, S. CALLOCH et C. LEXCELLENT : A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 23 : 37–61, 2004.
- J. G. BOYD et D. C. LAGOUDAS : A thermomechanical constitutive model for the shape memory effect due to transformation and reorientation. *Proceedings of the International Society for Optical Engineering*, 2189 : 276–288, 1994.
- L. C. BRINSON, I. SCHMIDT et R. LAMMERING : Stress-induced transformation behavior of a polycrystalline NiTi shape memory alloy : micro and macromechanical investigations via in situ optical microscopy. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 52 : 1549–1571, 2004.
- J. L. CHABOCHE : On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects. *International Journal of Plasticity*, 7 : 661–678, 1991.
- Q. CHANG-JUN, M. PEI-SUN et Y. QIN : A prototype micro-wheeled-robot using sma actuator. *Sensors and Actuators A : Physical*, 113 (1) : 94–99, 2004.
- V. CHEVALIER, R. ARBAB CHIRANI, S. ARBAB CHIRANI et S. CALLOCH : Mechanical behavior of a nickel-titanium root canal instrument : a non-linear finite element approach. In *CNEOC, Collège National En Odontologie Conservatrice*, 2007.
- M. CORET : *Étude expérimentale et simulation de la plasticité de transformation et du comportement multiphase de l'acier de cuve 16MND5 sous chargement multiaxial anisotherme*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2001.
- J. de ROSNAY : Les matériaux intelligents. In *conférence UTLs*, 2000.
- R. DESROCHES et B. SMITH : Shape memory alloys in seismic resistant design and retrofit : A critical review of their potential and limitations. *Journal of earthquake engineering*, 8 (3) : 415–429, 2004.
- J. DUTKIEWICZ : Plastic deformation of CuAlMn shape-memory alloys. *Journal of Materials Science*, 29 : 6249–6254, 1994.
- G. R. EDWARDS, J. PERKINS et J. M. JOHNSON : Characterizing the shape memory effect potential of Ni-Ti alloys. *Scripta Metallurgica*, 9 (11) : 1167–1171, 1975.
- P. B. ENTCHEV et D. C. LAGOUDAS : Modeling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys. part II : porous SMA response. *Mechanics of Materials*, 36 : 893–913, 2004.
- EYEGGLASSES-ONLINE : <http://eyeglasses-online.com>.

- F. FALK : Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys. *Acta Materialia*, 28 : 1773–1780, 1980.
- F. FALK : Ginzburg-landau theory of static domain walls in shape memory alloys. *Zeitschrift fur Physik B : Condensed Matter*, 2 : 61–77, 1983.
- F. FALK : Driven domain walls in shape memory alloys. *Journal of Physics C : Solid State Physics*, 20 : 2501–2509, 1987.
- F. FALK : Pseudoelastic stress-strain curves of polycrystalline shape memory alloys calculated from single crystal data. *International Journal of Engineering Science*, 27 : 277–284, 1989.
- F. D. FISCHER et K. TANAKA : A micromechanical model for the kinetics of martensitic transformations. *International Journal of Solids and Structures*, 29 : 1723–1728, 1992.
- F. D. FISCHER, M. BERVEILLER, K. TANAKA et E. R. OBERAIGNER : Continuum mechanical aspects of phase transformations in solids. *Archives of Applied Mechanics*, 64 : 54–85, 1994.
- H. FUNAKUBO : *Shape Memory Alloys*. Gordon and Breach Science Publishers, 1987.
- FURUKAWA TECHNO MATERIAL : <http://www.fitec.co.jp/ftm/english/nt-e>.
- K. GALL, H. SEHITOGLU et H. J. MAIER : Asymmetric stress-strain response in shape memory alloys. *Plasticity '97, Juneau*, 50 : 153–154, 1997.
- K. GALL et H. J. MAIER : Cyclic deformation mechanisms in precipitated NiTi shape memory alloys. *Acta Materialia*, 50 : 4643–4657, 2002.
- P. A. GEDOUIN, S. ARBAB CHIRANI et S. CALLOCH : Phase proportioning in CuAlBe shape memory alloys during thermomechanical loadings using electric resistance variation. *International Journal of Plasticity*, doi : 10.1016/j.ijplas.2009.06.004, 2009.
- C. GRABE et O. T. BRUHNS : Path dependence and multiaxial behavior of a polycrystalline NiTi alloy within the pseudoelastic and pseudoplastic temperature regimes. *International Journal of Plasticity*, 25 (3) : 513–545, 2009.
- P. GUÉLIN : Remarques sur l'hystérésis mécanique. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 19 (2) : 217–247, 1980.
- G. GUENIN et P. F. GOBIN : Les alliages à mémoire de forme. *Matériaux et Techniques*, p. 350–354, 1980.
- INTRINSIC DEVICES : <http://www.intrinsicdevices.com>.
- G. KANG, Q. KAN, L. QIAN et Y. LIU : Ratchetting deformation of super-elastic and shape-memory NiTi alloys. *Mechanics of Materials*, 41 : 139–153, 2009.
- H. KATO, T. OZU, S. HASHIMOTO et S. MIURA : Cyclic stress-strain response of superelastic Cu-Al-Mn alloy single crystals. *Materials Science and Engineering A*, 264 : 245–253, 1999.
- J. KICHENIN et T. CHARRAS : *Cast3M - Implantation d'une nouvelle loi d'évolution, loi de comportement mécanique*. SEMT/LM2S, septembre 2003.
- B. KOCKAR, I. KARAMAN, J. I. KIM, Y. I. CHUMLYAKOV, J. SHARP et C. J. YU : Thermomechanical cyclic response of an ultrafine-grained NiTi shape memory alloy. *Acta Materialia*, 56 : 3630–3646, 2008.

- M. KOHL, B. KREVEY et E. JUST : SMA microgripper system. *Sensors and Actuators A : Physical*, 97–98 : 646–652, 2002.
- L. KRONE, J. MENTZ, M. BRAM, H. P. BUCHKREMER, D. STÖVER, M. WAGNER, G. EGGELER, D. CHRIST, S. REESE, D. BOGDANSKI, M. KÖLLER, S. A. ESENWEIN, G. MUHR, O. PRYMAK et M. EPPLE : The potential of powder metallurgy for the fabrication of biomaterials on the basis of nickel-titanium : a case study with a staple showing shape memory behavior. *Advanced Engineering Materials*, 7 (7) : 613–619, 2005.
- D. C. LAGOUDAS et Z. BO : Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part II : material characterization and experimental results for a stable transformation cycle. *International Journal of Engineering Science*, 37 : 1141–1173, 1999.
- D. C. LAGOUDAS et P. B. ENTCHEV : Modeling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys. part I : constitutive model for fully dense SMAs. *Mechanics of Materials*, 36 : 865–892, 2004.
- D. C. LAGOUDAS, P. B. ENTCHEV, P. POPOV, E. PATOOR, L. C. BRINSON et X. GAO : Shape memory alloys, Part II : modeling of polycrystals. *Mechanics of Materials*, 38 : 430–462, 2006.
- R. LAHOZ et J. A. PUÉRTOLAS : Training and two-way shape memory in niti alloys : influence on thermal parameters. *Journal of Alloys and Compounds*, 381 : 130–136, 2004.
- C. LEXCELLENT et G. BOURBON : Thermodynamical model of cyclic behaviour of Ti-Ni and Cu-Zn-Al shape memory alloys under isothermal undulated tensile tests. *Mechanics of Materials*, 24 (1) : 59–73, 1996.
- C. LEXCELLENT, B. C. GOO, Q. P. SUN et J. BERNARDINI : Characterization, thermo-mechanical behavior and micromechanical-based constitutive model of shape memory Cu-Zn-Al single crystals. *Acta Materialia*, 44 : 3773–3780, 1996.
- C. LEXCELLENT, S. LECLERCQ, B. GABRY et G. BOURBON : The two way shape memory effect of shape memory alloys : an experimental study and a phenomenological model. *International Journal of Plasticity*, 16 : 1155–1168, 2000.
- Y. LIU, Z. XIE, J. VAN HUMBEECK et L. DELAEY : Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys. *Acta Materialia*, 46 (12) : 4325–4338, 1998.
- Y. LIU, Z. XIE et J. VAN HUMBEECK : Cyclic deformation of NiTi shape memory alloys. *Materials Science and Engineering A*, 273–275 : 673–678, 1999.
- E. LOPEZ-CUELLAR : *Fatigue par cyclage thermique sous contrainte de fils à mémoire de forme Ti-Ni-Cu après différents traitements thermomécaniques*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2002.
- Z. K. LU et G. J. WENG : Martensitic transformation and stress-strain relations of shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45 (11) : 1905–1921, 1997.
- Z. K. LU et G. J. WENG : A self-consistent model for the stress-strain behavior of shape memory alloy polycrystals. *Acta Materialia*, 46 (15) : 5423–5433, 1998.

- E. MAKINO, T. MITSUYA et T. SHIBATA : Fabrication of TiNi shape memory micropump. *Sensors and Actuators A : Physical*, 88 (3) : 256–262, 2001.
- B. MALARD : *Caractérisation multiéchelle par diffraction de neutrons et rayonnement synchrotron de la transformation martensitique sous contrainte dans un alliage à mémoire de forme CuAlBe*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2008.
- P. MALÉCOT : *De l'étude cyclique d'alliages à mémoire de forme à leur caractérisation dynamique*. Thèse de doctorat, U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté, 2005.
- K. N. MELTON et O. MERCIER : The mechanical properties of NiTi-based shape memory alloys. *Acta Metallurgica*, 29 (2) : 393–398, 1981.
- MEMRY : <http://www.memry.com>.
- D. A. MILLER et D. C. LAGOUDAS : Influence of cold work and heat treatment on the shape memory effect and plastic strain development of NiTi. *Materials Science and Engineering A*, 308 : 161–175, 2001.
- G. W. MILTON : *The theory of composites*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, 2002.
- S. MONTECINOS, M. O. MORONI et A. SEPÚLVEDA : Superelastic behavior and damping capacity of CuAlBe alloys. *Materials Science and Engineering A*, 419 : 91–97, 2006.
- S. MONTECINOS, M. O. MORONI et A. SEPÚLVEDA : Grain size and pseudoelastic behaviour of a Cu-Al-Be alloy. *Materials Characterization*, 59 : 117–123, 2008.
- F. MOREAU : *Étude par diffraction des rayons X des effets du cyclage pseudo-élastique de l'alliage à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Metz, 1998.
- Z. MOUMNI, W. ZAKI et Q. S. NGUYEN : Theoretical and numerical modeling of solid-solid phase change : Application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *International Journal of Plasticity*, 24 : 614–645, 2008.
- S. NEMAT-NASSER, Y. SU, W. G. GUO et J. ISAACS : Experimental characterization and micromechanical modeling of superelastic response of a porous NiTi shape memory alloy. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53 (10) : 2320–2346, 2005.
- NIMESIS : <http://www.nimesis.com>.
- J. OLBRICHT, A. YAWNY, A. M. CONDÓ, F. C. LOVEY et G. EGGELER : The influence of temperature on the evolution of functional properties during pseudoelastic cycling of ultra fine grained NiTi. *Materials Science and Engineering A*, 481–482 : 142–145, 2008.
- L. ORGÉAS, Y. LIU et D. FAVIER : Experimental study of mechanical hysteresis of NiTi during ferroelastic and superelastic deformation. *Journal de Physique IV*, 7 (C5) : 477–482, 1997.
- L. ORGÉAS et D. FAVIER : Stress-induced martensitic transformation of a NiTi alloy in isothermal shear, tension and compression. *Acta Materialia*, 46 (15) : 5579–5591, 1998.
- J. ORTIN : Preisach modeling of hysteresis for a pseudoelastic Cu-Zn-Al single crystal. *Journal of Applied Physics*, 71 (3) : 1454–1461, 1992.

- M. ORTIZ et J. C. SIMO : An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23 (3) : 353–366, 1986.
- K. OTSUKA et C. M. WAYMAN, éd. *Shape Memory Materials*. Cambridge University Press, 1999.
- K. OTSUKA et X. REN : Recent developments in the research of shape memory alloys. *Intermetallics*, 7 : 511–528, 1999.
- M. PANICO et L. C. BRINSON : A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55 : 2491–2511, 2007.
- E. PATOOR, A. EBERHARDT et M. BERVEILLER : Thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Archives of Mechanics*, 40 : 755–794, 1988.
- E. PATOOR et M. BERVEILLER : *Technologie des alliages à mémoire de forme*. Hermès, 1994.
- E. PATOOR, A. EBERHARDT et M. BERVEILLER : Micromechanical modelling of shape memory behavior. In *Mechanics of phase transformation and shape memory alloys*, 1994. AMD-vol. 189, PVP-vol. 292.
- E. PATOOR, M. E. AMRANI, A. EBERHARDT et M. BERVEILLER : Determination of the origin for the dissymmetry observed between tensile and compression tests on shape memory alloys. *Journal de Physique IV*, 2 : 495–500, 1995.
- E. PATOOR, D. C. LAGODAS, P. B. ENTCHEV, L. C. BRINSON et X. GAO : Shape memory alloys, Part I : general properties and modeling of single crystals. *Mechanics of Materials*, 38 : 391–429, 2006.
- P. POPOV et D. C. LAGODAS : A 3-D constitutive model for shape memory alloys incorporating pseudoelasticity and detwinning of self-accommodated martensite. *International Journal of Plasticity*, 23 (10–11) : 1679–1720, 2007.
- W. PREDKI, M. KLÖNNE et A. KNOPIK : Cyclic torsional loading of pseudoelastic NiTi shape memory alloys : Damping and fatigue failure. *Materials Science and Engineering A*, 417 : 182–189, 2006.
- B. RANIECKI, C. LEXCELLENT et K. TANAKA : Thermodynamic model of pseudoelastic behavior of shape memory alloys. *Archives of Mechanics*, 44 (3) : 261–288, 1992.
- B. RANIECKI et C. LEXCELLENT : RI-models of pseudoelasticity and their specifications for some shape memory alloys. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 13 : 21–51, 1994.
- B. RANIECKI et C. LEXCELLENT : Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 17 (2) : 185–205, 1998.
- O. K. REDINIOTIS, L. N. WILSON, D. C. LAGODAS et M. M. KHAN : Development of a shape-memory-alloy actuated biomimetic hydrofoil. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 13 (1) : 35–49, 2002.
- E. H. SCHILLER : *Heat engine driven by shape memory alloys - Prototyping and design*. Thèse de doctorat, Faculty of Virginia Polytechnic Institute, 2002.



- Z. P. SHULMAN, R. G. GORODKIN, E. V. KOROBKO et V. K. GLEB : The electrorheological effect and its possible uses. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 8 : 29–41, 1981.
- B. STRNADEL, S. OHASHI, H. OHTSUKA, S. MIYAZAKI et T. ISHIHARA : Effect of mechanical cycling on the pseudoelasticity characteristics of Ti-Ni and Ti-Ni-Cu alloys. *Materials Science and Engineering A*, 203 (1–2) : 187–196, 1995.
- Q. P. SUN et K. C. HWANG : Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys – I. derivation of general relations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41 (1) : 1–17, 1993a.
- Q. P. SUN et K. C. HWANG : Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys – II. study of the individual phenomena. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41 (1) : 19–33, 1993b.
- Q. P. SUN et Y. J. HE : A multiscale continuum model of the grain-size dependence of the stress hysteresis in shape memory alloy polycrystals. *International Journal of Solids and Structures*, 45 (13) : 3868–3896, 2008.
- K. TAILLARD : *Étude du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme sous sollicitations multiaxiales complexes*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2006.
- K. TAILLARD, S. ARBAB CHIRANI, S. CALLOCH et C. LEXCELLENT : Equivalent transformation strain and its relation with martensite volume fraction for isotropic and anisotropic shape memory alloys. *Mechanics of Materials*, 40 (4–5) : 151–170, 2008.
- L. TALEB : Numerical simulation of complex ratcheting tests with a multi-mechanism model type. *International Journal of Plasticity*, 22 : 724–753, 2006.
- K. TANAKA : A thermomechanical sketch of shape memory effect : one-dimensional tensile behavior. *Research Mechanics*, 18 : 251–263, 1986.
- K. TANAKA, F. NISHIMURA, T. HAYASHI, H. TOBUSHI et C. LEXCELLENT : Phenomenological analysis on subloops and cyclic behavior in shape memory alloys under mechanical and/or thermal loads. *Mechanics of Materials*, 19 (4) : 281–292, 1995.
- TiNi AEROSPACE : <http://www.tiniaerospace.com>.
- H. TOBUSHI, P. H. LIN, T. HATTORI et M. MIKATA : Cyclic deformation of NiTi shape memory alloy. *JSME International Journal Series A : Mechanics and Material Engineering*, 38 (1) : 59–67, 1995.
- M. TOKUDA, M. YE, M. TAKAKURA, et P. ŠITTNER : Thermomechanical behavior of shape memory alloy under complex loading conditions. *International Journal of Plasticity*, 15 : 223–239, 1999.
- P. VACHER et C. LEXCELLENT : Study of pseudoelastic behavior of polycrystalline SMA by resistivity measurements and acoustic emission. *In Proc. of ICM VI*, 6 : 231–236, 1991.
- P. ŠITTNER, Y. HARRA et M. TOKUDA : Experimental study on the thermoelastic martensitic transformation in shape memory alloy polycrystal induced by combined external forces. *Metallurgical and Materials Transactions A : Physical Metallurgy and Materials Science*, 26 : 2923–2935, 1995.

- P. ŠITTNER, D. VOKOUN, G. N. DAYANANDA et R. STALMANS : Recovery stress generation in shape memory  $\text{Ti}_{50}\text{Ni}_{45}\text{Cu}_5$  thin wires. *Materials Science and Engineering A*, 286 : 298–311, 2000.
- X. M. WANG, B. X. XU et Z. F. YUE : Micromechanical modelling of the effect of plastic deformation on the mechanical behaviour in pseudoelastic shape memory alloys. *International Journal of Plasticity*, 24 (8) : 1307–1332, 2008.
- C. M. WAYMAN : Shape memory and related phenomena. *Progress in Materials Science*, 36 : 203–224, 1992.
- Z. WEI et D. YANG : On the hysteresis loops and characteristic temperatures of thermoelastic martensitic transformations. *Scripta Metallurgica*, 22 (8) : 1245–1249, 1988.
- W. ZAKI et Z. MOUMNI : A 3D model of the cyclic thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55 (11) : 2427–2454, 2007a.
- W. ZAKI et Z. MOUMNI : A three-dimensional model of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55 (11) : 2444–2490, 2007b.



## Résumé

Les Alliages à Mémoire de Forme sont utilisés dans un grand nombre d'applications. Or celles-ci imposent généralement un chargement cyclique qui fait évoluer leur comportement.

Nous avons donc étudié ce comportement en réalisant une base d'essais en super-élasticité et en effet mémoire assisté montrant l'apparition d'une déformation résiduelle au cours du cyclage. À la fin de ces essais l'application d'un flash thermique a permis de déterminer que l'origine de cette déformation résiduelle provient majoritairement de martensite résiduelle pour l'alliage utilisé.

Un modèle macroscopique a ensuite été développé afin de prendre en compte cet aspect du comportement des Alliages à Mémoire de Forme. C'est un modèle à seuil permettant de prendre en compte les différentes propriétés des Alliages à Mémoire de Forme telles que la dissymétrie traction-compression, l'effet point-mémoire, la réorientation de la martensite lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels ainsi que l'apparition de martensite bloquée lors de chargements cycliques.

Le modèle a été implanté dans un code de calcul par éléments finis afin de simuler le comportement de structures sous chargement cyclique. L'utilisation du modèle pour la validation de comportement ou l'aide à la conception a été montrée sur deux applications courantes utilisant des Alliages à Mémoire de Forme.

**Mots-clés :** Alliages à Mémoire de Forme, transformation de phase, essais cycliques, modélisation macroscopique, chargements thermo-mécaniques, Cu-Al-Be, martensite bloquée.

## Abstract

The Shape Memory Alloys are used in many applications. But they generally impose a cyclic loading which is changing their behavior.

We studied this behavior by performing an experimental database in superelastic and assisted shape memory effect (recovery strain) showing the appearance of a residual strain during cyclic tests. The application of a thermal flash at the end of these tests was used to determine the origin of this residual strain which is mainly due to residual martensite in the used alloy.

A macroscopic model was developed to take into account this aspect of the Shape Memory Alloy behavior. It is a threshold model taking into account the various properties of Shape Memory Alloys such as the tension-compression asymmetry, the return point memory effect, the reorientation of martensite during multiaxial non-proportional loadings and the appearance of jammed martensite during cyclic loadings.

The model was implemented in a finite elements code in order to simulate the behavior of structures under cyclic loadings. Its use for validation of the behavior or as a help in the conception was shown on two common applications using Shape Memory Alloys.

**Keywords :** Shape Memory Alloys, phase transformation, cyclic tests, macroscopic modelisation, thermomechanical loadings, Cu-Al-Be, jammed martensite.